

В. А. Теленьков¹, Н. Ю. Докучаев¹, А. П. Зайцев¹, А. Е. Кондратьев¹, Л. А. Байкова¹

¹*Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация*

ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ФОРМУЛЫ ЛАПЛАСА В ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ СФЕРЕ

Аннотация. В современном глобализованном мире, где новые знания и исследования, а также технические усовершенствования и новые изобретения являются неотъемлемой частью развития, математические расчеты, включая применение интегральной формулы Лапласа, играют решающую роль в различных областях, в том числе в железнодорожной сфере. Они обеспечивают основу для подтверждения и проверки новых идей и концепций, оптимизации процессов, прогнозирования результатов и принятия обоснованных решений. В железнодорожной сфере применение интегральной формулы Лапласа позволяет планировать и оптимизировать работу железнодорожных терминалов. Такие расчеты помогают определить пропускную способность и эффективность использования ресурсов в железнодорожных системах. Они являются необходимым инструментом для оптимизации и улучшения инфраструктуры, планирования и управления железнодорожными системами, способствуя повышению их эффективности и надежности.

Ключевые слова: Лаплас, вагон, поезд, оптимизация, теорема, управление, сотрудники, вероятность, планирование.

V. A. Telenkov¹, N. Y. Dokuchaev¹, A. P. Zaitsev¹, A. E. Kondratiev¹, L. A. Baykova¹

¹*Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russian Federation*

APPLICATION OF THE LAPLACE INTEGRAL FORMULA IN THE RAILWAY SPHERE

Abstract. In today's globalized world, where new knowledge and research, as well as technical improvements and new inventions are an integral part of development, mathematical calculations, including the application of the Laplace integral formula, play a decisive role in various fields, including the railway sphere. They provide a framework for validating and testing new ideas and concepts, optimizing processes, predicting outcomes, and making informed decisions. In the railway sector, the application of the Laplace integral formula makes it possible to plan and optimize the work of railway terminals. Such calculations help determine the capacity and resource efficiency of rail systems. They are an essential tool for optimizing and improving the infrastructure, planning and management of railway systems, helping to improve their efficiency and reliability.

Keywords: Laplace, wagon, train, optimization, profit, management, employees, probability, planning.

Введение

Интегральная формула Лапласа играет значимую роль в железнодорожной сфере, где точные расчеты и предсказания имеют важное значение для оптимизации процессов и обеспечения надежной работы систем. Если количество независимых испытаний является достаточно большим, то применение интегральной формулы Лапласа становится полезным для упрощения решений и оценки вероятностей событий. Интегральная формула Лапласа основана на интегральной теореме Лапласа, которая позволяет свести сложные вычисления к использованию единственной формулы. Это значительно упрощает расчеты и облегчает работу с вероятностями событий, где учитывается количество независимых испытаний и интервал, в течение которого событие может произойти определенное число раз. Применение интегральной формулы Лапласа логично практически во всех ситуациях, где исследуется вероятность возникновения конкретного события, основанного на независимых испытаниях. Она находит свое применение в различных областях, включая железнодорожную сферу, где анализ и предсказание вероятности событий играют важную роль для эффективного планирования и управления системами [1].

Итак, применение интегральной формулы Лапласа в железнодорожной сфере обеспечивает возможность более простого и точного решения задач, связанных с вероятностными расчетами, и способствует оптимизации производительности и надежности

железнодорожных систем.

Основные понятия и факты теории вероятностей и математической статистики можно изучить в пособии «Теория вероятностей и математическая статистика» [2].

Применение теоремы Лапласа в железнодорожном терминале

В современной железнодорожной сфере вопросы оптимизации и эффективности работы терминалов являются важными для обеспечения безопасности и надежности перевозок. Одним из факторов, влияющих на производительность терминалов, является качество поступающих вагонов. Оценка вероятности поступления вагонов стандартного качества на терминал является актуальной задачей, позволяющей более точно планировать и прогнозировать работу терминала.

Задача 1. На железнодорожном терминале за смену поступает 200 вагонов. Известно, что вероятность того, что вагон является стандартного качества, составляет 0.8. Найдите вероятность того, что за смену на терминал поступило ровно 150 вагонов стандартного качества.

Данная задача полезна для железнодорожной сферы, так как позволяет оценить вероятность поступления вагонов стандартного качества на терминал. Эта информация может быть полезна для планирования и оптимизации работы железнодорожных терминалов и их пропускной способности.

Для решения данной задачи применим интегральную теорему Лапласа, которая является мощным инструментом в теории вероятностей. Используя данную теорему, мы сможем оценить искомую вероятность и получить конкретное числовое значение, что позволит нам принять информированные решения по планированию работы терминала.

