

Математическая модель асинхронного электродвигателя с учетом насыщения и нагрева

А.Э. Бирюков✉, Д.Г. Сорокин

ООО «Синара Алгоритм», г. Москва, Российская Федерация

✉BirukovAE@sinara-group.com

Резюме

В статье представлена методика разработки математической модели асинхронного электродвигателя. Проведен анализ наиболее частых недостатков подобных моделей, основанных на эквивалентной Т-образной схеме замещения. К ним относятся не всегда применимые интерфейсные переменные (входные сигналы), а также пренебрежение намагничиванием стали сердечника и потерями в стали. Решение этих недостатков значительно расширит область применения рассматриваемых моделей, в частности позволит использовать их в системе управления асинхронным приводом, основанной на бездатчиковом методе управления. При таком подходе отсутствуют физические датчики температуры и скорости вращения ротора, сигналы с которых рассчитываются по косвенным параметрам. В связи с этим требуется учет нелинейных процессов, что повышает точность расчета. Показано, что среди существующих методов учета намагничивания электродвигателя предпочтительным является метод статических индуктивностей. Он представляет собой взаимную индукцию между статором и ротором в виде зависимости от тока намагничивания. Введение данной зависимости не сделает модель нелинейной, однако даст возможность провести более корректный расчет при минимуме дополнительных параметров. В то же время учет потерь в стали осуществляется за счет введения активного сопротивления параллельно цепи намагничивания. В работе подробно описывается разработка модели с теоретическим обоснованием использования тех или иных допущений и формул. Входные переменные модели ограничены тремя фазными напряжениями, скоростью вращения ротора и температурой внешнего воздуха. Данный набор может считаться минимально необходимым для использования модели в составе системы управления частотным асинхронным приводом. Наиболее чувствительны подобные системы управления к сопротивлению статорной обмотки электродвигателя, поэтому предложена методика расчета ее температуры на основе двухмассовой модели, которая рассматривает электродвигатель в двух частях: обмотки и сердечник с корпусом. В конце приведены расчет параметров эквивалентной схемы замещения на примере конкретного электродвигателя и результаты его моделирования.

Ключевые слова

асинхронный электродвигатель, математическая модель, схема замещения асинхронного электродвигателя, термодинамическая модель, компьютерное моделирование

Для цитирования

Бирюков А.Э. Математическая модель асинхронного электродвигателя с учетом насыщения и нагрева / А.Э. Бирюков, Д.Г. Сорокин // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2023. № 3(79). С. 58–76. DOI 10.26731/1813-9108.2023.3(79).58-76.

Информация о статье

поступила в редакцию: 30.08.2023 г.; поступила после рецензирования: 27.09.2023 г.; принята к публикации: 27.09.2023 г.

Mathematical model of an induction machine with consideration of saturation and heating

A.E. Biryukov✉, D.G. Sorokin

LTD «Sinara Algorithm», Moscow, the Russian Federation

✉BirukovAE@sinara-group.com

Abstract

The article discusses the methodology of development of a mathematical model of an asynchronous electric motor. The analysis of some disadvantages of such models, based on an equivalent T-shaped circuit scheme, is carried out. Among these are not always applicable interface variables (input signals), as well as neglect for core magnetization and losses in steel. Dealing with these drawbacks significantly expands the application area of the models considered allowing, in particular, to use them in asynchronous drive control systems based on a sensorless control method. This approach includes no physical sensors of temperature and rotor speed, the signals from which are calculated by indirect parameters. In this regard, it is necessary to take into account nonlinear processes, which increases the accuracy of the calculation. It is shown that among the existing methods of considering of the magnetization, the method of static inductances is preferable. It represents the mutual inductance between the stator and the rotor as a dependency on magnetizing current. The introduction of this dependence will not make the model nonlinear, but it gives a more correct calculation with a minimum of additional parameters. At the same time, losses in steel are accounted for by introducing an active resistance in

parallel to the magnetization circuit. This paper provides a detailed description of the development of the model with a theoretical justification for the use of certain assumptions and equations. The input variables of the model are limited by three phase voltages, the speed of rotation of the rotor and the temperature of the outside air. This set can be considered the minimum necessary for using the model as part of a frequency asynchronous drive control system. Such control systems are most sensitive to the resistance of the stator winding of the electric motor. Therefore, a method for calculating its temperature is proposed based on a two-mass model that considers an electric motor in the form of two parts: windings and a core with a casing. At the end of the work, the calculation of the parameters of the equivalent substitution circuit is given on the example of a specific electric motor with the results of its modeling.

Keywords

induction machine, mathematical model, equivalent circuit scheme of induction machine, thermodynamic model, computer modeling

For citation

Biryukov A.E., Sorokin D.G. Matematicheskaya model' asinkhronnogo elektrodvigatelya s uchetoм nasyshcheniya i nagreva [Mathematical model of an induction machine with consideration of saturation and heating]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemy analiz. Modelirovanie* [Modern Technologies. System Analysis. Modeling], 2023, no. 3(79), pp. 58–76. DOI: 10.26731/1813-9108.2023.3(79).58-76.

Article info

Received: August 30, 2023; Revised: September 27, 2023; Accepted: September 27, 2023.

Введение

Объектом исследования является асинхронный электродвигатель с короткозамкнутым ротором. Он получил широкое распространение в отрасли железнодорожной техники благодаря своим характеристикам [1–3]. К его основным достоинствам относятся:

- достижение номинальной мощности на широком диапазоне скоростей;
- высокое отношение мощности к габаритам электродвигателя;
- низкое содержание дорогостоящих и экологически вредных материалов;
- относительно низкая стоимость сервисного обслуживания [1].

Также данный тип электродвигателей отличается высокой надежностью. Это обусловлено отсутствием механического контакта между статором и ротором, что исключает трение.

Создание математической модели асинхронного электродвигателя (ММАЭД) требуется для совершенно разных целей. Наиболее часто она используется при разработке систем управления частотным приводом. Модели также выступают в качестве объекта виртуального тестирования [4, 5], либо в самом составе системы управления [6, 7]. Например, для расчета скорости вращения ротора и температуры для бездатчикового типа управления. Кроме того, ММАЭД встречаются при анализе неисправностей [8–10]. Описанные выше варианты применения ММАЭД относятся к одномерному моделированию. Под одномерной моделью понимается такая модель, параметры которой зависят только от одной переменной. Как правило,

этой переменной выступает время, и такую модель называют динамической.

С развитием технологий появляются все более комплексные и уникальные модели под специфические задачи [11, 12]. При разработке самого асинхронного электродвигателя чаще используют трехмерные модели, основанные на методах конечных элементов или конечных объемов. В первом случае исследуются электромагнитные и механические процессы, а также тепловые потери. Во втором случае исследуется теплообмен при вынужденном конвективном охлаждении. Однако подобные модели не рассматриваются в рамках этой статьи.

Как было сказано ранее, ММАЭД широко применяется при разработке управляемых частотных приводов. Корректность их работы чувствительна к ряду параметров, в частности к скорости вращения ротора асинхронного электродвигателя и сопротивлению его статорной обмотки. Они легко могут быть найдены при наличии датчика частоты вращения ротора (или скорости подвижного состава при известном передаточном отношении) и температуры. Однако не всегда возможно установить соответствующие датчики. В этом случае рассчитать приблизительное значение возможно при помощи ММАЭД на основе косвенных сигналов (линейные напряжения, токи и др.) [4, 13]. Целью статьи является разработка ММАЭД, осуществляющей расчет температуры статорной обмотки и скорости вращения ротора.

Множество моделей создано на данный момент по одному подобию, поэтому они имеют схожие недостатки. К ним можно отнести не

всегда применимые интерфейсные переменные (входные сигналы), представление целого двигателя в виде однородного тела для расчета температуры, а также пренебрежение потерями в стали и намагничиванием стали сердечника.

Для учета намагниченности широко используются два метода: статических индуктивностей и динамических индуктивностей [13]. В первом случае индуктивности рассеяния статора и ротора считаются постоянными, в то время как насыщение магнитопровода проявляется в изменении коэффициента взаимной индукции от тока намагничивания. Такая модель на самом деле остается линейной обобщенной моделью электрической машины, но с переменной индуктивностью. Второй подход является более сложным и применяется реже, однако анализ показывает близость результатов подходов [14].

Потери в стали складываются из потерь на гистерезис и потерь на вихревые токи. Для их расчета используются следующие методы:

- введение двух контуров вихревых токов (дополнительные два контура, помимо статора и ротора);
- введение в систему уравнений Парка – Горева угла потерь;
- введение дополнительных сопротивлений параллельно или последовательно цепи намагничивания;
- введение коэффициентов потерь на гистерезис и потерь на вихревые токи;
- введение активно-индуктивной нагрузки параллельно цепи намагничивания.

Каждый из подходов требует расчета значений дополнительных параметров.

Перечисленные методики учета намагничивания стали сердечника и потерь в них являются достаточно сложными, что ограничивает их практическое применение. Однако наименее трудоемкими могут считаться метод статических индуктивностей и метод введения сопротивления потерь в стали параллельно цепи намагничивания эквивалентной Т-образной схемы замещения. Они позволяют добиться большей точности и требуют расчета минимум дополнительных параметров.

Разработка математической модели

Математическое описание асинхронного электродвигателя основано на анализе эквивалентной схемы замещения (рис. 1) [6, 15].

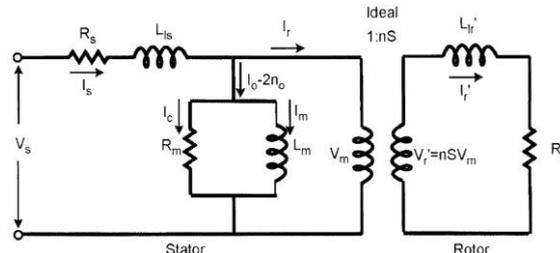


Рис. 1. Эквивалентная схема замещения одной фазы асинхронного электродвигателя

Fig. 1. Equivalent replacement circuit scheme of one phase of an asynchronous electric motor

Поскольку ротор вращается с некоторой частотой, вторичная обмотка трансформатора (см. рис. 1) также вращается в пространстве. Из-за этого в обмотке ротора ток возбуждается на частоте скольжения. Чтобы обойти ограничение расчета точной величины скольжения, эта схема модифицируется (рис. 2). На ней ротор приведен к обмотке статора без использования трансформатора.

