

Анализ достоверности решения методом конечных элементов задачи расчета деталей на усталостную прочность при повторно-переменных напряжениях

Д. О. Маломыжев, А. А. Пыхалов✉

Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация

✉ pykhalov_aa@mail.ru

Резюме

В работе рассматривается анализ деталей подвижного состава железных дорог, подвергаемых воздействию как постоянных, так и переменных по времени, величине и знаку нагрузок, на усталостную прочность. Наиболее актуальным этот анализ является для несущих деталей механической части. В результате представленного воздействия в них появляются дефекты усталостной природы. Таким образом, наряду с анализом на предельную нагрузку деталей подвижного состава железных дорог, в виде напряженно-деформированного состояния и прочности, для изучения параметров их надежности и долговечности, необходимо проводить решение задач усталостной прочности. Наиболее эффективным подходом представленного изучения остается использование натуральных испытаний, с доводкой изделия для получения необходимых параметров его долговечности. Главной характеристикой испытаний является получение усталостных характеристик и численных значений предела выносливости. Однако, наряду с высокими временными и материальными затратами, главным недостатком испытаний является низкий уровень информативности в отношении точности определения полей напряжений в реальных деталях изделия. Для выхода на решение этой проблемы в работе рассматривается изучение возможности использования метода конечных элементов, как наиболее перспективного для изучения работы деталей в сборках конструкций несущих узлов подвижного состава железных дорог. Анализ достоверности численного решения метода конечных элементов в виде напряженно-деформированного состояния детали проводится в соответствии с известным аналитическим (полуэмпирическим) решением, представленным в литературе.

Ключевые слова

напряженно-деформированное состояние, усталостное разрушение, параметры надежности и долговечности, метод конечных элементов

Для цитирования

Маломыжев Д. О. Анализ достоверности решения методом конечных элементов задачи расчета деталей на усталостную прочность при повторно-переменных напряжениях / Д. О. Маломыжев, А. А. Пыхалов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2022. – № 1 (73). – С. 10–20. – DOI: 10.26731/1813-9108.2022.1(73).10-20

Информация о статье

поступила в редакцию: 10.12.2021 г.; поступила после рецензирования: 01.03.2022 г.; принята к публикации: 11.03.2022 г.

Solution validity analysis of calculation problems of parts for fatigue strength at repeatable variables stresses by the finite element method

D. O. Malomyzhev, A. A. Pykhalov✉

Irkutsk State Transport University, Irkutsk, the Russian Federation

✉ pykhalov_aa@mail.ru

Abstract

During the operation of the rolling stock of railways its parts are exposed to both constant and variable loads in time, magnitude and sign, which applies chiefly to its mechanical part. As a result, inside the parts under conditions of a variable stress-strain state, fatigue defects appear. Thus, along with the usual calculations of variable stress-strain state and the strength of the parts of the operation of the rolling stock of railways, in order to study the parameters of their reliability and durability, it is necessary to solve fatigue strength problems. At present full-scale field tests, followed by a stage of fine-tuning of the product to obtain the necessary parameters of its reliability and durability remain the main approach. This approach is effective because it is characterized by obtaining objective data in the form of a graphical dependence of fatigue characteristics and numerical values of the endurance limit. However, it also has significant disadvantages associated with time and material costs, the most significant one being the low level of informativeness regarding the accuracy of determining stress fields in the parts of the product. To solve this problem, the paper considers the study of the possibility of usage and reliability of computational and theoretical approaches to the analysis of fatigue characteristics of parts using the finite element method, as the most effective from the viewpoint of mathematical modeling of parts geometry, mechanical characteristics of the material and the effective loading. The problem of analyzing the reliability of the numerical solution of the finite element method in the form of a stress-strain state of the part is solved in relation to the well-known analytical (semi-empirical)

solution presented in literature. By means of finite element modeling, the result of the fatigue calculation was obtained in graphical and numerical form, with further comparison of the obtained data with an analytical solution, which will allow to evaluate the validity of the finite element method in problems of fatigue strength of products.

Keywords

stress-strain state, fatigue failure, reliability and durability parameters, finite element method

For citation

Malomyzhev D. O., Pykhlov A. A. Analiz dostovernosti resheniya metodom konechnykh elementov zadachi rascheta detalei na ustalostnuyu prochnost' pri povtorno-peremennykh napryazheniyah [Solution validity analysis of calculation problems of parts for fatigue strength at repeatable variables stresses by the finite element method]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie* [Modern Technologies. System Analysis. Modeling], 2022, No. 1 (73), pp. 10–20. – DOI: 10.26731/1813-9108.2022.1(73).10-20

Article info

Received: 10.12.2021; revised: 1.03.2022; accepted: 11.03.2022.

Введение

В процессе эксплуатации подвижного состава железных дорог (ПСЖД) его детали подвергаются воздействию как постоянных, так и переменных по времени, величине и знаку нагрузок, в особенности это относится к его механической части. В результате, в условиях переменного напряженно-деформированного состояния (НДС) деталей, в них появляются дефекты усталостной природы. [1]. При этом, заметные остаточные деформации могут отсутствовать вне зависимости от пластичности материала [1–3]. Таким образом, наряду с обычными расчетами НДС и прочности деталей ПСЖД, для изучения параметров их надежности и долговечности, необходимо решать задачи усталостной прочности [4].