Решение задачи:

Значения, которые нам даны:

$p = 0.8$ – вероятность того, что вагон является стандартного качества;

$q = 0.2$ – вероятность того, что вагон не является стандартного качества;

$n = 200$ – общее количество вагонов;

$m = 150$ – количество вагонов стандартного качества.

Используем локальную формулу Лапласа:

$$P_n(m) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi\left(\frac{m-np}{\sqrt{npq}}\right) \text{ (значения функции } \varphi \text{ берутся из таблицы Гаусса).}$$

Подставляем:

$$P_n(m) = \frac{1}{\sqrt{200 * 0.8 * 0.2}} \varphi\left(\frac{150 - 200 * 0.8}{\sqrt{200 * 0.8 * 0.2}}\right)$$
$$P_n(m) = 0.17 * 0.094 \approx 0.016$$

Ответ: 0.016.

Оптимизация бронирования и вероятность заполнения поезда

В современном мире железнодорожный транспорт является важным средством передвижения для многих людей. Оптимизация работы железнодорожных компаний и обеспечение высокого уровня сервиса требует анализа и оценки различных факторов, включая заполнение поездов. Рассмотрим на примере задачи.

Задача 2. В городе Z проживает около 1000 человек. Каждый день отправляется один поезд, состоящий из 15 вагонов, где каждый вагон имеет 54 посадочных места. Вероятность того, что человек уезжает из города, составляет 0.01. Найдите вероятность того, что в обычный день поезд будет заполнен на $2/3$.

Эта задача полезна для железной дороги, так как позволяет оценить вероятность заполнения поезда на $2/3$. Зная эту вероятность, железнодорожные компании могут планировать количество доступных поездов и вагонов, оптимизировать процесс бронирования и управлять пропускной способностью поездов.

Решение задачи:

$n = 1000$ – население города Z;

$p = 0.01$ – вероятность того, что человек уезжает из города;

$q = 1 - p = 0.99$ – вероятность того, что человек остается в городе.

Узнаем $2/3$ мест поезда:

$$810 * \frac{2}{3} = 540 \text{ мест}$$

Найдём вероятность того, что в обычный день поезд будет заполнен не более чем на две трети. Что это значит? Это значит, что в обычный день поезд будет заполнен от 0 до 540 человек. Таким образом:

Используем интегральную теорему Лапласа:

$$P(a \leq x \leq b) = \Phi\left(\frac{b - np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{a - np}{\sqrt{npq}}\right)$$

Здесь $\Phi(x)$ – нормированная функция Лапласа (ее значения берутся из таблицы значений функции Лапласа). [3]

Подставляем:

$$\begin{aligned} a &= 0 \\ b &= 540 \\ P(0 \leq x \leq 540) &= \Phi\left(\frac{540 - 1000 * 0.01}{\sqrt{1000 * 0.01 * 0.99}}\right) - \Phi\left(\frac{0 - 1000 * 0.01}{\sqrt{1000 * 0.01 * 0.99}}\right) \\ P(0 \leq x \leq 540) &= 0.5 - 0.4993 = 0.0007 \end{aligned}$$

Ответ: 0.0007.

Управление персоналом и планирование графика работы

Представьте себе ситуацию в железнодорожной компании, где важным фактором является присутствие рабочих на рабочих местах. Оценка вероятности присутствия работников на рабочем месте может быть полезной для планирования ресурсов, оптимизации рабочего процесса и обеспечения эффективного функционирования компании. Рассмотрим задачу ниже.

Задача 3. В железнодорожной компании в обычный рабочий день вероятность присутствия сотрудника на рабочем месте равна 0.75. Найдите вероятность того, что из 120 сотрудников на работе будут присутствовать: а) не менее 80 сотрудников; б) 80%-85%.

Решение задачи:

$n = 120$ – количество сотрудников;

$p = 0.75$ – вероятность присутствия сотрудника на рабочем месте;

$q = 1 - p = 1 - 0.75 = 0.25$ – вероятность отсутствия сотрудника на рабочем месте.

а) Используем интегральную теорему Лапласа [4]:

$$\begin{aligned} P_n(a \leq x \leq b) &\approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1) \\ a &= 80 \\ b &= 120 \end{aligned}$$

Подставляем:

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{b - np}{\sqrt{npq}} = \frac{120 - 120 * 0.75}{\sqrt{120 * 0.75 * 0.25}} \approx -2.108 \\ x_1 &= \frac{a - np}{\sqrt{npq}} = \frac{80 - 120 * 0.75}{\sqrt{120 * 0.75 * 0.25}} \approx 6.324 \end{aligned}$$

В результате: $P_{120}(80 \leq x \leq 120) \approx \Phi(6.324) - \Phi(-2.108) \approx 0.5 + 0.4821 = 0.9821$ – вероятность того, что на работе будут присутствовать не менее 80 работников.