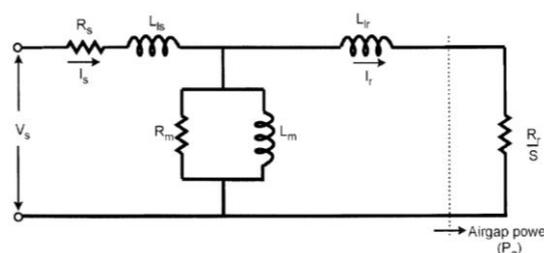


Рис. 2. Эквивалентная схема замещения, приведенная к статору

Fig. 2. Equivalent replacement circuit scheme with respect to the stator

На рис. 2 используются следующие переменные: L_{ls} – индуктивность рассеяния статора; R_r – сопротивление ротора; L_{lr} – индуктивность рассеяния ротора; R_m – сопротивление стали; L_m – индуктивность намагничивания; s – скольжение. Для того чтобы их определить, нужно воспользоваться исходными данными на электродвигатель (табл. 1) и одним из алгоритмов расчета [16, 17].

В качестве объекта моделирования был выбран электродвигатель серии АИР. Двигатели из этой серии предназначены для привода машин и механизмов общепромышленного назначения. Для работы в составе частотно-регулируемого привода выпускаются двигатели серии АЧДР, однако их характеристики близки к двигателям серии АИР (табл. 1). На последние можно найти

Таблица 1. Сравнение технических характеристик электродвигателей серии АИР и АЧДР
Table 1. Comparison of technical characteristics of electric motors of AIR and ACHDR series

Наименование характеристики Characteristic name	Серия двигателя Engine series	
	АИР	АЧДР
Высота осей вращения, мм Height of rotation axes, mm	50–355	56–355
Диапазон мощности, кВт Power range, kW	0,19–315	0,18–250
Синхронная частота вращения, об./мин. Synchronous rotation speed, rpm	750, 1 000, 1 500, 3 000	750, 1 000, 1 500, 3 000
Номинальное напряжение, В Rated voltage, V	220/380, 380/660, 220, 380, 660	380
КПД, % Efficiency, %	53–94,5	Нет данных
Коэффициент мощности, о.е. Power factor, p.u.	0,61–0,93	0,6–0,93
Исполнение Execution	Открытые, защищенные, закрытые, обдуваемые, продуваемые Open, protected, closed, ventilated, purged	Защищенные, закрытые, обдуваемые Protected, closed, ventilated

достоверную информацию о технических данных и габаритных размерах [18].

Математическую модель электродвигателя можно условно разделить на две структурные части. В одной производится расчет электрических параметров: напряжения, токов, потокосцепления, потоков и др., в другой – расчет тепловых параметров: температуры, теплового потока и др.

Характеристики выбранного электродвигателя приведены в табл. 2.

Анализ работы тягового электродвигателя (ТЭД) проще проводить во вращающейся системе координат (d, q), привязанной к полю ротора либо самому ротору. Тогда уравнения, описывающие напряжения в статоре и роторе по каж-

дой из осей, выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} V_{sd} = I_{sd}R_s + \frac{d\Psi_{sd}}{dt} - \omega_e \Psi_{sq}; \\ V_{sq} = I_{sq}R_s + \frac{d\Psi_{sq}}{dt} - \omega_e \Psi_{sd}; \\ 0 = I_{rd}R_r + \frac{d\Psi_{rd}}{dt} - (\omega_e - \omega_r)\Psi_{rq}; \\ 0 = I_{rq}R_r + \frac{d\Psi_{rq}}{dt} - (\omega_e - \omega_r)\Psi_{rd}, \end{cases}$$

где V_{sd} и V_{sq} – проекции входного напряжения статора на ось d и q соответственно; I_{sd} и I_{sq} – проекции тока ветви статора на ось d и q ; Ψ_{sd} и Ψ_{sq} – проекции потокосцепления статора на ось d и q ; ω_e – скорость вращения выбранной системы координат; I_{rd} и I_{rq} – проекции тока ротора на ось d и q ; Ψ_{rd} и Ψ_{rq} – проекции потокос-

Таблица 2. Характеристики выбранного для виртуального моделирования электродвигателя
Table 2. Characteristics of the chosen for virtual modelling electric motor

Параметр Parameter	Значение Value
Тип электродвигателя Engine type	АИР180М6
Номинальная мощность, кВт Rated power, kW	18,5
Номинальная частота вращения, об. / мин Rated rotation speed, rpm	975
КПД, % Efficiency, %	90
Коэффициент мощности, о.е. Power factor, p.u	0,85
Номинальный ток при напряжении питания 380 В, А Rated current at supply voltage 380 V, A	37
Номинальный момент, Н·м Nominal moment, N·m	182
Кратность пускового момента, о.е. Multiplicity of starting torque, p.u.	2
Кратность пускового тока, о.е. Multiplicity of starting current, p.u.	6,5
Кратность максимального момента, о.е. Maximum torque multiplicity, p.u.	2,7
Динамический момент инерции ротора, кг·м ² Dynamic moment of inertia of the rotor, kg·m ²	0,24
Масса электродвигателя, кг Electric motor mass, kg	180
Длина электродвигателя, м Electric motor length, m	0,57
Диаметр электродвигателя, м Electric motor diameter, m	0,375

цепления ротора на ось d и q ; ω_r – скорость вращения ротора.

Вектор вращающегося поля намагничивания вращается коллинеарно вращающемуся вектору тока намагничивания [19], который получается векторным сложением векторов тока статора и ротора (рис. 3). Во время работы асинхронного двигателя все векторы вращаются в плоскости поперечного сечения асинхронного двигателя вокруг оси вращения ротора. В установившемся режиме (при неизменной скорости и моменте нагрузки) амплитуды, фазовые сдвиги и скорости всех векторов состояний остаются постоянными. В динамике во время переходных процессов амплитуды векторов состояний и фазовые сдвиги между ними меняются.

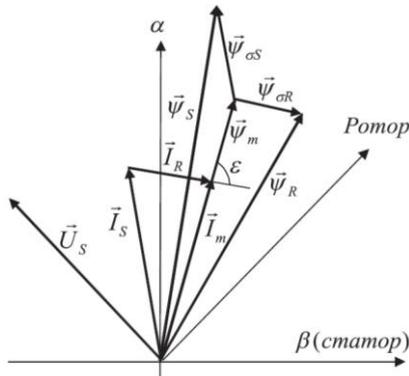


Рис. 3. Связь между токами и потокосцеплениями асинхронного электродвигателя
Fig. 3. Relation between current and flux linkages of an asynchronous motor

Как было сказано ранее, потери в стали будут заданы при помощи введения дополнительного активного сопротивления параллельно цепи намагничивания (рис. 4). Данный подход требует расчета только одного сосредоточенного параметра: сопротивления стали. Это возможно сделать по результатам экспериментов или методике расчета параметров эквивалентной схемы замещения. В этом случае сумма векторов тока статора и ротора равна сумме векторов тока намагничивания и потерь в стали (см. рис. 1). Их соотношение легко определить через отношение импедансов при параллельном соединении сопротивлений:

$$\begin{cases} I_f Z_f = I_m Z_m; \\ Z_f = R_f; \\ Z_m = 2\pi f_V \cdot L_m, \end{cases}$$

где Z_f – полное сопротивление железа сердечника; Z_m – полное сопротивление намагничивания; R_f – активное сопротивление стали; f_V – основная частота напряжения питания.

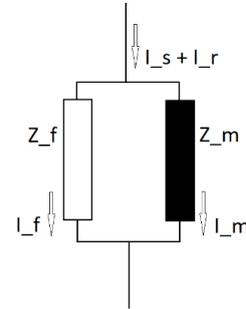


Рис. 4. Распределение токов намагничивания и потерь в стали
Fig. 4. Distribution of magnetizing and loss currents in steel

Связь между проекциями вращающегося вектора тока намагничивания и потокосцеплениями обеспечивается коэффициентами индуктивности (см. рис. 3):

$$\begin{cases} \vec{I}_m = \vec{I}_s + \vec{I}_r - \vec{I}_f; \\ \vec{\Psi}_s = \vec{\Psi}_m + \vec{\Psi}_{\sigma s}; \\ \vec{\Psi}_r = \vec{\Psi}_m + \vec{\Psi}_{\sigma r}; \\ \vec{\Psi}_m = L_m \vec{I}_m; \\ \vec{\Psi}_{\sigma s} = L_{\sigma s} \vec{I}_s; \\ \vec{\Psi}_{\sigma r} = L_{\sigma r} \vec{I}_r; \\ \vec{M} = \frac{3}{2} p \cdot \vec{I}_r \times \vec{\Psi}_m, \end{cases}$$

где \vec{I}_m – вектор тока намагничивания; \vec{I}_s – вектор тока статора; \vec{I}_r – вектор тока ротора; \vec{I}_f – вектор тока стали; $\vec{\Psi}_s$ – вектор потокосцепления статора; $\vec{\Psi}_m$ – вектор потокосцепления намагничивания; $\vec{\Psi}_{\sigma s}$ – вектор потока рассеяния статора; $\vec{\Psi}_r$ – вектор потокосцепления ротора; $\vec{\Psi}_{\sigma r}$ – вектор потока рассеяния ротора; \vec{M} – электромагнитный момент.

Следует обратить внимание, что в последней формуле используется векторное произведение векторов тока ротора и потокосцепления намагничивания. Направление момента перпендикулярно им.