Основным подходом в этом процессе в настоящее время остаются натурные испытания с последующей доводкой изделия до необходимых параметров надежности и долговечности [5, 6]. Этот подход эффективен, так как характеризуется получением объективных численных значений предела выносливости и графических зависимостей в виде усталостных характеристик [7, 8] используемых материалов. Однако он имеет и существенные недостатки, связанные с временными и материальными затратами, а главным из них является низкий уровень информативности в отношении точности определения полей напряжений в деталях изделия.

Таким образом, наряду с натурными испытаниями деталей на усталостную прочность остается востребованным дальнейшее развитие теоретических (математических) расчетных подходов анализа усталости деталей ПСЖД с применением эффективных численных методов и электронно-вычислительных машин (ЭВМ).

Наибольшее применение из численных методов [9–14] анализа НДС деталей, в настоящее время, получил метод конечных элементов (МКЭ), как отвечающий максимальной эффективности с точки зрения математического моделирования геометрии деталей, механических характеристик их материала и действующего внешнего нагружения. Благодаря этому численному решению, многократно сокращается время для определения НДС детали, с графическим отображением этого состояния в любой момент времени действия переменной нагрузки. Полученная таким образом картина НДС отражает, в наиболее точном виде, воздействие конструктивно-силовых факторов при работе детали и может использоваться для получения данных в расчете её усталостной прочности [1, 4, 8].

В работе исследуется достоверность расчетных подходов анализа усталостных характеристик деталей ПСЖД с применением МКЭ, проводимого с использованием известных аналитических решений [1–3, 9, 15], анализируются численные решения МКЭ в виде НДС детали. Результат конечно-элементного моделирования используется для усталостного расчета в графическом и числовом виде. Эти сведения в дальнейшем сравниваются с данными аналитического решения, что позволяет оценить валидность метода конечных элементов в задачах на усталостную прочность изделий.

Расчетная модель для аналитического и численного решения методом конечных элементов

В качестве объекта исследования используется модель полого вала, имеющего следующие размеры: наружный диаметр $D = 0,07$ м,

внутренний диаметр $d = 0,035$ м, длина вала для расчетной модели $L = 0,1$ м. Все поверхности вала шлифованы, т. е. имеют высокий класс по шероховатости и точности изготовления (рис. 1). Также в конструкции вала, в некотором его сечении, используется (моделируется) отверстие, предназначенное для протекания смазки. Диаметр этого отверстия $d_s = 0,003$ м.

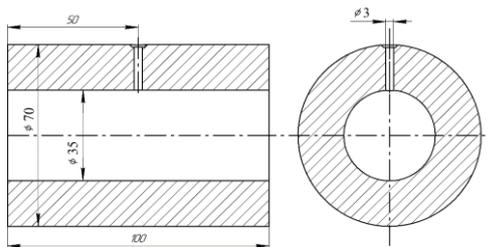


Рис. 1. Полый вал
Fig. 1. Hollow shaft

Так как при работе вал, в любом его сечении, нагружен одновременно изгибающим и крутящим моментами, то такой вид деформации называется изгиб с кручением. Подобным видам нагружений подвергаются валы машин и механизмов, где имеют место нагрузка от зацепления зубчатых колес или шкива, а также прогиб вала под собственным весом [1, 16].

Исследуемый вал (см. рис.1) при вращении испытывает нагружение в виде переменного изгиба с максимальным моментом $M_{изг(макс)} = 1471$ Н·м, и переменное кручение с амплитудным моментом $M_{кр(макс)} = 1765,2$ Н·м, с коэффициентом асимметрии $r = -0,25$ (рис. 2) [1]. Вид цикла нагружения при кручении в соответствии с коэффициентом асимметрии, представлен на рис 3.

Цикл нагружения при изгибе представляет собой обычную знакопеременную синусоиду, где амплитудные значения $M_{изг(макс)} = -M_{изг(мин)}$.

