# Д. А. Зайнагабдинов, М. В. Зуев

Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация

# ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКЦИЙ НА УМЕНЬШЕННЫХ МОДЕЛЯХ ИЗ ПРОИЗВОЛЬНОГО МАТЕРИАЛА

**Аннотация.** Проведение испытаний на реальных эксплуатируемых сооружениях, как правило, затруднено некоторыми осложняющими факторами. В статье рассматривается альтернативный натурному испытанию конструкций реальных сооружений метод экспериментальных исследований на уменьшенных масштабных моделях конструкций в лабораторных условиях.

Для оценки напряженно-деформированного состояния применялся тензометрический метод, который широко используется в инженерной практике благодаря своей надежности и универсальности. Предложена методика определения коэффициента чувствительности тензорезисторов и модуля упругости материала конструкции. Для обеспечения точности проводимых измерений, тензорезисторы располагаются на равнопрочной балке. Коэффициент чувствительности используемых тензорезисторов определяется посредством назначения контролируемого прогиба на конце балки. Полученная величина коэффициента чувствительности тензорезисторов используется для определения модуля упругости материала модели конструкции, для чего на конце балки задается нагрузка известной величины. Для оценки достоверности расчетов было произведено сравнение прогиба, полученного от вычисленного значения модуля упругости с фактическим прогибом от заданной нагрузки. В ходе эксперимента были получены опытные коэффициенты тензочувствительности резисторов и модуль упругости листового акрила модели равнопрочной балки.

Сделан вывод о том, что предложенная методика определения коэффициента чувствительности тензорезисторов и модуля упругости произвольного материала позволяет получать более точные и достоверные значения искомых характеристик. Данные, полученные с применением использованной методики, позволяют проводить дальнейший анализа напряженно-деформированного состояния различных конструкций.

**Ключевые слова:** тензометрия, равнопрочная балка, масштабная модель, модуль упругости, коэффициент тензочувствительности

### D. A. Zainagabdinov, M. V. Zuev

Irkutsk State Transport University, Irkutsk, the Russian Federation

# INVESTIGATION OF THE FEATURES OF MODELING THE STRESS STATE OF STRUCTURES ON REDUCED MODELS MADE OF ARBITRARY MATERIAL

Abstract. Conducting tests on actual operational facilities is usually hampered by some complicating factors. The article considers an alternative method of experimental research on reduced-scale models of structures in laboratory conditions, which is based on full-scale testing of real structures assess the stress-strain state, the strain gauge method was used, which is widely used in engineering practice due to its reliability and versatility. A method for determining the sensitivity coefficient of strain gages and the modulus of elasticity of the structural material is proposed. To ensure the accuracy of the measurements, strain gages are located on an equally strong beam. The sensitivity coefficient of the strain gages used is determined by assigning a controlled deflection at the end of the beam. The obtained value of the sensitivity coefficient of strain gages is used to determine the modulus of elasticity of the material of the structural model, for which a load of a known magnitude is set at the end of the beam. To assess the reliability of the calculations, the deflection obtained from the calculated modulus of elasticity was compared with the actual deflection from the given load. During the experiment, experimental coefficients of strain sensitivity of resistors and the modulus of elasticity of acrylic sheets of an equal-strength beam model were obtained.

It is concluded that the proposed method for determining the sensitivity coefficient of tensors and the modulus of elasticity of an arbitrary material makes it possible to obtain more accurate and reliable values of the desired characteristics. The data obtained using the used technique allows for further analysis of the stress-strain state of various structures.

Keywords: strain gauge, equistrong beam, scale model, modulus of elasticity, strain sensitivity coefficient

#### Введение

Для оценки технического состояния сооружения, находящегося в эксплуатации, требуется определение напряженно-деформированного состояния (НДС) конструктивных элементов. Немаловажную роль для оценки НДС имеет правильно назначенная расчетная схема работы сооружения. Расчетная схема реального сооружения, как правило, отражает основной характер работы элементов конструкций с некоторыми допущениями, количественное влияние которых нуждается в экспериментальном исследовании. Верификация расчетной схемы может быть проведена через испытания, проводимые на реальном объекте [0–0]. Для выполнения таких испытаний требуется большой объем трудоемких операций, финансовых и временных затрат, организация допуска на объект в условиях движения транспорта. Кроме того, натурные испытания могут быть затруднены большой удаленностью объекта, суровыми климатическими условиями района строительства и другими факторами. Альтернативным решением для верификации расчетных схем является проведение экспериментальных исследований на уменьшенных масштабных моделях конструкций в лабораторных условиях [0, 0].