Для построения модели электродвигателя используется следующая система уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_{sd} = \int \left[V_{sd} - \frac{\Psi_{sd} - \Psi_{md}}{L_{s\sigma}} R_s + \omega_e \Psi_{sq} \right]; \\ \Psi_{sq} = \int \left[V_{sq} - \frac{\Psi_{sq} - \Psi_{mq}}{L_{s\sigma}} R_s + \omega_e \Psi_{sd} \right]; \\ \Psi_{rd} = \int \left[-\frac{\Psi_{rd} - \Psi_{md}}{L_{r\sigma}} R_r + (\omega_e - \omega_r) \Psi_{rq} \right]; \\ \Psi_{rq} = \int \left[-\frac{\Psi_{rq} - \Psi_{mq}}{L_{r\sigma}} R_r - (\omega_e - \omega_r) \Psi_{rd} \right]; \\ \Psi_{md} = \frac{1}{\frac{1}{L_m} + \frac{1}{L_{s\sigma}} + \frac{1}{L_{r\sigma}}} \left(\frac{\Psi_{sd}}{L_{s\sigma}} + \frac{\Psi_{rd}}{L_{r\sigma}} - I_{fd} \right); \\ \Psi_{mq} = \frac{1}{\frac{1}{L_m} + \frac{1}{L_{s\sigma}} + \frac{1}{L_{r\sigma}}} \left(\frac{\Psi_{sq}}{L_{s\sigma}} + \frac{\Psi_{rq}}{L_{r\sigma}} - I_{fq} \right); \\ I_{sd} = \frac{\Psi_{sd} - \Psi_{md}}{L_{s\sigma}}; \\ I_{sq} = \frac{\Psi_{sq} - \Psi_{mq}}{L_{s\sigma}}; \\ I_{rd} = \frac{\Psi_{rd} - \Psi_{md}}{L_{r\sigma}}; \\ I_{rq} = \frac{\Psi_{rq} - \Psi_{mq}}{L_{r\sigma}}; \\ I_{md} = \frac{I_{sd} + I_{rd}}{1 + \frac{\omega_e L_m}{R_f}}; \\ I_{mq} = \frac{I_{sq} + I_{rq}}{1 + \frac{\omega_e L_m}{R_f}}; \\ I_{fd} = \frac{I_{sd} + I_{rd}}{1 + \frac{R_f}{\omega_e L_m}}; \\ I_{fq} = \frac{I_{sq} + I_{rq}}{1 + \frac{R_f}{\omega_e L_m}}; \\ M = \frac{3}{2} p \cdot (I_{sq} \Psi_{sd} - I_{sd} \Psi_{sq}), \end{array} \right.$$

где Ψ_{md} и Ψ_{mq} – проекции потокосцепления намагничивания на ось d и q ; I_{fd} и I_{fq} – проекции тока потерь в стали на ось d и q ; I_{md} и I_{mq} – проекции тока намагничивания на ось d и q .

На рис. 5–12 приведены структурные схемы блоков-функций, осуществляющих вычисление переменных из уже представленной системы уравнений. Для параметризации модели были введены следующие обозначения:

- префиксы `conIm` и `callm` обозначают параметры электродвигателя;
- префиксы `varIm` обозначают переменные, связанные с электродвигателем.

Далее идет именование самого параметра или переменной в соответствии с введенными ранее обозначениями.

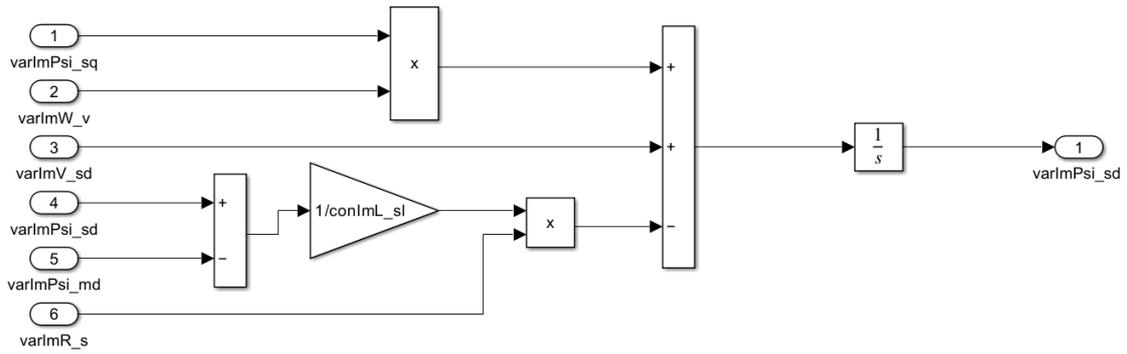
Уравнения для нахождения проекций тока намагничивания требуются для включения зависимости взаимной индукции от тока намагничивания:

$$L_m = f\left(\sqrt{I_{md}^2 + I_{mq}^2}\right).$$

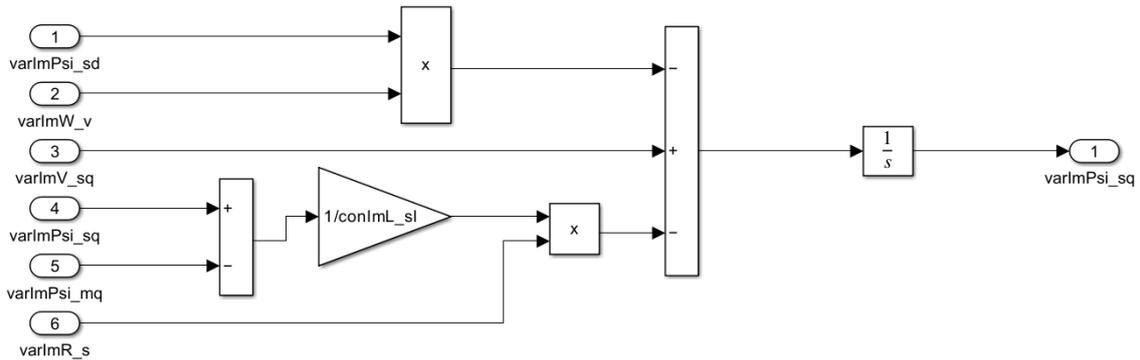
Использование подобной зависимости относится к методу статических индуктивностей, который упоминался ранее. Характерный вид зависимости взаимной индукции от тока намагничивания приведен на рис. 13.

Здесь $|\tilde{\Psi}_m|$ – амплитуда потокосцепления намагничивания; L'_m – переменная взаимной индукции асинхронного электродвигателя.

Как видно, взаимная индукция уменьшается с ростом тока намагничивания. При допущении, что форма кривой взаимной индукции близка для двигателей с разными характеристиками, ее удобнее задать как нормированную функцию. Это значит, что при низком токе намагничивания функция возвращает максимальное значение – единицу, которое на выходе из функции умножается на значение взаимной индукции, рассчитанное для конкретного электродвигателя (рис. 14).



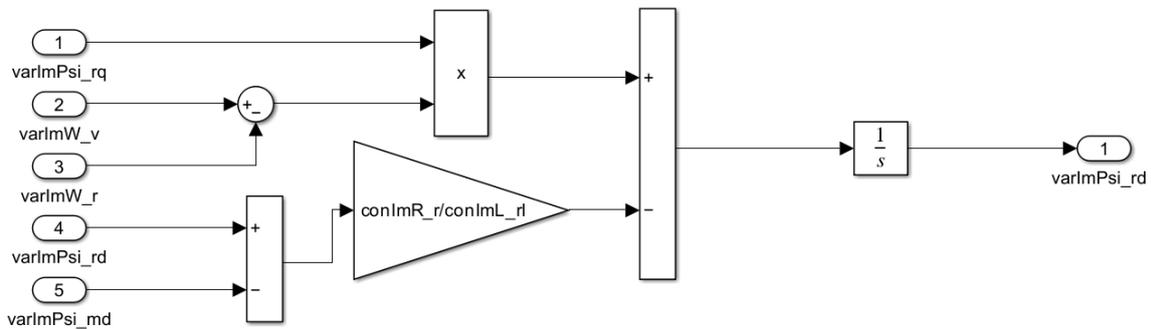
a



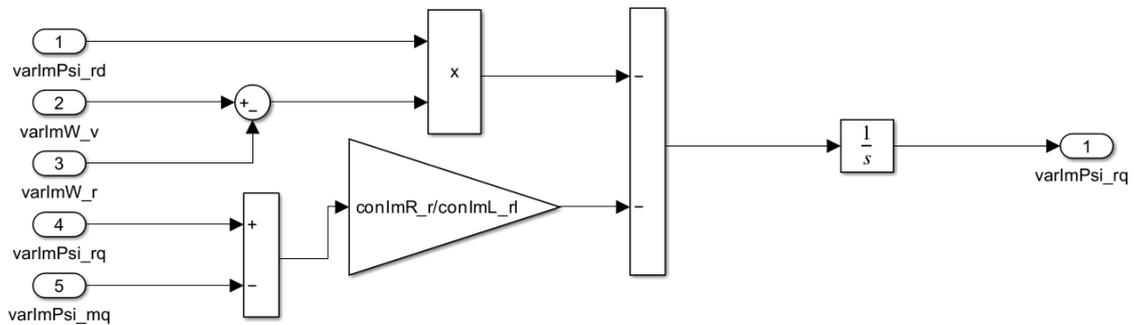
b

Рис. 5. Функция вычисления проекции потокосцепления статора на ось d (a) и q (б)

Fig. 5. Function of calculating the projection of the stator's flux linkage onto the d (a) q (b) axis



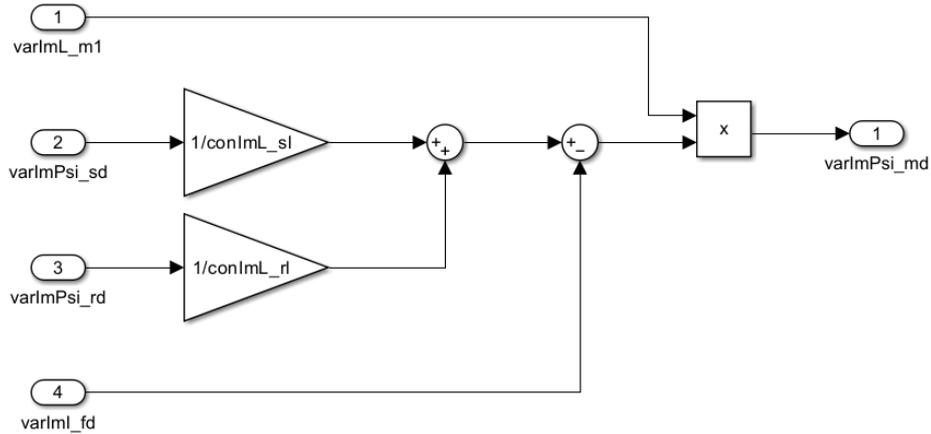
a



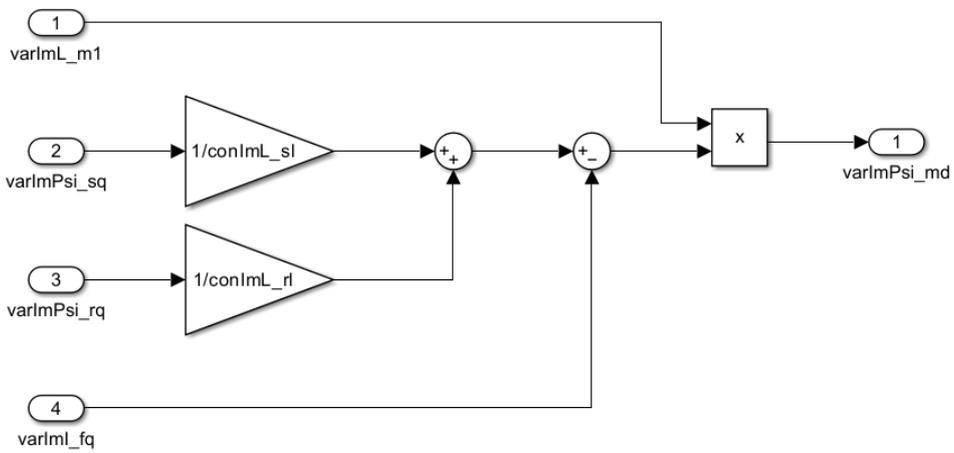
b

Рис. 6. Функция вычисления проекции потокосцепления ротора на ось d (a) и q (б)