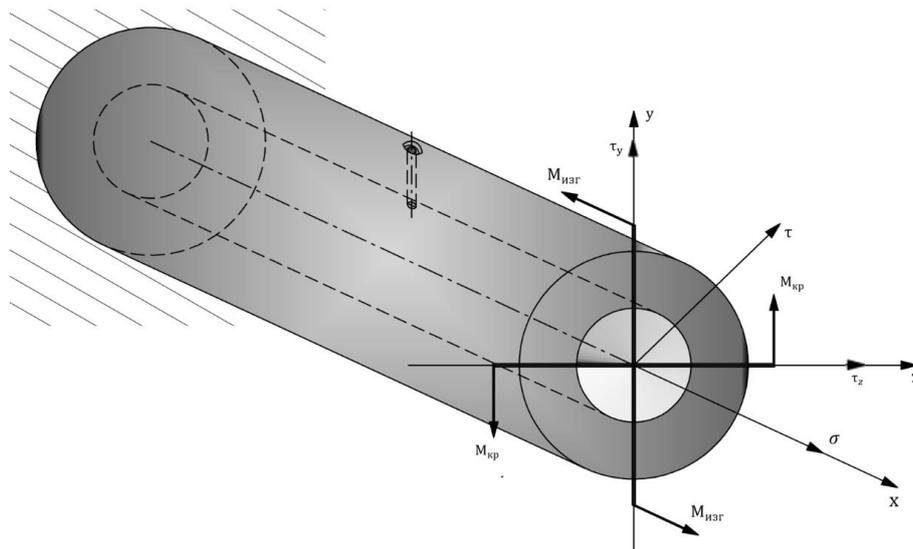


Рис. 2. Вид сложного нагружения вала
Fig. 2. Type of complex shaft loading

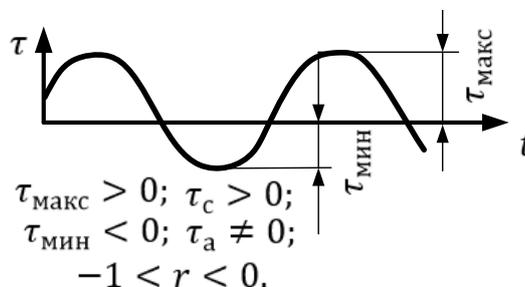


Рис. 3. Вид цикла нагружения вала: τ_a – амплитудное значение напряжения от кручения; τ_c – среднее значение напряжения от кручения; $\tau_{макс}$ – максимальное значение напряжения от кручения; $\tau_{мин}$ – минимальное значение напряжения от кручения

Fig. 3. View of the shaft loading cycle: τ_a – amplitude value of a torsion stress; τ_c – mean value of a torsion stress; $\tau_{макс}$ – maximum value of the torsion stress; $\tau_{мин}$ – minimum value of a torsion stress

Вал изготовлен из стали 45, имеющая механические характеристики, полученные в натурном эксперименте по определению предела выносливости и показателей усталости используемого материала, в виде: предела прочности $\sigma_B = 686,5 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$, предела текучести $\sigma_T = 313,8 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$, предела выносливости при изгибе $\sigma_{-1} = 294,2 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$ и кручении $\tau_{-1} = 176,5 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$. Схема нагружения и граничных условий представлены на рис. 4.

В данной задаче необходимо определить запас усталостной прочности вращающегося полого вала при знакопеременных напряжениях.

Аналитический расчет произведен на основе [1–3]. Максимальное напряжение в валу от изгиба:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\text{изг}}}{W} = \frac{32 \cdot M_{\text{изг}}}{\pi \cdot D^3 \cdot \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right]} = \frac{32 \cdot 1471}{\pi \cdot 0,07^3 \cdot \left[1 - \left(\frac{0,035}{0,07}\right)^4\right]} = 46,6 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2. \quad (1)$$

где W – момент сопротивления поперечного кольцевого сечения вала изгибу.

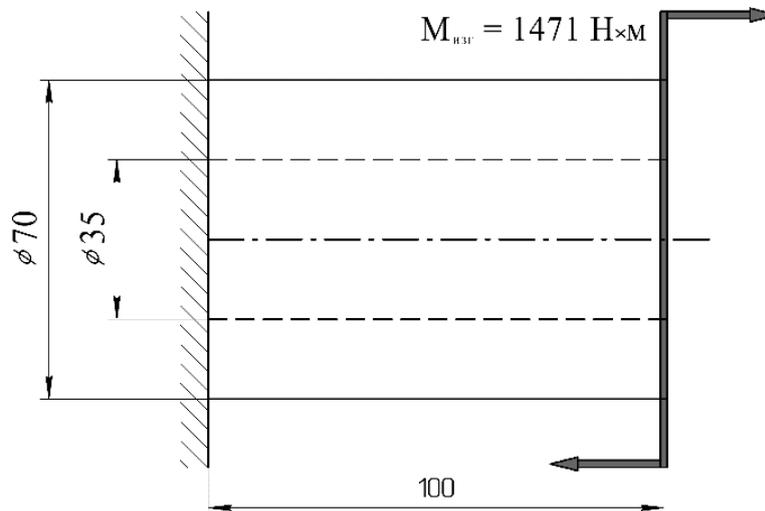
Амплитудное значение напряжения равно максимальному:

$$\sigma_a = \sigma_{\max} = 46,6 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2.$$

При таком виде нагружения $\sigma_{\text{ср}} = 0$.

Максимальное напряжение в валу от кручения определяется по формуле:

a)



б)

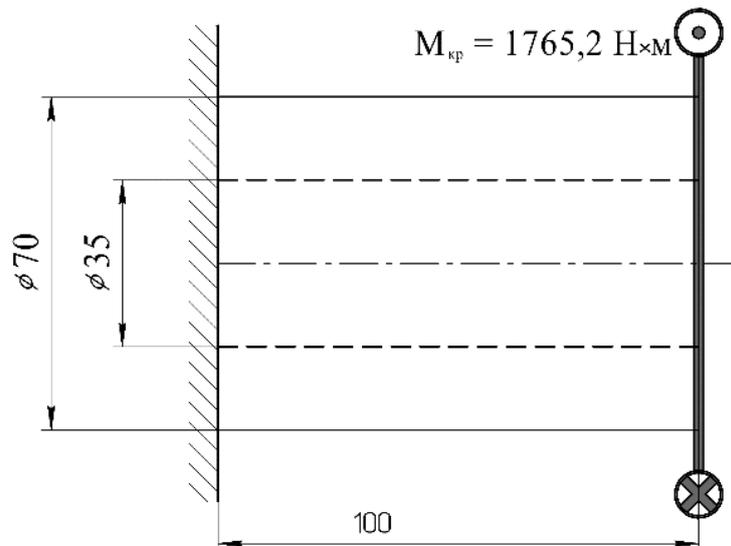


Рис. 4. Схема нагружения и заделки: а) изгибающим моментом; б) крутящим моментом

Fig. 4. Loading and sealing scheme: a) bending moment; b) torque

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр(\max)}}{W_p} = \frac{16 \cdot M_{кр(\max)}}{\pi \cdot D^3 \cdot \left[1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4\right]} =$$