Кроме расчетной схемы, отражающей законы распределения усилий от нагрузок, НДС конструкций зависит от сложившихся при строительстве начальных напряжений, изменения свойств материалов, наличия скрытых и явных дефектов.

Одним из главных показателей, характеризующих упругие свойства материала, является модуль упругости Е, связывающий деформации и напряжения. Для большинства строительных материалов в зависимости от их марок и классов значение модуля упругости определено и занесено в государственные стандарты и другую нормативно- техническую документацию [0-0]. Однако, определение НДС уменьшенной модели реального объекта связано с определенными трудностями. Конструкции с пропорционально уменьшенными размерами обладают повышенной жесткостью и, как следствие, малыми величинами деформации, которые могут быть сопоставимы с погрешностью применяемого измерительного оборудования. Решением данной проблемы будет выбор более податливых, но при этом упругих материалов, таких как пластик, фанера, картон и др. Недостатком исследования НДС модели, изготовленной из этих материалов, является отсутствие показателей нормативных значений модуля упругости, которые вдобавок серьезно варьируются в широком диапазоне. Так, значения модуля упругости одного и того же материала из разных партий или от разных изготовителей могут отличаться более чем в два раза. Таким образом, при изготовлении уменьшенных масштабных моделей конструкций, предварительно необходимо определить фактическое значение модуля упругости применяемого материла.

Целью исследования является получение точного значения модуля упругости материала, используемого в модели для оценки НДС конструкции в упругой стадии.

# Методы определения напряженно-деформированного состояния

Для определения НДС используется целый ряд экспериментальных методов измерения, включая: механические, оптические, пьезоэлектрические, пневматические, ультразвуковые и другие, наиболее распространенным из которых является метод электротензометрии [0, Ошибка! Источник ссылки не найден.].

Электротензометрия (тензометрия) основана на определении относительной деформации поверхности элементов конструкции с помощью тензорезисторов. Тензорезистор — это электрический проводник, сопротивление которого изменяется в зависимости от деформации конструкции в месте его закрепления. Один из важнейших параметров тензорезистора — коэффициент чувствительности, который является отношением относительного приращения сопротивления  $\Delta R/R$  закрепленного (наклеенного) датчика к относительной деформации конструкции  $\epsilon_0$ :

$$K_R = \frac{\Delta R / R}{\varepsilon_0}$$
.

Чувствительность тензорезистора, как правило, является паспортной величиной. Метрологические характеристики тензорезисторов определяются на заводах с использованием эталонных поверочных установок [0, 0]. Из большой партии одинаковых датчиков, изготовленных строго по одной и той же технологии, осуществляют статистическую выборку, определяют метрологические характеристики датчиков выборки и распространяют эти характеристики на всю партию. Тензочувстительность зависит от работы подложки тензорезистора, используемого для фиксации клея, физических характеристик материала тензорешетки и детали, на которой закреплен тензорезистор. В связи с этим значение коэффициента чувствительности, определенное в заводских условиях, может отличаться от величины, полученной на исследуемой конструкции. Некоторые производители вообще не проводят метрологические испытания своей продукции, вследствие этого коэффициент чувствительности таких датчиков неизвестен в принципе. Следовательно, для получения достоверных экспериментальных данных при исследовании НДС конструкций с использованием масштабных моделей возникает необходимость предварительной тарировки тензорезисторов с учетом особенностей применяемых материалов.

Для определения коэффициента чувствительности тензорезисторов в качестве эталонного конструктивного элемента могут применяться балки равного сопротивления изгибу или стержни, подвергаемые осевому растяжению [0, 0]. В исследовании применена консольно закрепленная балка переменного сечения с постоянной толщиной (рис. 1), имеющая в плане очертание равнобедренного треугольника, к вершине которого приложена сосредоточенная нагрузка, удовлетворяющая условию равнонапряженности для поперечного изгиба от этой нагрузки.