Fig. 6. Function of calculating the projection of the rotor's flux linkage onto the d (a) q (b) axis

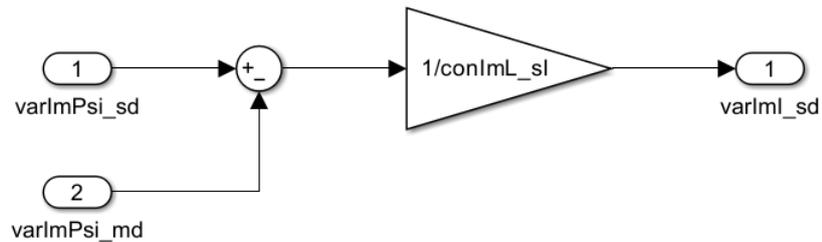


a

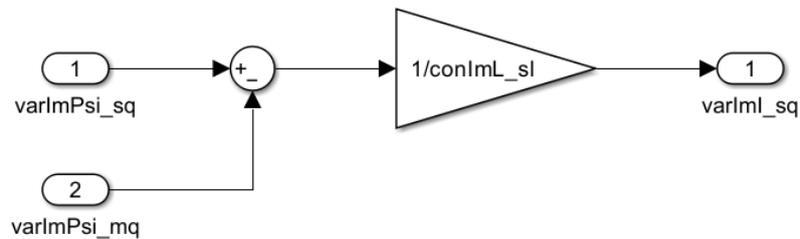


b

Рис. 7. Функция вычисления проекции потокосцепления намагничивания на ось d (a) и q (б)
Fig. 7. Function of calculating the projection of the magnetizing flux linkage onto the d (a) q (b) axis



a



b

Рис. 8. Функция вычисления проекции тока статора на ось d (a) и q (б)
Fig. 8. Function of calculating the projection of the stator's current onto the d (a) q (b) axis

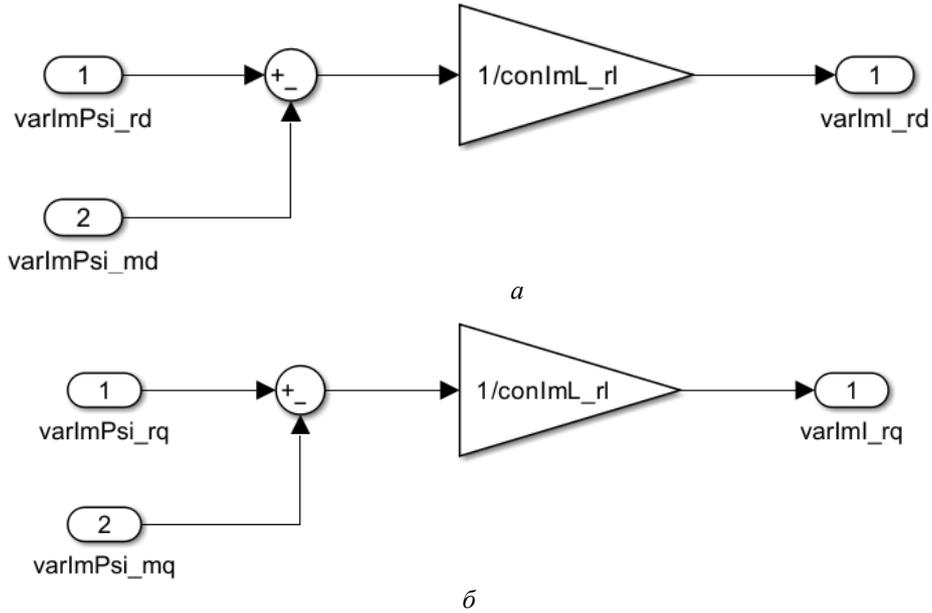


Рис. 9. Функция вычисления проекции тока ротора на ось d (а) и q (б)
Fig. 9. Function of calculating the projection of the rotor's current onto the d (а) q (б) axis

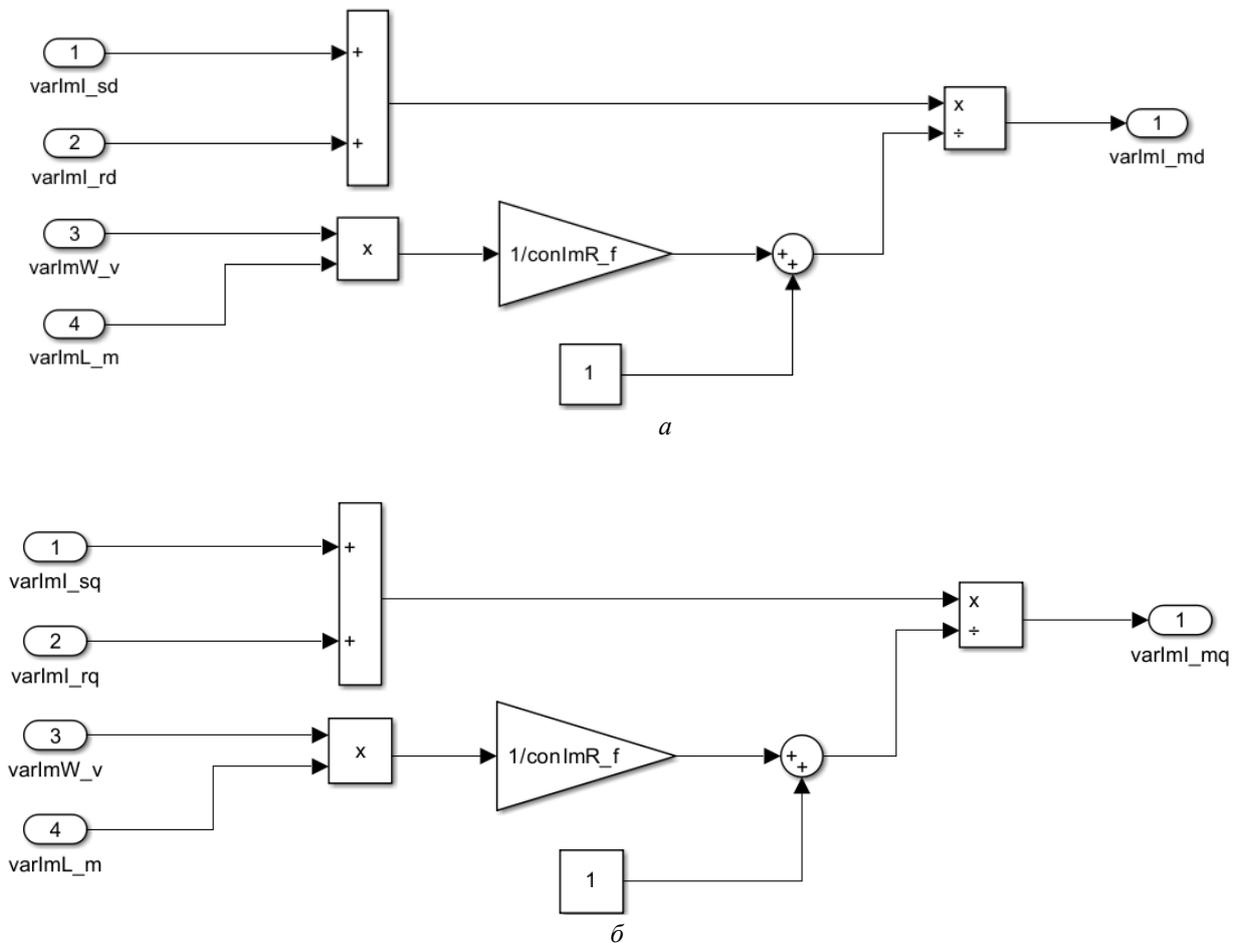


Рис. 10. Функция вычисления проекции тока намагничивания на ось d (а) и q (б)
Fig. 10. Function of calculating the projection of the magnetizing current onto the d (а) q (б) axis

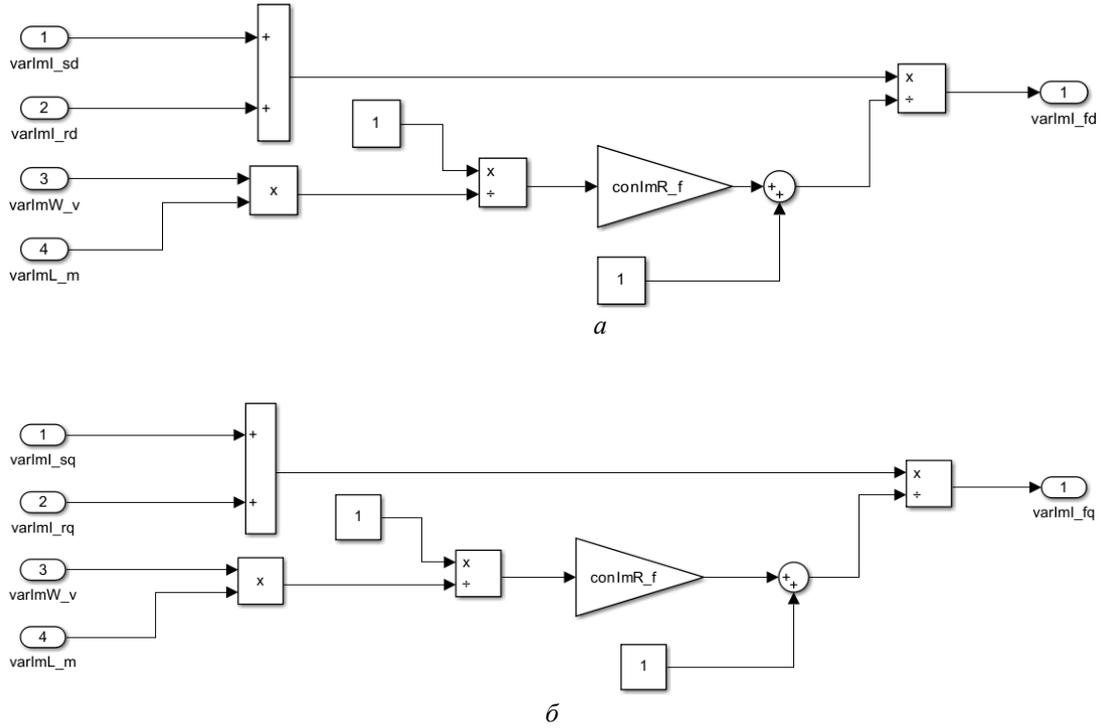


Рис. 11. Функция вычисления проекции тока потерь в стали на ось d (а) и q (б)
Fig. 11. Function of calculating the projection of the loss current onto the d (a) q (b) axis