$$= \frac{16 \cdot 1765,2}{\pi \cdot 0,07^3 \cdot \left[1 - \left(\frac{0,035}{0,07}\right)^4\right]} = 27,9 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2.$$

Из-за наличия несимметричного цикла от кручения (см. рис.3) минимальное значение напряжения будет отличаться от максимального значения в зависимости от коэффициента асимметрии, следовательно:

$$\tau_{\min} = \tau_{\max} \cdot r = 27,9 \cdot 10^6 \cdot (-0,25) = -6,975 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2.$$

Амплитудное значение напряжения от кручения определяется по формуле:

$$\tau_a = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2} = \frac{27,9 \cdot 10^6 + 6,975 \cdot 10^6}{2} = 17,438 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2.$$

Среднее значение напряжения от кручения определяется по формуле:

$$\tau_a = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2} = \frac{27,9 \cdot 10^6 - 6,975 \cdot 10^6}{2} = 10,463 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2.$$

Так как вал круглого сечения, и в нем присутствует поперечное отверстие смазки (см. рис. 1), необходимо определить коэффициенты концентрации при изгибе α_σ . Данный коэффициент, по справочным данным, имеет зависимость [1]:

$$\lambda_\sigma = f\left(\frac{d_s}{D}\right), \quad (2)$$

$$\text{где } \frac{d_s}{D} = \frac{0,003}{0,07} = 0,04.$$

Из соотношения диаметров (6) определяется коэффициент концентрации α_σ . Для нагружения в виде изгиба он равен: $\alpha_\sigma = 2,5$.

Далее необходимо определить коэффициент чувствительности к концентрации напряжений – q_σ , для нагружения в виде изгиба он равен 0,65.

Расчет эффективного коэффициента концентрации при изгибе производится по формуле (1):

$$k_\sigma = 1 + q_\sigma \cdot (\alpha_\sigma - 1) = 1 + 0,65 \cdot (2,5 - 1) = 1,975.$$

Коэффициент, связанный с абсолютными размерами, в рассматриваемой задаче соответствует углеродистой стали, т. е. с наличием умеренной концентрации напряжений, масштабный коэффициент принимается ε_σ составит 0,7.

Коэффициент, связанный с состоянием поверхности детали принимается равным: $\beta = 0,92$.

Эффективный коэффициент концентрации для вала определяется по формуле:

$$(k_\sigma)_d = \frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma \cdot \beta} = \frac{1,975}{0,7 \cdot 0,92} = 3,1.$$

Таким образом, запас прочности на изгиб определяется по формуле:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{(k_\sigma)_d \cdot \sigma_a + \psi_\sigma \cdot \sigma_c} = \frac{294,2 \cdot 10^6}{3,1 \cdot 46,6 \cdot 10^6} = 2,05. \quad (3)$$

где $\psi_\sigma = 0,1$ – коэффициент деформаций при изгибе, зависящий от предела прочности материала.

Далее определяются коэффициенты концентрации при кручении [1]. Теоретический коэффициент концентрации принимается $\alpha_\tau = 3$; коэффициент чувствительности к концентрации напряжений будет аналогичным этому коэффициенту при изгибе: $q_\tau = q_\sigma = 0,65$. В результате эффективный коэффициент концентрации при кручении определяется по формуле:

$$k_\tau = 1 + q_\sigma \cdot (\alpha_\tau - 1) = 1 + 0,65 \cdot (3 - 1) = 2,3.$$

Коэффициент, связанный с состоянием поверхности детали и масштабный коэффициент при кручении, также связаны с материалом и принимаются аналогичными коэффициентам при изгибе: $\beta = 0,92$; $\varepsilon_\tau = 0,7$.

На основании принятых значений коэффициентов эффективный коэффициент концентрации вала при кручении рассчитывается по формуле:

$$(k_\tau)_d = \frac{k_\tau}{\varepsilon_\tau \cdot \beta} = \frac{2,3}{0,7 \cdot 0,92} = 3,6.$$

Таким образом, запас прочности при кручении вычисляется по формуле:

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{(k_\tau)_d \cdot \tau_a + \psi_\tau \cdot \sigma_c} =$$

$$= \frac{176,5 \cdot 10^6}{3,6 \cdot 17,438 \cdot 10^6 + 0,05 \cdot 10,463 \cdot 10^6} = 2,77, \quad (4)$$

где $\psi_\tau = 0,05$ – коэффициент деформаций при кручении, зависящий от предела прочности материала.