б) Найдём количество сотрудников, соответствующее 80 и 85 процентам:

$$\begin{aligned} a &= 120 * 0.8 = 96 \\ b &= 120 * 0.85 = 102 \end{aligned}$$

Используем интегральную теорему Лапласа:

$$P_n(a \leq x \leq b) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$$

В данном случае:

$$x_2 = \frac{b - np}{\sqrt{npq}} = \frac{102 - 120 * 0.75}{\sqrt{120 * 0.75 * 0.25}} \approx 2.529$$

$$x_1 = \frac{a - np}{\sqrt{npq}} = \frac{96 - 120 * 0.75}{\sqrt{120 * 0.75 * 0.25}} \approx 1.265$$

Таким образом:

$P_{120}(96 \leq x \leq 102) \approx \Phi(2.529) - \Phi(1.265) \approx 0.4938 - 0.3962 = 0.0976$ –
вероятность того, что на работе будут присутствовать 80-85% от 120 сотрудников.

Ответ: а) 0.9821, б) 0.0976.

Оценка спроса на маршрут и планирование распределения ресурсов

Представьте себе ситуацию, где железнодорожная компания предлагает пассажирам билеты на определенный маршрут. Важно для компании понять, сколько билетов они могут ожидать продать, чтобы оптимизировать свои ресурсы и обеспечить удовлетворение спроса пассажиров. В этом контексте возникает задача определения вероятности продажи определенного числа билетов

Задача 4. На железнодорожном маршруте доступно 810 билетов для продажи. Вероятность покупки билета на этот маршрут составляет 0.55. Найдите вероятность того, что будет продано ровно 400 билетов на этот маршрут.

Решение задачи:

$p = 0.55$ – вероятность того, что билет купят;

$q = 0.45$ – вероятность того, что билет не купят;

$n = 810$ – количество доступных для продажи билетов;

$m = 400$ – количество проданных билетов.

Используем локальную формулу Лапласа:

$$P_n(m) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi\left(\frac{m-np}{\sqrt{npq}}\right) \text{ (значения функции } \varphi \text{ берутся из таблицы Гаусса) [5].}$$

Подставляем:

$$P_n(m) = \frac{1}{\sqrt{810 * 0.45 * 0.55}} \varphi\left(\frac{400 - 810 * 0.55}{\sqrt{810 * 0.55 * 0.45}}\right)$$

$$P_n(m) = 0.07 * 0.024 \approx 0.00168$$

Ответ: 0.00168

Заключение

Изучение интегральной теоремы Лапласа позволяет нам понять, что она имеет широкое применение во всех областях, где присутствует теория вероятностей. Она стимулирует мотивацию для более глубокого изучения основных методов, понятий и способов решения задач в теории вероятностей. В данном случае мы рассмотрели применение этой теоремы в железнодорожной сфере, так как она близка нам и имеет непосредственное влияние на нашу жизнь. Из представленного материала становится очевидно, что интегральная теорема Лапласа играет значительную роль в железнодорожной сфере. Ее применение позволяет оптимизировать производительность и обеспечивать надежность железнодорожных систем. Таким образом, благодаря интегральной формуле Лапласа мы можем проводить точные расчеты, анализировать вероятности событий и принимать обоснованные решения в планировании и управлении железнодорожными системами.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Туганбаев А. А. Основы высшей математики (Туганбаев, А. А. Основы высшей математики: учебник / А. А. Туганбаев. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – ISBN 978-5-8114-

1189-4. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/210698>. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – С. 353.

2. Гладков Л.Л., Гладкова Г.А. Теория вероятностей и математическая статистика (Гладков, Л. Л. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / Л. Л. Гладков, Г. А. Гладкова. – 2-е изд., испр. – Санкт-Петербург: Лань, 2020. – ISBN 978-5-8114-3982-9. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/130156>. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – С. 51.

3. Хрущева И. В. Теория вероятностей (Хрущева, И. В. Теория вероятностей: учебное пособие / И. В. Хрущева. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – ISBN 978-5-8114-0915-0. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/210383>. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – С. 285.