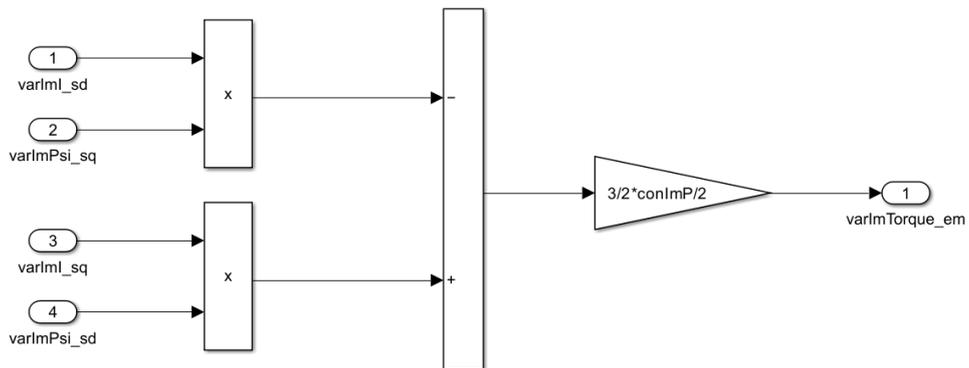


Рис. 12. Функция вычисления электромагнитного момента
Fig. 12. Function of calculating the electromagnetic torque

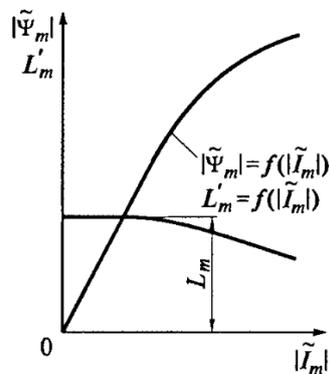


Рис. 13. Характеристика насыщения магнитной системы асинхронного двигателя
Fig. 13. Saturation curve of the magnetic system of an asynchronous motor

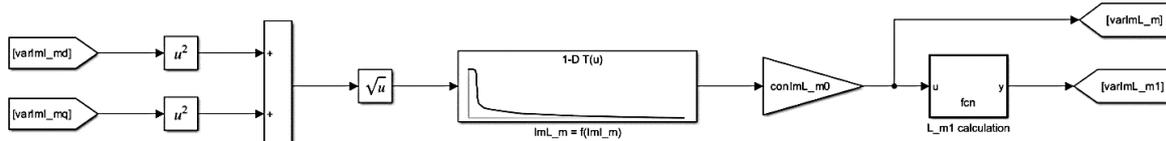


Рис. 14. Функция вычисления взаимоиндукции
Fig. 14. Function of calculating inter-induction

Характерный вид функции нормированной взаимоиндукции от тока намагничивания определяется маркой стали, используемой в сердечнике.

Также ММАЭД должна быть дополнена функцией расчета сопротивления статора, которое меняется в зависимости от температуры обмотки. Его значение передается в блоки-функции расчета потокосцепления статора (см. рис. 5). Для этого требуется корректно задать условия нагрева и охлаждения электродвигателя. Нагрев происходит из-за тепловых потерь при протекании тока через проводники (ток статора и ток ротора):

$$Q = Q_{\text{нагрев}} - Q_{\text{охлаждение}} = CM\Delta T,$$

где Q – общее количество теплоты; $Q_{\text{нагрев}}$ – теплота, полученная электродвигателем; $Q_{\text{охлаждение}}$ – теплота, отведенная от электродвигателя; C – удельная теплоемкость материала электродвигателя; M – масса электродвигателя; ΔT – изменение температуры электродвигателя.

Таким образом, можно рассчитать нагрев электродвигателя и узнать изменение сопротивления:

$$T = T_0 + \frac{1}{CM} \int (P_{\text{heat}} - P_{\text{cool}}) dt,$$

где T_0 – начальная температура; P_{heat} – мощность нагрева; P_{cool} – мощность охлаждения.

Для трехфазного электродвигателя со сбалансированными токами по всем трем фазам мощность нагрева по закону Джоуля – Ленца:

$$P_{\text{нагрев}} = 3 \left(|\vec{I}_S|^2 R_S + |\vec{I}_r|^2 R_r \right).$$

Температура внутри двигателя распределена неравномерно по толщине. В данной работе используется разбиение на две части:

- обмотка статора и ротор;
- сердечник статора и корпус.

Такое разбиение представляет электродвигатель в виде двух сосредоточенных масс с равномерной температурой во всем их объеме. Разбиение ТЭД на большее количество элементов даст более точный результат. Например, отдельно на ротор, воздушный зазор, обмотку статора и несколько колец сердечника ротора. В большинстве задач достаточно представления в виде всего одного элемента, однако рекомендуется отделять обмотку статора и ротора, поскольку их температура значительно влияет на адекватность работы системы управления из-за температурного коэффициента сопротивления.

Таким образом, используется три уравнения теплообмена:

- обмотка статора и ротор – получают теплоту из-за протекания тока;
- обмотка статора и ротор – передают теплоту сердечнику статора и корпусу;
- сердечник статора и корпус – отводят тепло во внешнюю среду.

Чтобы найти $|\vec{I}_S|$ и $|\vec{I}_r|$ достаточно произвести обратное преобразование Парка (рис. 15), поскольку ось двумерной системы координат

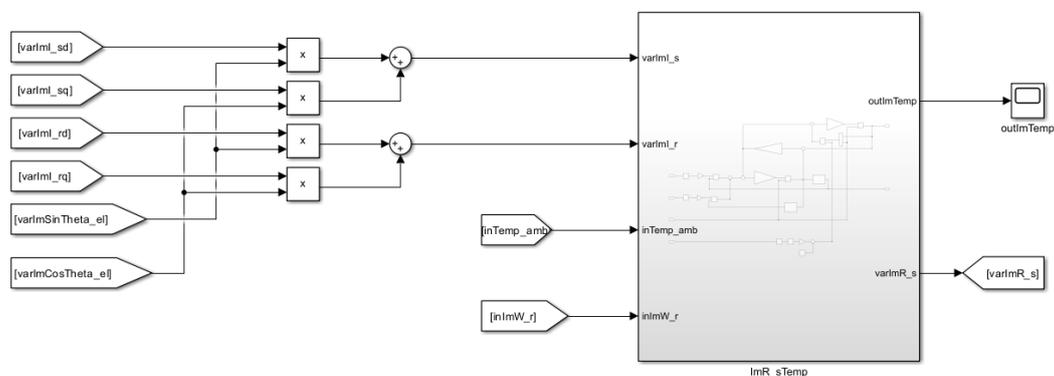


Рис. 15. Расчет фазного тока статора и ротора
Fig. 15. Calculating phase currents of the stator and rotor

нат совпадает с осью одной из трех фаз электродвигателя.

Поскольку значения токов не имеют мнимой части, достаточно возвести их в квадрат и умножить на число фаз для расчета суммы тепловыделения каждой из них. При этом мощность, отводимая от компонента «обмотка статора и ротор», рассчитывается по закону теплообмена Ньютона, как и мощность, отводимая в окружающую среду (рис. 16).

Коэффициент конвекции между корпусом ТЭД и окружающим воздухом, как правило, зависит от скорости вращения вала двигателя из-за наличия вентилятора принудительного охлаждения. Коэффициент может быть задан по следующей формуле:

$$\alpha_{conv} = 15 + 3\sqrt{|\omega_r|},$$

где α_{conv} – коэффициент теплоотдачи конвекцией.

Коэффициент теплоотдачи между обмоткой статора и ротором и сердечником статора и корпусом задан равным 150 Вт/(К · м²). При этом теплоемкость обмотки статора и ротора задана равной 400 Дж/(кг · К), а сердечника статора и корпуса – 450 Дж/(кг · К). Также следует обратить внимание на то, что на выходе блока-функции находится температура сердечника статора и корпуса.

Для расчета необходимых выходных переменных при помощи функций с рис. 5–12 требуется произвести перевод измеренных фазных напряжений из системы ABC в систему d–q (рис. 17) через известные преобразования Кларка – Парка.

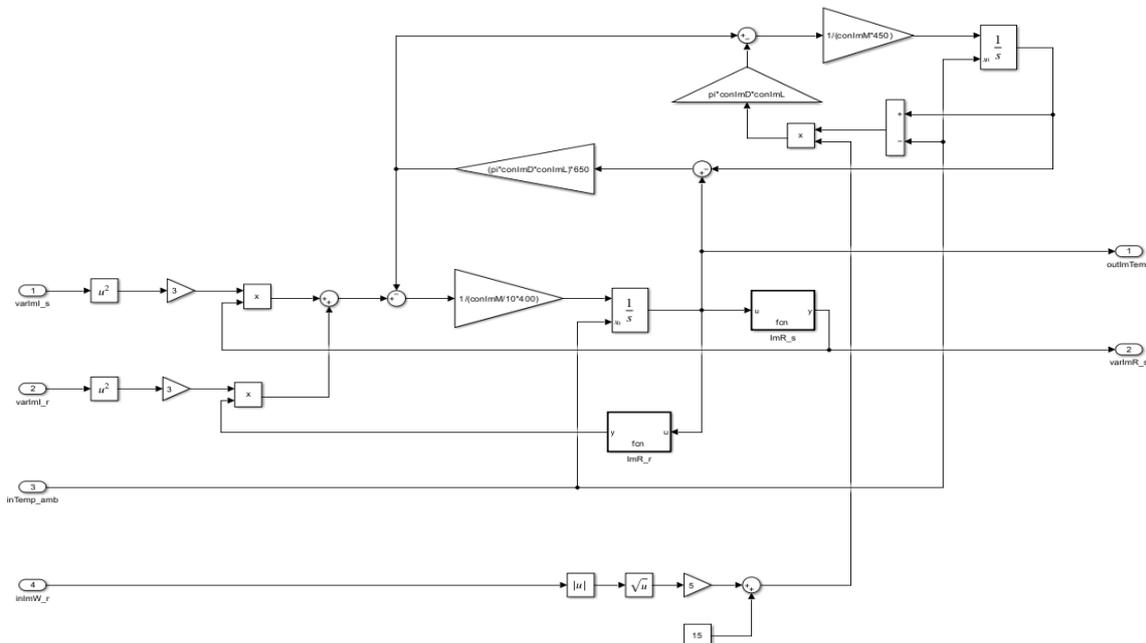


Рис. 16. Функция вычисления температуры корпуса и сопротивления обмотки статора

Fig. 16. Function of calculating the temperature of a casing and resistance of the stator's winding