Общий запас прочности при одновременном действии переменного изгиба и кручения определяется по формуле:

$$n = \frac{n_\sigma \cdot n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} = \frac{2,05 \cdot 2,77}{\sqrt{2,05^2 + 2,77^2}} = 1,65. \quad (5)$$

В результате вычисление коэффициентов запаса прочности по справочным данным [1] показало, что общий запас прочности имеет меньшую величину, чем отдельно при кручении и изгибе.

Применение метода конечных элементов

Начинается с построения конечно-элементной (КЭ) модели, с последующим её использованием в анализе НДС в детали. Пред-

ставленные процедуры проводятся в программном комплексе MSC Apex [17, 18].

Далее представлены 3D-модель и дискретная модель вала без концентратора напряжений (рис. 5, а, б), а также граничные условия консольного закрепления торцевой плоскости вала (рис. 5, в). Все узлы этой плоскости зашумлены в направлении оси X; узлы плоскости зашумления в плоскости симметрии XOZ зашумлены только в направлении оси Y; узлы плоско-

сти зашумления сечения в плоскости симметрии XOY зашумлены в направлении оси Z.

На другом торце КЭ модели вала (рис.6) представлено его нагружение в виде: - изгибающего момента (рис.6а)); и крутящего момента (рис. 6 б)).

Результат расчёта вала на изгиб, при воздействии $M_{из}$, представлен на рис. 7. Максимальное значение напряжения при изгибе $50,2 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2$.

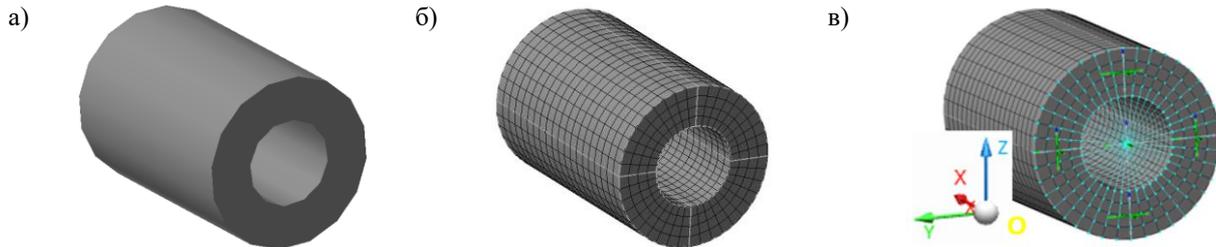


Рис. 5. 3D-модель вала без концентратора напряжений: а) 3D-модель; б) дискретная модель; в) условие закрепления

Fig. 5. 3D model of the shaft without a stress concentrator: a) 3D model; b) discrete model; c) the condition of fixing.

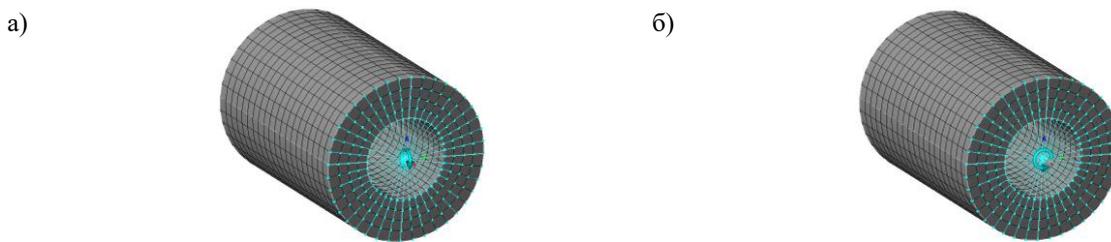


Рис. 6. Нагружение вала: а) изгибающий момент; б) крутящий момент.

Fig. 6. Shaft loading: a) bending moment; b) torque.

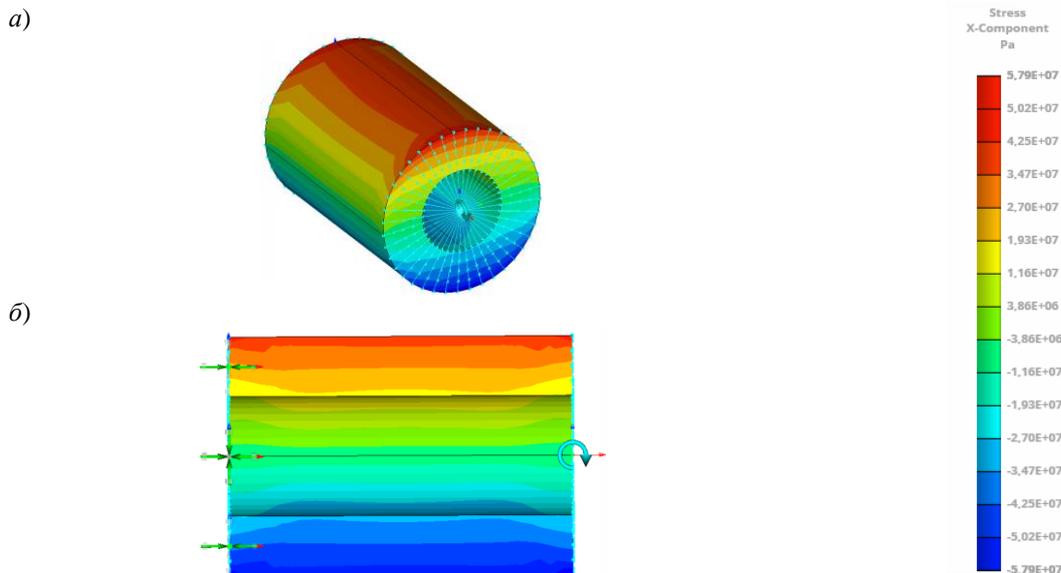


Рис. 7. Результат расчёта вала при изгибе: а) вид в изометрии; б) вид в сечении.