Рис. 1. Общий вид равнопрочной балки с наклеенными тензорезисторами

Так как напряжения  $\sigma$ , а, следовательно, и относительные деформации в любой части равнопрочной балки неизменны и связаны известной зависимостью согласно формуле (1), единственным условием размещения тензорезистора будет его установка параллельно оси балки:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon_0, \tag{1}$$

Чувствительность тензорезисторов зависит от контролируемого прогиба  $\delta$  на конце равнопрочной балки, определяемого по формуле:

$$\delta = \frac{Ml^2}{2EJ},\tag{2}$$

где l – расстояние от основания равнопрочной балки до точки приложения нагрузки; J –момент сопротивления сечения равнопрочной балки.

Напряжения в любом сечении балки определяется как:

$$\sigma = \frac{Mh}{2J},\tag{3}$$

где h — высота сечения равнопрочной балки.

Таким образом, если выразить момент из формулы (2) и подставить в (3), при этом разделив обе части на модуль упругости согласно выражению (1), можно получить зависимость относительной деформации от задаваемого прогиба на конце балки:

$$\varepsilon_0 = \frac{\delta \cdot h}{I^2} \, .$$

С другой стороны, рассчитываемая относительная деформация связана с регистрируемым значением относительного изменения выходного напряжения тензометрической схемы  $\Delta U$  [0] по формуле:

$$\varepsilon_0 = \Delta U \cdot \frac{2}{K_R} \,. \tag{4}$$

Зная изменение выходного напряжения и задаваемый на конце балки прогиб, можно определить коэффициент чувствительности тензорезисторов:

$$K_R = \frac{2\Delta U l^2}{\delta \cdot h}$$
 или  $K_R = 2 \cdot \Delta U \cdot \epsilon_0$ .

Рассмотрим пример расчета коэффициента чувствительности для тензорезисторов R350M, приклеиваемых на листовой акрил на цианоакрилатный клей (см. рис. 1). Внешняя нагрузка задана в виде перемещения  $\delta$  с помощью микрометра ступенями по 0,5 мм. Изменение входного напряжения измерительной системы показано на рис. 2.

Для увеличения точности проводимых расчетов, коэффициент чувствительности тензорезисторов определен, как среднее значение из показателей шести замеров, и представлен в табл. 1.

Значение коэффициента чувствительности тензорезистора R350M составило 2,05.

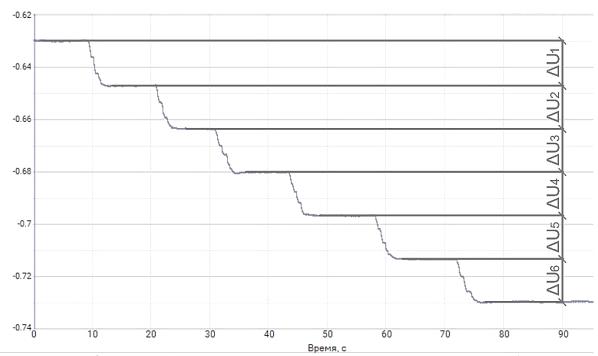


Рис. 2. График зависимости изменения напряжения от задаваемого прогиба

Таблица 1. Определение коэффициента чувствительности тензорезисторов

таолица 1. Определение коэффициента чувствительности тензорезисторов					
δ, мм	$\Delta U$ , B	$\epsilon_0$ , mm/m	$K_R$		
Тензорезистор R350M					
0,5	0,0157	0,01528	2,06		
1	0,0148	0,01528	1,94		
1,5	0,0157	0,01528	2,05		
2	0,0156	0,01528	2,04		
2,5	0,0158	0,01528	2,07		
3	0,0163	0,01528	2,14		

Для определения модуля упругости материала на конце равнопрочной балки задается нагрузка известной величины. Исходя из формулы (1), модуль упругости материала находится по формуле:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \,. \tag{5}$$

Напряжения во всех сечениях равнопрочной балки определяются по формуле (3). С учетом момента M, действующего от нагрузки на конце балки, выражение (5) примет вид:

$$E = \frac{M \cdot h}{2 \cdot \varepsilon_0 \cdot I} \,.$$

Подставив в формулу (4) значение коэффициента тензочувствительности и загрузив равнопрочную балку известной нагрузкой, измерительная система начнет регистрировать изменение относительной деформации балки от заданной нагрузки (рис. 3).