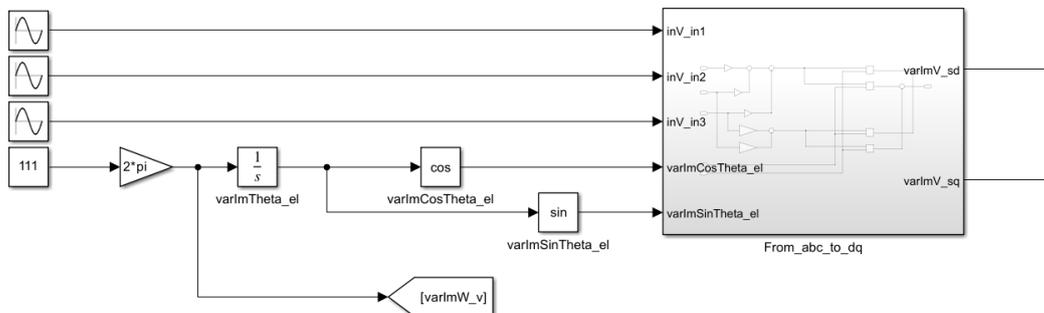


Рис. 17. Перевод фазных напряжений из системы ABC в систему d–q

Fig. 17. Converting voltages from a–b–c to d–q

Анализ множества статей и книг [2, 5, 7, 14] показал, что на вход ММАЭД приходит заранее известный сигнал частоты питающего напряжения. Зачастую информации о ее точном значении нет, например, при питании двигателя от частотного инвертора. В этом случае требуется дополнительная функция расчета частоты по известным сигналам напряжения. В случае питания электродвигателя чистым синусоидальным сигналом, алгоритм может быть основан на интервале времени пересечения средней точки напряже-

ния (рис. 18) либо для этого требуется отфильтровать сигнал напряжения фильтром низких частот для достижения синусоидальной формы с минимальным уровнем высокочастотных шумов.

Желтая линия показывает истинное значение частоты, а фиолетовая – рассчитанное. Имеется временная задержка, уменьшающаяся с ростом частоты.

Другим методом является расчет опережения частоты вращения поля частоты вращения ротора (рис. 19).

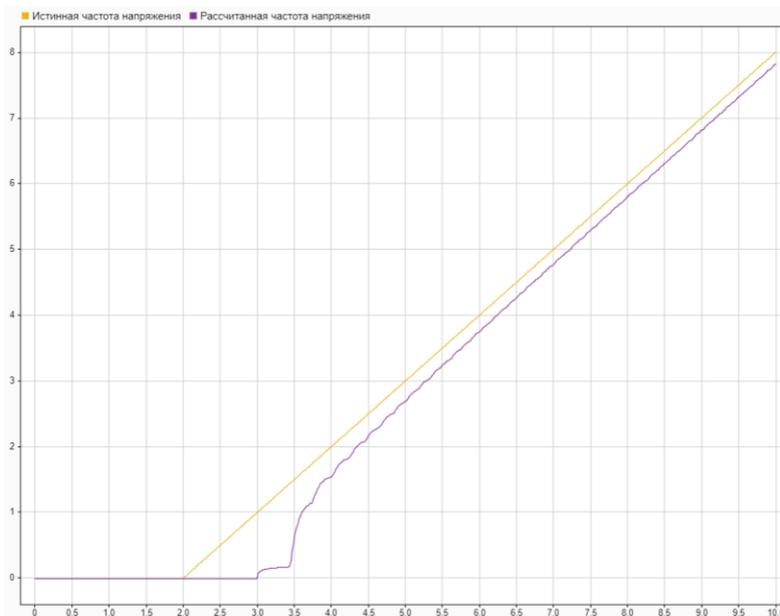


Рис. 18. Расчет частоты напряжения по пересечению нуля

Fig. 18. Calculation of voltage frequency by zero-crossing



Рис. 19. Расчет частоты напряжения по опережению поля

Fig. 19. Calculation of voltage frequency by field lead

Каждый из методов имеет недостатки, выраженные в задержке расчета реального значения. Однако не всегда есть информация о точном значении частоты, и использование подобных методов неизбежно. В этом случае рекомендуется использовать второй, который основан на формуле:

$$\omega_{el} - \omega_r = \Delta\omega = \frac{L_m T_{sq}}{\frac{T_r L_m}{T_r s + 1} I_{sd}},$$

где ω_{el} – скорость вращения поля статора; $\Delta\omega$ – разница между скоростью вращения поля статора и скоростью вращения ротора; $T_r = L_r / R_r$ – постоянная времени ротора; s – операторный вид производной.

Данное значение нужно прибавить к скорости вращения ротора (рад/сек) для нахождения частоты вращения поля.

Результаты моделирования

Для расчета параметров эквивалентной Т-образной схемы замещения по каталожным данным (см. табл. 2) была использована методика из [16]. Рассчитанные значения занесены в

табл. 3 и заданы в виде параметров математической модели.

Таблица 3. Параметры эквивалентной схемы замещения электродвигателя АИР180М6
Table 3. Parameters of equivalent circuit model of an electric motor AIR180M6

Параметр Parameter	Значение Volume
R_s , Ом	0,6402
R_r , Ом	0,1310
R_f , МОм	1,426
L_{ls} , мГн	1,2
L_{lr} , мГн	1,6
L_m , мГн	133,2

Для проверки соответствия техническим характеристикам была построена механическая характеристика электродвигателя с этими параметрами. На рис. 20 приведена зависимость момента от скорости вращения, а на рис. 21 – зависимость мощности на валу от скорости вращения.

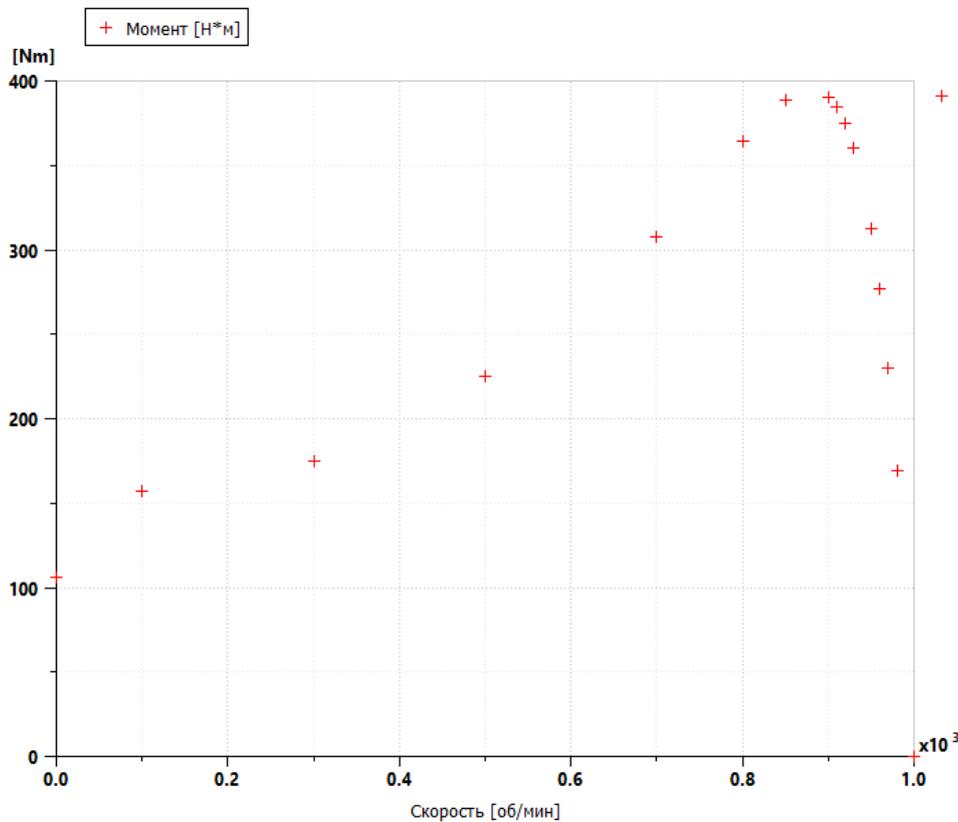


Рис. 20. Зависимость момента от скорости вращения
Fig. 20. Torque dependence on angular velocity