Fig. 7. The result of the calculation of the shaft under bending: a) the isometric view; b) the sectional view

Результат расчёта вала на кручение для определения максимального значения напряжения равен $28,3 \cdot 10^6$ Н/м² (рис. 8, в).

Для определения минимального значения напряжения при кручении учитывается коэффициент асимметрии:

$$M_{кр(мин)} = M_{кр(макс)} \cdot r = 1765,2 \cdot (-0,25) = -441 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Минимальное значение напряжения $7,03 \cdot 10^6$ Н/м² (рис. 8, г) Значение напряжения отрицательное, так как момент направлен в противоположную сторону.

Для подтверждения валидности МКЭ необходимо сравнить полученные результаты КЭ-моделирования с результатами аналитического решения. Для получения погрешности результатов применим формулу:

$$\Delta = \frac{|x_1 - x_2|}{x_1} \cdot 100\%,$$

где x_1 – результат аналитического решения;

x_2 – результат МКЭ моделирования.

Определение погрешности результатов вычисления напряжений:

– при изгибе:

$$\Delta = \frac{|46,6 \cdot 10^6 - 50,2 \cdot 10^6|}{46,6 \cdot 10^6} \cdot 100\% = 7,72\% ;$$

– при кручении для максимального значения:

$$\Delta = \frac{|27,9 \cdot 10^6 - 28,3 \cdot 10^6|}{27,9 \cdot 10^6} \cdot 100\% = 1,43\% ;$$

– при кручении для минимального значения:

$$\Delta = \frac{|6,975 \cdot 10^6 - 7,03 \cdot 10^6|}{6,975 \cdot 10^6} \cdot 100\% = 0,008\%$$

Большее значение погрешности напряжений при изгибе объясняется линейным законом изменения нормальных напряжений аналитического решения при используемой толщине стенки вала.

Определение запаса прочности КЭ решения при кручении, изгибе и общего запаса прочности, производится по формулам (3)–(5) ранее

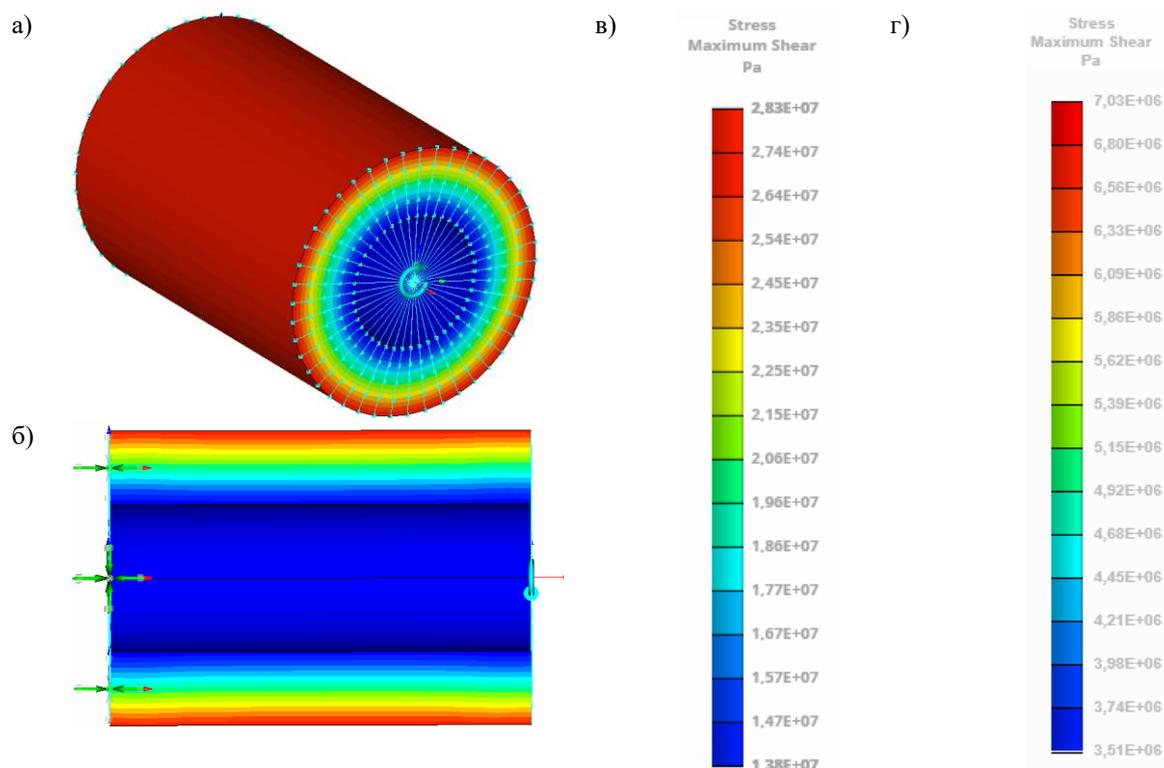


Рис. 8. Результат расчета вала при кручении, определение максимального и минимального значений касательного напряжения: а) вид в изометрии; б) вид в сечении; в) шкала максимальных значений напряжения; г) шкала минимальных значений напряжения.