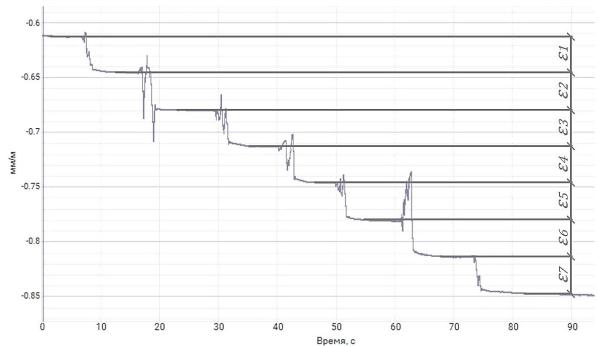


Рис. 3. График изменения относительной деформации от нагрузки

Для повышения точности расчетов, модуль упругости определялся на основе семи измерений при поэтапном увеличении нагрузки на конце балки. Модуль упругости пластика определен в табл. 2.

Таблица 2. Определение модуля упругости пластика

таолица 2. Определение модуля упругости пластика					
<i>М</i> , Н · м	<i>l</i> , м	$\epsilon_0$ , MM/M	Е, ГПа		
Тензорезистор R350M					
0,005	0,3	0,033	3,31		
0,011	0,3	0,070	3,27		
0,016	0,3	0,100	3,44		
0,021	0,3	0,133	3,44		
0,027	0,3	0,170	3,40		
0,032	0,3	0,206	3,34		
0,037	0,3	0,241	3,31		
	3,36				

Значение модуля упругости, полученного на основе измерений от тензорезисторов R350M, составило  $3,36\ \Gamma\Pi a.$ 

Для оценки достоверности расчетов было произведено сравнение прогиба, полученного от вычисленного значения модуля упругости с фактическим прогибом от заданной нагрузки. Теоретическое значение измеряемой величины составило 7,55 мм, фактическое — приблизительно 7,5 мм, что говорит о высокой точности проводимых вычислений.

#### Заключение

Для получения достоверных экспериментальных данных при использовании тензометрического метода определения НДС конструкций необходимо проводить выборочную тарировку используемых тензорезисторов.

Приведенная методика определения коэффициента чувствительности тензорезисторов и модуля упругости материала позволяет получить точные и достоверные величины для использования их в расчетах оценки напряжений. Коэффициенты тензочувствительности резисторов R350M составили 2,05.

Применение равнопрочной балки позволяет получить фактическое значение модуля упругости для произвольного материала. Модуль упругости листового акрила, полученный с помощью измерений на тензорезисторах R350M, составил 3,36 ГПа.

По результатам тарировки тензорезисторов и определения модуля упругости материала, можно проводить испытания масштабных моделей для оценки НДС реальных конструкций.

# БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Проблемы и совершенствование методов оценки грузоподъемности эксплуатируемых автодорожных мостов / А.И. Васильев, А.А. Курыпов, М.Л. Хазанов и др. // Транспортное строительство. 2023. № 3. С. 16–20.
- 2. Баранов Т.М., Толстиков Е.О. Оценка фактической работы пролетного строения железнодорожного моста с использованием мобильной системы мониторинга // Транспортные сооружения. 2018. Т. 5. № 4. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary\_36825347\_99969460.pdf (Дата обращения 03.02.2025).
- 3. Быкова Н.М., Баранов Т.М., Толстиков Е.О. Методика уточнения грузоподъемности пролетного строения железнодорожного моста со сквозными главными фермами с применением мобильной автоматизированной системы мониторинга // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2017. № 2 (54). С. 196–203.
- 4. Бокарев С.А., Ефимов С.В. Вопросы подобия усиленных железобетонных балок при экспериментах на уменьшенных масштабных моделях // Науковедение. 2014. № 5 (24). URL : https://elibrary.ru/download/elibrary\_23039398\_84644906.pdf (Дата обращения 03.02.2025).
- 5. Зайнагабдинов Д.А., Басов В.В. Проектирование и изготовление натурной модели плиты безбалластного мостового полотна // Молодая наука Сибири. 2022. № 2 (16). С. 194–201.
- 6. СП 16.13330.2017 Стальные конструкции (ред. 27.06.2023): утв. приказом Минстроя РФ № 126/пр от 27.02.2017 г. Введ. 2017–08–28. М. : Минстрой России, 2017. 145 с.
- 7. СП 63.13330.2018 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения (ред. 20.12.2021): утв. приказом Минстроя РФ № 832/пр от 19.12.2018 г. Введ. 2019–06–20. М. : Минстрой России, 2018. 148 с.
- 8. СП 164.1325800.2014 Усиление железобетонных конструкций композитными материалами. Правила проектирования (ред. 14.12.2020): утв. приказом Минстроя РФ № 452/пр от 08.08.2014 г. Введ. 2014–09–01. М.: Минстрой России, 2014. 76 с.
- 9. Дайчик М.Л.. Пригоровский Н.И., Хуршудов Г.Х. Методы и средства натурной тензометрии. М.: Машиностроение, 1989. 240 с.
- 10. Pradeep K.D., Pal K., Sharmal R.K. Strain Gauge Based Displacement Sensor // Journal of Physical Sciences. 2006. Vol. 10. P. 164–166.
- 11. ГОСТ 21616-91 Тензорезисторы. Общие технические условия. Введ. 1992–01–01. М.: комитет стандартизации и метрологии СССР, 1991. 48 с.
- 12. Мехеда В.А. Тензометрический метод измерения деформаций. Самара: СГАУ, 2011. 56 с.

- 13. Черепанов Г.П. Равнопрочный тяжелый брус: решение проблемы Галилея // Физическая мезомеханика. 2016. Т. 19. № 1. С. 84—88.
- 14. Полилов А.Н., Татусь Н.А., Тян Ш. Анализ корректности задач об изгибе равнопрочных композитных профилированных балок // Прикладная механика и техническая физика. 2019. Т. 60. № 1 (353). С. 167–180.
- 15. Арушонок Ю.Ю. Применение электротензометрии и цифровых технологий при испытании конструкций // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: строительство и архитектура. 2021. № 1 (82). С. 333–346.