4. Горлач Б. А. Теория вероятностей и математическая статистика (Горлач, Б. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебно-методическое пособие / Б. А. Горлач. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – ISBN 978-5-8114-1429-1. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/211082>. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – С. 34.

5. Алибеков И. Ю. Теория вероятностей и математическая статистика в среде MATLAB (Алибеков, И. Ю. Теория вероятностей и математическая статистика в среде MATLAB: учебное пособие для вузов / И. Ю. Алибеков. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2021. – ISBN 978-5-8114-6865-2. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/152661>. – Режим доступа: для авториз. пользователей. – С. 32.

REFERENCES

1. Tuganbayev A. A. Fundamentals of Higher Mathematics» (Tuganbayev, A. A. Fundamentals of Higher Mathematics: textbook / A. A. Tuganbayev. – Saint Petersburg: Lan, 2022. – ISBN 978-5-8114-1189-4. – Text: electronic // Lan: electronic library system. – URL: <https://e.lanbook.com/book/210698>. – Access mode: for authorization. users. – p. 353.

2. Gladkov L.L., Gladkova G.A. Probability theory and mathematical statistics» (Gladkov, L. L. Probability theory and Mathematical statistics: textbook / L. L. Gladkov, G. A. Gladkova. – 2nd ed., ispr. - St. Petersburg: Lan, 2020. – ISBN 978-5-8114-3982-9. – Text: electronic // Lan: electronic library system. – URL: <https://e.lanbook.com/book/130156>. – Access mode: for authorization. users. – p. 51.

3. Khrushcheva I. V. Probability Theory» (Khrushcheva, I. V. Probability Theory: textbook / I. V. Khrushcheva. – Saint Petersburg: Lan, 2022. – ISBN 978-5-8114-0915-0. – Text: electronic // Lan: electronic library system. – URL: <https://e.lanbook.com/book/210383> (accessed: 05/14/2023). – Access mode: for authorization. users. – p. 285.

4. Gorlach B. A. Probability theory and mathematical statistics» (Gorlach, B. A. Probability theory and mathematical statistics: an educational and methodical manual / B. A. Gorlach. – Saint Petersburg: Lan, 2022. – ISBN 978-5-8114-1429-1. – Text: electronic // Lan: electronic library system. – URL: <https://e.lanbook.com/book/211082>. – Access mode: for authorization. users. – p. 33.

5. Alibekov I. Yu. Probability theory and mathematical statistics in MATLAB» (Alibekov, I. Y. Probability theory and mathematical statistics in MATLAB: a textbook for universities / I. Y. Alibekov. – 2nd ed., ster. – Saint Petersburg: Lan, 2021. – ISBN 978-5-8114-6865-2. – Text: electronic // Lan: electronic library system. – URL: <https://e.lanbook.com/book/152661>. – Access mode: for authorization. users. – p. 32.

Информация об авторах

Теленьков Владимир Александрович – студент 1-го курса факультета «Управление на транспорте и информационные технологии», направление подготовки «Программная инженерия», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: vt39664@gmail.com

Докучаев Николай Юрьевич – студент 1-го курса факультета «Управление на

транспорте и информационные технологии», направление подготовки «Программная инженерия», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: dokucaevnikolaj7009@gmail.com

Зайцев Антон Павлович – студент 1-го курса факультета «Управление на транспорте и информационные технологии», направление подготовки «Программная инженерия», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск., e-mail: anton.zaitcev2001@yandex.ru

Кондратьев Арсений Евгеньевич – студент 1-го курса факультета «Управление на транспорте и информационные технологии», направление подготовки «Программная инженерия», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: arsenyi1263@gmail.com

Байкова Людмила Анатольевна – старший преподаватель кафедры «Математика», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: baykova_la@irgups.ru

Information about the authors

Telenkov Vladimir Aleksandrovich – 1st year student of the Faculty of "Transport Management and Information Technology", direction of training "Software Engineering", Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: vt39664@gmail.com

Dokuchaev Nikolai Yuryevich – 1st year student of the Faculty of "Transport Management and Information Technology", direction of training "Software Engineering", Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: dokucaevnikolaj7009@gmail.com

Zaitsev Anton Pavlovich – 1st year student of the Faculty of "Transport Management and Information Technology", direction of training "Software Engineering", Irkutsk State Transport University, e-mail: anton.zaitcev2001@yandex.ru

Kondratiev Arseniy Evgenievich – 1st year student of the Faculty of Management and Information Technologies, field of study «Software Engineering», Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: arsenyi1263@gmail.com

Baykova Lyudmila Anatolyevna – Senior lecturer of the Department of Mathematics, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: baykova_la@irgups.ru