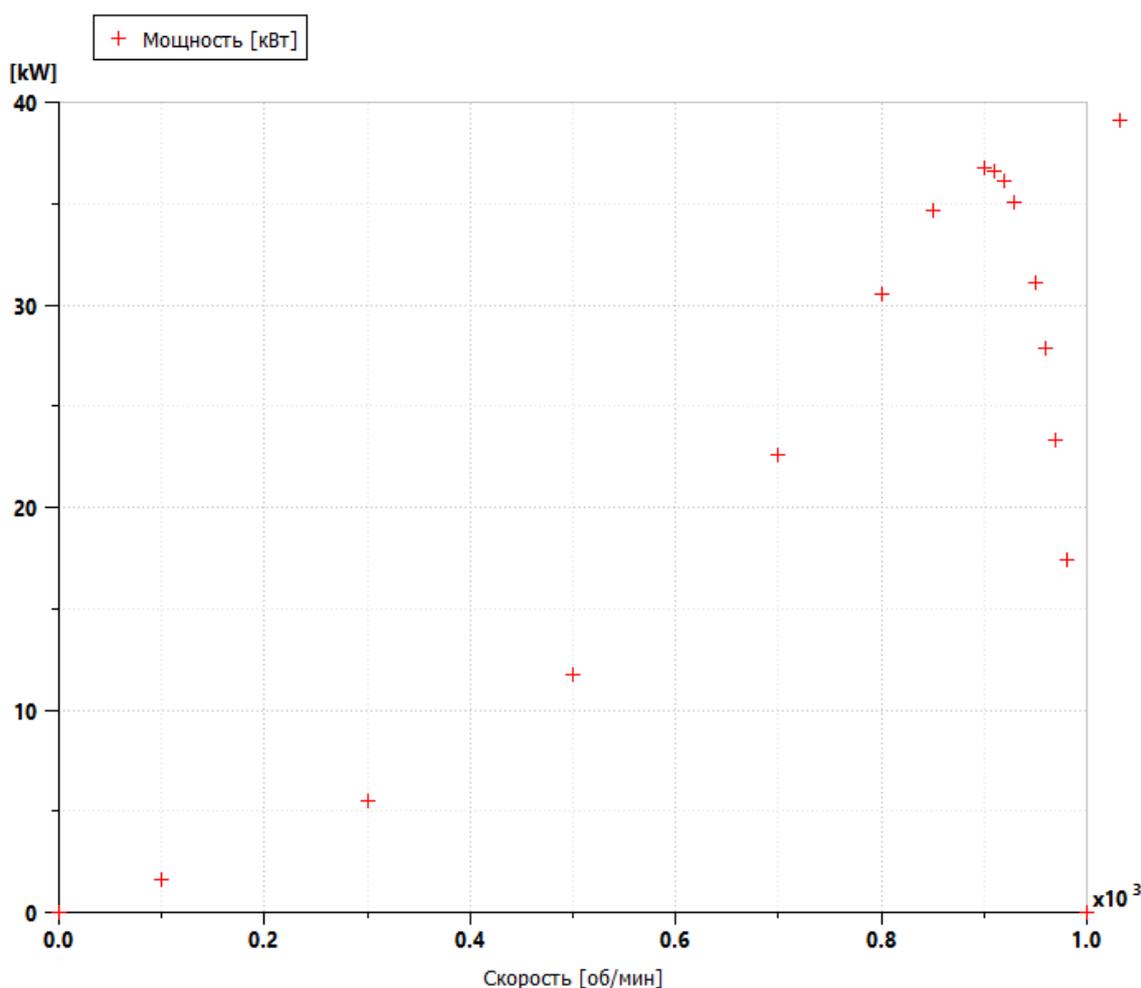


Рис. 21. Зависимость мощности от скорости вращения

Fig. 21. Power dependence on angular velocity

Видно, что на заявленной номинальной частоте достигается момент и мощность, незначительно завышенные по сравнению с заявленными (в пределах 10 %). Погрешность может быть уменьшена дополнительными итерациями алгоритма расчета параметров или изменением коэффициента β и не является критической для целей этой работы.

Расчет был проведен для 5 000 с виртуального времени. Входными сигналами являлись синусоидальное напряжение номинальной амплитуды и частоты (380 В, 50 Гц), номинальная скорость вращения (975 об./мин.) и нормальная температура окружающего воздуха (20 °С). Переменными для отображения были выбраны *рассчитанная частота питающего*

напряжения (рис. 22), *электромагнитный момент* (рис. 23), *температура обмотки и корпуса* (рис. 24) и *взаимоиндукция* (рис. 25).

Биения сигнала рассчитанной частоты не являются критическими, поскольку влияют в большей степени на реактивную составляющую сопротивления обмотки. Увеличение температуры обмотки статора приводит к росту ее активного сопротивления. Это предсказуемо проявляется в уменьшении момента, а также в увеличении взаимоиндукции (из-за снижения тока намагничивания). Несмотря на то, что двигатель не вышел полностью в установившийся режим работы, можно утверждать, что температура обмотки не превышает 90 °С, а температура корпуса – 80 °С.

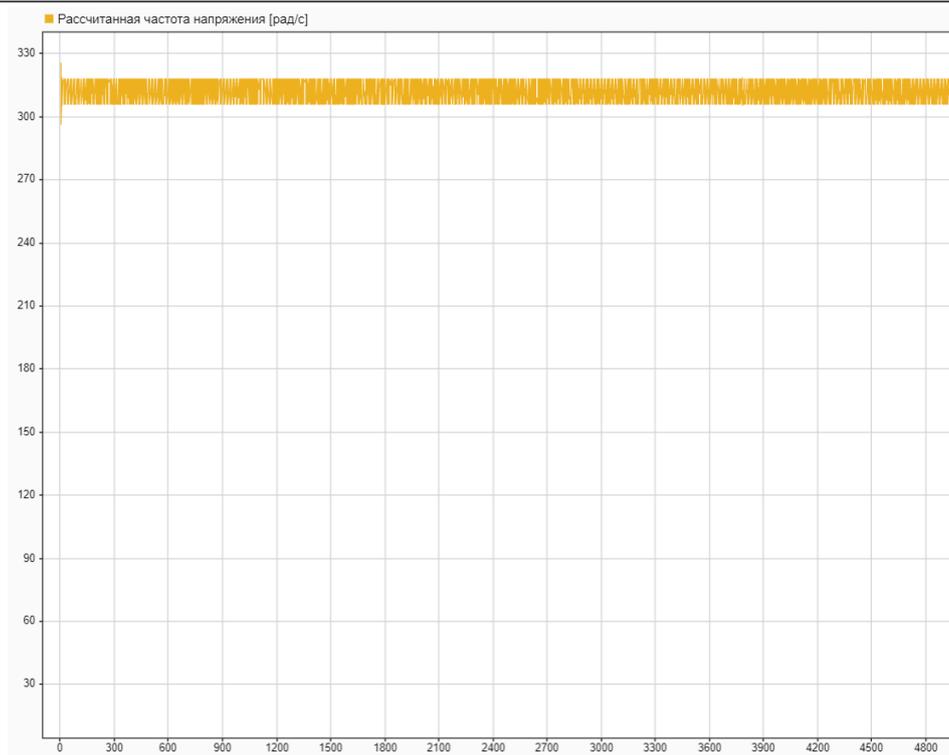


Рис. 22. Рассчитанная частота напряжения
Fig. 22. Calculated voltage frequency

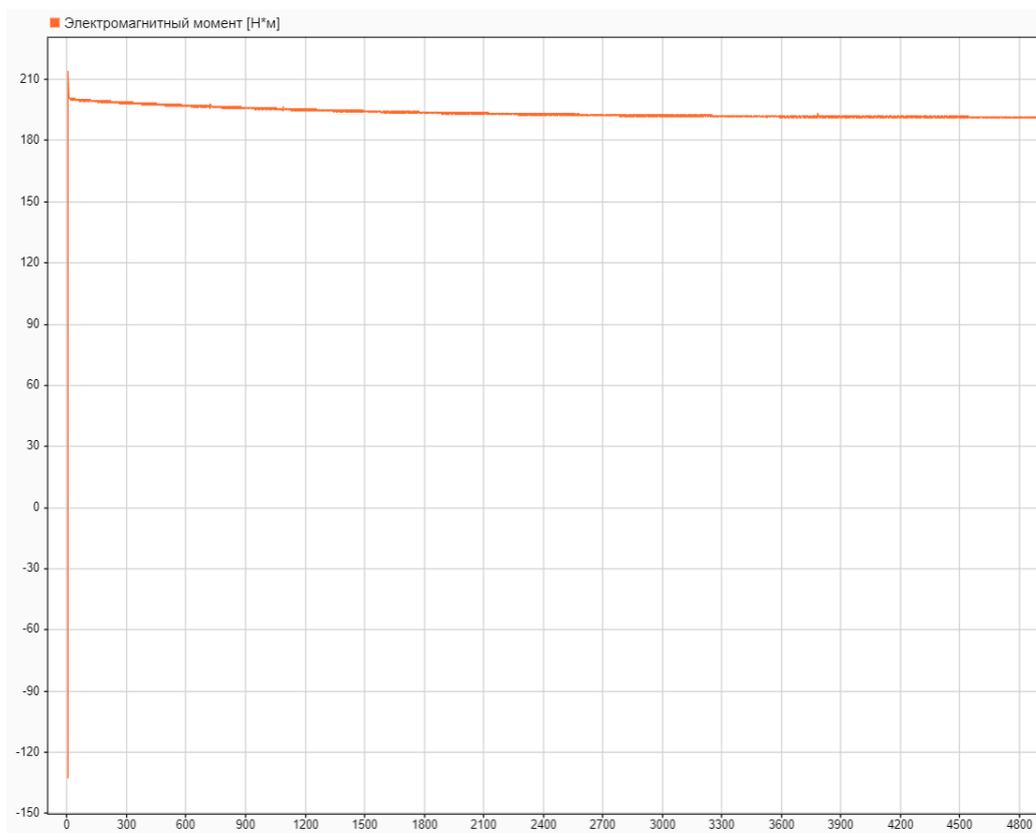


Рис. 23. Электромагнитный момент электродвигателя
Fig. 23. Electromagnetic torque of the electric motor

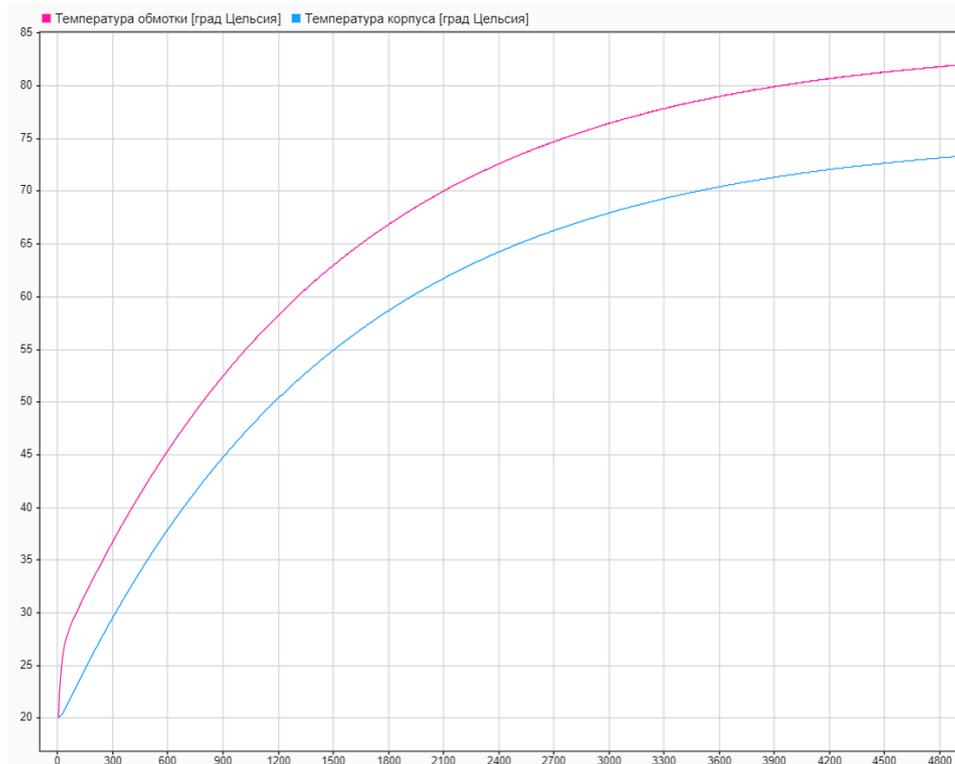


Рис. 24. Температура электродвигателя
Fig. 24. Temperature of the electric motor



Рис. 25. Взаимоиндукция электродвигателя
Fig. 25. Inter-induction of the electric motor

Заключение

В данной работе была разработана ММАЭД. Особенности, отличающими ее от большинства других моделей, являются учет намагничивания и потерь в стали, а также отсутствие обязательного сигнала частоты питающего напряжения. Это позволяет применять подобную модель в комплексных моделях частотных приводов, в которых используется широко-модулированное напряжение.