#### **REFERENCES**

- 1. Vasil'ev A.I., Kurypov A.A., Khazanov M.L., Lebedev A.A. Problemy i sovershenstvovanie metodov otsenki gruzopod''emnosti ekspluatiruemykh avtodorozhnykh mostov [Problems and improvement of methods for estimation of load-carrying capacity of in-service road bridges]. *Transportnoe stroitel'stvo* [*Transport construction*], 2023, no 3, pp. 16–20.
- 2. Baranov T.M., Tolstikov E.O. Otsenka fakticheskoi raboty proletnogo stroeniya zheleznodorozhnogo mosta s ispol'zovaniem mobil'noi sistemy monitoringa [The actual operation assessment of the railway bridge superstructure using a mobile monitoring system]. *Transportnye sooruzheniya* [Russian journal of transport engineering]. Available at: https://elibrary.ru/download/elibrary\_36825347\_99969460.pdf (Accessed February 3, 2025).
- 3. Bykova N.M., Baranov T.M., Tolstikov E.O. Metodika utochneniya gruzopod''emnosti proletnogo stroeniya zheleznodorozhnogo mosta so skvoznymi glavnymi fermami s primeneniem mobil'noi avtomatizirovannoi sistemy monitoringa [A method for the elaboration of the carrying capacity of the span railway truss bridge with the mobile automated monitoring systems]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyj analiz. Modelirovanie [Modern technologies. System analysis. Modeling*], 2017, no 2 (54), pp. 196–203.
- 4. Bokarev S.A., Efimov S.V. Voprosy podobiya usilennykh zhelezobetonnykh balok pri eksperimentakh na umen'shennykh masshtabnykh modelyakh [Questoins similarity strenthened reinforced concrete beams in experiments on reduced scale models]. *Naukovedenie* [*Science studies*], 2014, no 5 (24). Available at: https://elibrary.ru/download/elibrary\_23039398\_84644906.pdf (Accessed February 3, 2025).
- 5. Zainagabdinov D.A., Basov V.V. Proektirovanie i izgotovlenie naturnoi modeli plity bezballastnogo mostovogo polotna [Design and manufacturing of a local model of a ballastless bridge plate] *Molodaya nauka Sibiri* [Young Science of Siberia], 2022, no 2 (16), pp. 194–201.
- 6. SP 16.13330.2017 Stal'nye konstruktsii (red. 27.06.2023) [Set of Rules 16.13330.2017 Steel structures (ed. June 27, 2023)]. Moscow: Minstroi Rossii Publ., 2017. 145 p.
- 7. SP 63.13330.2018 Betonnye i zhelezobetonnye konstruktsii. Osnovnye polozheniya (red. 20.12.2021) [Set of rules 63.13330.2018 Concrete and reinforced concrete structures. General provisions (ed. December 20, 2021)]. Moscow: Minstroi Rossii Publ., 2019. 148 p.
- 8. SP 164.1325800.2014 Usilenie zhelezobetonnykh konstruktsii kompozitnymi materialami. Pravila proektirovaniya (red. 14.12.2020) [Set of rules 164.1325800.2014 Strengthening of reinforced concrete structures by FRP composites. Regulation of design (ed. December 14, 2020)]. Moscow: Minstroi Rossii Publ., 2014. 76 p.
- 9. Daichik M.L., Prigorovskii N.I., Khurshudov G.Kh. Metody i sredstva naturnoi tenzometrii [Methods and means of full-scale strain measurement]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1989. 240 p.
- 10. Pradeep K.D., Pal K., Sharmal R.K. Strain Gauge Based Displacement Sensor. Journal of Physical Sciences. 2006. Vol. 10, pp. 164–166.
- 11. GOST 21616-91 Tenzorezistory. Obshchie tekhnicheskie usloviya [State Standard 21616-91 Strain gages. General specifications]. Moscow: komitet standartizatsii i metrologii SSSR, 1991. 48 p.
- 12. Mekheda V.A. Tenzometricheskii metod izmereniya deformatsii [Strain gauge method for measuring deformations]. Samara: SGAU Publ., 2011. 56 p.

- 13. Cherepanov G.P. Ravnoprochnyi tyazhelyi brus: reshenie problemy Galileya [Equistrong heavy beam: solving the problem of Galileo Galilei]. *Fizicheskaya mezomekhanika* [*Physical Mesomechanics*], 2016, Vol.19, no 1, pp. 84–88.
- 14. Polilov A.N., Tatus N.A., Tian X. Analiz korrektnosti zadach ob izgibe ravnoprochnyh kompozitnyh profilirovannyh balok [Analyzing of the correctness of equal strength composite profiled beam bending problems]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika* [*Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*], 2019, Vol. 60, no 1 (353), pp. 167–180.
- 15. Arushonok Yu. Yu. Primenenie elektrotenzometrii i tsifrovykh tekhnologii pri ispytanii konstruktsii [Application of electrotensometry and digital technologies in structural testing]. *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Seriya: stroitel'stvo i arkhitektura* [The Bulletin of the Volgograd State University of Architecture and Civil Engineering. Series: construction and architecture], 2021, no 1 (82), pp. 333–346.

# Информация об авторах

Зайнагабдинов Дамир Альфридович – к. т. н., доцент кафедры «Строительство железных дорог, мостов и тоннелей», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: damirmt@mail.ru.

Зуев Михаил Владимирович – аспирант кафедры «Строительство железных дорог, мостов и тоннелей», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: mikhail.zuev.00@list.ru.

#### Information about the authors

Damir Al'fridovich Zainagabdinov – Ph.D. in Engineering Science, Associate Professor of the Department of Building of Railways, Bridges and Tunnels, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: damirmt@mail.ru.

*Mikhail Vladimirovich Zuev* – Ph.D. Student of the Department of Building of Railways, Bridges and Tunnels, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: mikhail.zuev.00@list.ru.