Fig. 8. The calculation result of the shaft during torsion, determination of the maximum and minimum values of the shear stress: a) the isometric view; b) the sectional view; c) maximum stress value scale; d) minimum stress value scale

представленным в аналитическом решении:

– на изгиб:

$$n_{\sigma} = \frac{294,2 \cdot 10^6}{3,1 \cdot 50,2 \cdot 10^6} = 1,89;$$

– при кручении:

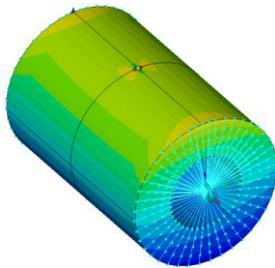
$$n_{\tau} = \frac{176,5 \cdot 10^6}{3,6 \cdot 17,665 \cdot 10^6 + 0,05 \cdot 10,635 \cdot 10^6} = 2,75;$$

– общего запаса прочности при одновременном действии переменного изгиба и кручения:

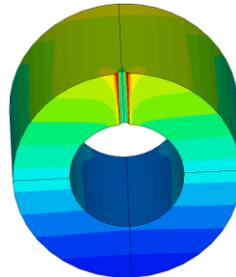
$$n = \frac{1,89 \cdot 2,75}{\sqrt{1,89^2 + 2,75^2}} = 1,55.$$

Определение погрешности в расчете запаса прочности на изгиб, кручение и общего запаса прочности, при сравнении аналитического и КЭ решений имеет вид:

а)



б)



– при изгибе:

$$\Delta = \frac{|2,05 - 1,89|}{2,05} \cdot 100\% = 7,78\% ;$$

– при кручении:

$$\Delta = \frac{|2,77 - 2,75|}{2,77} \cdot 100\% = 1,94\% ;$$

– для общего запаса прочности при изгибе и кручении:

$$\Delta = \frac{|1,65 - 1,55|}{1,65} \cdot 100\% = 6,45\% .$$

Погрешность для напряженно-деформированного состояния, а также запаса прочности составила менее 10%, что позволяет говорить о валидности МКЭ для анализа усталостной прочности деталей ПСЖД.

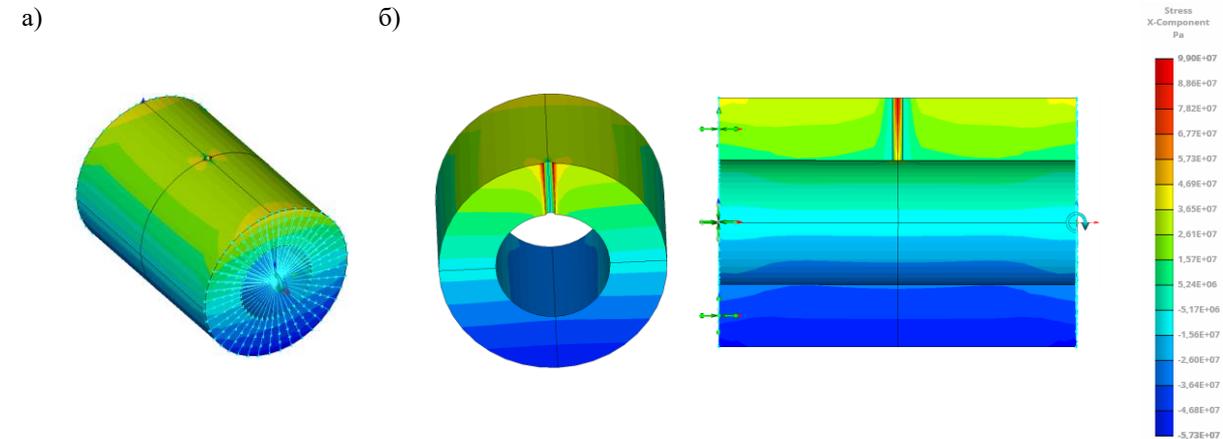
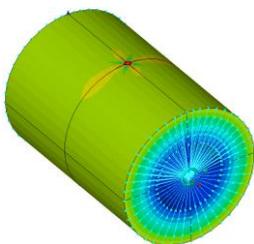


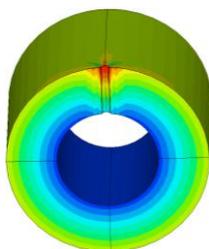
Рис. 9. Результат расчета вала при изгибе: а) вид в изометрии; б) вид в сечении.