Данная ММАЭД также учитывает температурное изменение сопротивления обмотки статора. Вместо представления электродвигателя в

виде однородного тела, он был разделен на две части: *обмотка статора и ротор, сердечник статора и корпус*. Это позволяет более точно определять сопротивление статорной обмотки, что критично для систем управления, основанных на бездатчиковом методе.

Адекватность модели подтверждается достижением номинального момента с погрешностью менее 5 %, характерным изменением кривой электромагнитного момента и взаимоиנדукции.

Список литературы

1. Асинхронный тяговый привод локомотивов / А.А. Андрущенко, Ю.В. Бабков, А.А. Зарифьян и др. М. : УМЦ по образованию на ж.-д. трансп., 2014. 412 с.
2. Increasing the Performance of Electric Traction in the Long Term on the Next-Generation Technological Horizon / A.T. Burkov, A.N. Marikin, A.V. Mizintsev et al. // Russian Electrical Engineering. 2018. Vol. 89, № 10. P. 588–591.
3. Ronanki D., Singh S.A., Williamson S.S. Comprehensive Topological Overview of Rolling Stock Architectures and Recent Trends in Electric Railway Traction Systems // IEEE Transactions on Transportation Electrification. 2017. Vol. 3. Iss. 3. P. 724–738.
4. Blasco-Gimenez R. High Performance Sensorless Vector Control of Induction Motor Drives. Nottingham : University of Nottingham, 1995. 269 p. DOI :10.1109/TTE.2017.2703583.
5. Korkmaz F. Performance improvement of induction motor drives with model-based predictive torque control // Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences. 2020. Vol. 28. No 1. P. 525–539.
6. Bose B.K. Modern power electronics & AC drives. Upper Saddle River : Prentice Hall, 2002. 738 p.
7. Фролов Ю.М. Электрический привод. СПб. : Лань, 2021. 236 с.
8. Солодкий Е.М., Сальников С.В., Даденков Д.А. Диагностика межвиткового замыкания обмотки статора асинхронного двигателя на основе анализа траектории вращения вектора тока статора // Вестн. ПНИПУ. Электротехника, информационные технологии, системы управления. 2020. № 34. С. 114–127.
9. Вейнреб К. Диагностика неисправностей ротора асинхронного двигателя методом спектрального анализа токов статора // Электричество. 2012. № 7. С. 51–57.
10. Рогачев В.А. Диагностирование эксцентриситета ротора асинхронных электродвигателей по гармоническому составу тока статора : автореф. дис. ... канд. техн. наук. Новочеркасск, 2008. 19 с.
11. Киселев И.Г., Курилкин Д.Н., Шрайбер М.А. Тепловая модель асинхронного тягового электродвигателя тепловоза // Изв. Петербург. ун-та путей сообщ. 2021. Т. 18. № 4. С. 460–468.
12. Дорошенко И.В., Погуляев М.Н. Имитационная модель асинхронной машины с фазным ротором в MATLAB Simulink // Вестн. Гомел. гос. техн. ун-та им. П.О. Сухого. 2021. № 2 (85). С. 99–106.
13. Макаров В.Г. Асинхронный электропривод с оптимальными режимами работы. Казань : Казан. гос. технолог. ун-т, 2010. 299 с.
14. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. М. : Высш. шк., 2001. 327 с.
15. Ratnani Punit L., Thosar A.G. Mathematical Modelling of an 3 Phase Induction Motor Using MATLAB/Simulink // International journal of scientific research in science, engineering and technology. 2014. Vol. 4. Iss. 6. P. 137–141.
16. Шенделёв М.А. Асинхронный частотно-регулируемый электропривод испытательного стенда : магистер. дис. Томск, 2018. 138 с.
17. Усольцев А.А., Лукичев Д.В. Определение параметров модели асинхронного двигателя по справочным данным // Изв. высш. учеб. завед. Приборостроение. 2008. Т. 51, № 10. С. 35–41.
18. Лихачев В.Л. Электродвигатели асинхронные. М. : Солон-Р, 2002. 304 с.
19. Калачев Ю.Н. Векторное регулирование (заметки практика). М. : ЭФО, 2013. 72 с.

References

1. Andryushchenko A.A., Babkov Yu.V., Zarif'yan A.A., Kashnikov G.F., Kolpakhch'yan P.G., Perfil'ev K.S., Yanov V.P. Asinkhronnyi tyagovyi privod lokomotivov [Asynchronous traction drive of locomotives]. Moscow: UMTs ZhDT Publ., 2014. 412 p.
2. Burkov A.T., Marikin A.N., Mizintsev A.V., Seronov V.V. Increasing the Performance of Electric Traction in the Long Term on the Next-Generation Technological Horizon. *Russian Electrical Engineering*, 2018, vol. 89, no. 1, pp. 588–591.
3. Ronanki D., Singh S.A., Williamson S.S. Comprehensive Topological Overview of Rolling Stock Architectures and Recent Trends in Electric Railway Traction Systems. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 2017, vol. 3, iss. 3, pp. 724–738.
4. Blasco-Gimenez R. High Performance Sensorless Vector Control of Induction Motor Drives. Nottingham : University of Nottingham, 1995. 269 p.

5. Korkmaz F. Performance improvement of induction motor drives with model-based predictive torque control. *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, 2020, vol. 28, no 1, pp. 525–539.
6. Bose B.K. Modern power electronics & AC drives. Upper Saddle River : Prentice Hall, 2002. 738 p.
7. Frolov Yu.M. Elektricheskii privod [Electric drive]. Saint Petersburg: Lan' Publ., 2021. 236 p.
8. Solodkii E.M., Sal'nikov S.V., Dadenkov D.A. Diagnostika mezhvitkovogo zamykaniya obmotki statora asinkhronnogo dvigatelya na osnove analiza traektorii vrashcheniya vektora toka statora [Diagnostics of inter-turn closure of the stator winding of an asynchronous motor based on the analysis of the rotation trajectory of the stator current vector]. *Vestnik PNIPU. Elektrotehnika, informatsionnye tekhnologii, sistemy upravleniya* [Bulletin of Perm' National Research Polytechnic University. Electrical engineering, information technology, control systems], 2020, no. 34, pp. 114–127.
9. Veinreb K. Diagnostika neispravnosti rotora asinkhronnogo dvigatelya metodom spektral'nogo analiza tokov statora [Diagnostics of malfunctions of the rotor of an asynchronous motor by the method of spectral analysis of stator currents]. *Elektrichestvo* [Electricity], 2012, no. 7, pp. 51–57.
10. Rogachev V.A. Diagnostirovanie ekscentrisiteta rotora asinkhronnykh elektrodvigatelei po garmonicheskomu sostavu toka statora [Diagnosing the eccentricity of the rotor of asynchronous electric motors by the harmonic composition of the stator current]. Ph.D's thesis. Novocheboksak, 2008. 19 p.
11. Kiselev I.G., Kurilkin D.N., Shraiber M.A. Teplovaya model' asinkhronnogo tyagovogo elektrodvigateleya teplovoza [Thermal model of asynchronous traction electric motor of a diesel locomotive]. *Izvestiya Peterburgskogo universiteta putei soobshcheniya* [Bulletins of the Petersburg Transport University], 2021, vol. 18, no. 4, pp. 460–468.
12. Doroshchenko I.V., Pogulyaev M.N. Imitatsionnaya model' asinkhronnoi mashiny s faznym rotorom v MATLAB Simulink [Simulation model of asynchronous machine with phase rotor in MATLAB Simulink]. *Vestnik Gomel'skogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. P.O. Sukhogo* [Bulletin of Gomel State Technical University named after P.O. Sukhoi], 2021, no. 2(85), pp. 99–106.
13. Makarov V.G. Asinkhronnyi elektroprivod s optimal'nymi rezhimami raboty [Asynchronous electric drive with optimal operating modes]. Kazan': KGTU Publ., 2010. 299 p.
14. Kopylov I.P. Matematicheskoe modelirovanie elektricheskikh mashin [Mathematical modeling of electric machines]. Moscow: Vysshaya shkola Publ., 2001. 327 p.
15. Ratnani Punit L., Thosar A.G. Mathematical Modelling of an 3 Phase Induction Motor Using MATLAB/Simulink. *International journal of scientific research in science, engineering and technology*, 2014, vol. 4, iss. 6, pp 137–141.
16. Shendelev M.A. Asinkhronnyi chastotno-reguliruemiy elektroprivod ispytatel'nogo stenda [Asynchronous frequency-controlled electric drive of the test bench]. Master's thesis. Tomsk, 2018. 138 p.
17. Usol'tsev A.A., Lukichev D.V. Opredelenie parametrov modeli asinkhronnogo dvigatelya po spravochnym dannym [Determination of parameters of the asynchronous motor model according to reference data]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Priboroostroeniye* [Bulletins of higher educational organizations. Instrumentation], 2008, vol. 51, no. 10, pp. 35–41.
18. Likhachev V.L. Elektrodvigateley asinkhronnye [Asynchronous electric motors]. Moscow: SOLON-R Publ., 2002. 304 p.
19. Kalachev Yu.N. Vektornoe regulirovanie (zametki praktika) [Vector regulation (notes of practice)]. Moscow: EFO Publ., 2013. 72 p.

Информация об авторах

Бирюков Антон Эдуардович, инженер отдела математического моделирования и теоретических исследований, ООО «Синара Алгоритм», г. Москва; e-mail: BirukovAE@sinara-group.com.

Сорокин Дмитрий Геннадьевич, руководитель отдела математического моделирования и теоретических исследований, ООО «Синара Алгоритм», г. Москва; e-mail: SorokinDG@sinara-group.com.

Information about the authors

Anton E. Biryukov, Engineer of the Department of Mathematical Modelling and Research, LTD «Sinara Algorithm», Moscow; e-mail: BirukovAE@sinara-group.com.

Dmitrii G. Sorokin, Head of the Department of Mathematical Modelling and Research, LTD «Sinara Algorithm», Moscow; e-mail: SorokinDG@sinara-group.com.