Fig. 9. The result of the calculation of the shaft in bending: a) the isometric view; b) the sectional view

а)



б)



в)



г)

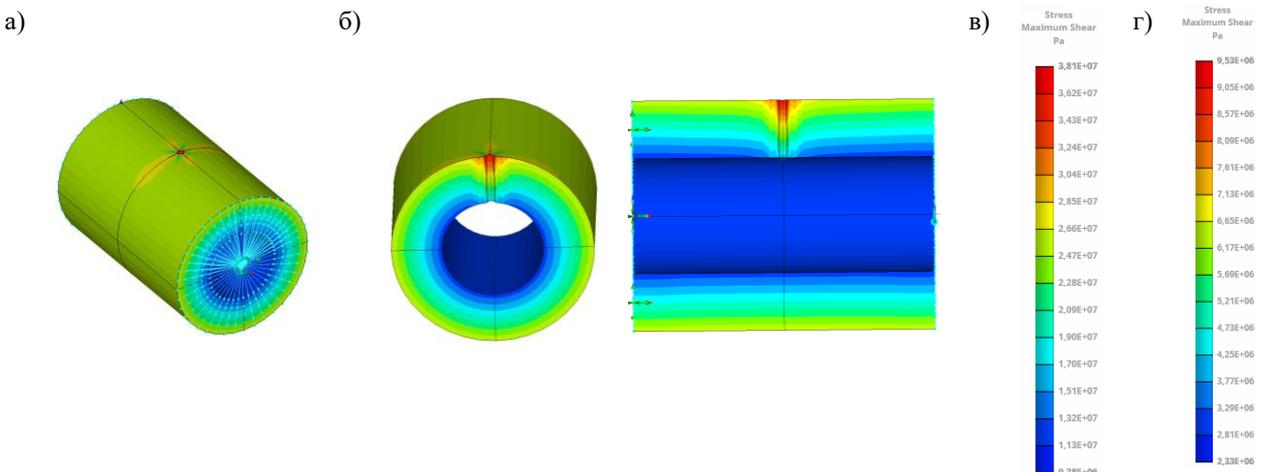
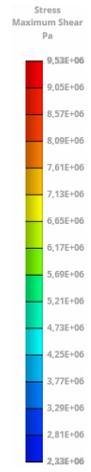


Рис. 10. Результат расчета вала при кручении, определение максимального и минимального значения напряжения: а) – вид в изометрии; б) – вид в сечении; в) – шкала максимальных значений напряжения; г) – шкала минимальных значений напряжения.

Fig. 10. The result of the calculation of the shaft during torsion, determination of the maximum and minimum values of the shear stress: a) the isometric view; b) the sectional view; c) maximum stress value scale; d) minimum stress value scale

Дальнейшим шагом является создание (КЭ) модели вала с концентратором напряжений в виде отверстия подачи масла и анализ результатов МКЭ. Операции по заземлению перемещений и заданию нагрузки аналогичны выполненным выше.

Результат расчёта вала на изгиб, для определения максимального и минимального значения напряжений, при воздействии $M_{из}$, представлен на рис. 9. Максимальное значение напряжения при изгибе составило $99 \cdot 10^6$ Н/м², оно равно минимальному $-99 \cdot 10^6$ Н/м².

Результат расчета вала на кручение для определения максимального значения напряжения (от воздействия $M_{кр(макс)}$) и минимального значения напряжения (от воздействия $M_{кр(мин)}$) представлены на рис. 10. Максимальное значение напряжения при кручении составило $38,1 \cdot 10^6$ Н/м² (рис. 10, в), а минимальное значение $-9,53 \cdot 10^6$ Н/м² (рис. 10, з).

При расчете запаса прочности на основе МКЭ не будут учитываться поправочные коэффициенты, используемые из литературы [1], так как в концентраторе в виде отверстия для смазки величины напряжений определены.

Определение запаса прочности для

– на изгиб:

$$n_{\sigma} = \frac{294,2 \cdot 10^6}{99 \cdot 10^6} = 2,97;$$

– при кручении:

$$n_{\tau} = \frac{176,5 \cdot 10^6}{23,815 \cdot 10^6 + 14,285 \cdot 10^6} = 4,63;$$

– общего запаса прочности при одновременном действии изгиба и кручения:

$$n = \frac{2,97 \cdot 4,63}{\sqrt{2,97^2 + 4,63^2}} = 2,5.$$

Сравнение результатов аналитического и МКЭ решения проводится определением погрешности в расчете запаса прочности на изгиб и кручение, также общего запаса прочности:

- при изгибе:

$$\Delta = \frac{|2,05 - 2,97|}{2,05} \cdot 100\% = 44,9\%;$$

- при кручении:

$$\Delta = \frac{|2,77 - 4,63|}{2,77} \cdot 100\% = 67,15\%;$$

- общего запаса прочности при изгибе и кручении:

$$\Delta = \frac{|1,65 - 2,5|}{1,65} \cdot 100\% = 51,52\%.$$

Заключение

Выполненный расчет усталостной прочности полого вала без концентратора в виде максимального и минимального напряжения при изгибе и кручении с применением МКЭ подтвердил его высокий уровень точности (достоверности). Усталостная прочность определяется в пределах 10 % относительно результатов расчета на основе аналитических методов. Полученное расхождение объясняется главным образом линейным распределением нормальных напряжений по толщине стенки вала при теоретическом (сопротивления материалов) расчете изгибающего воздействия. Дополнительно в этой ситуации МКЭ позволяет получить визуальное представление о распределении напряжений по всему объему рассчитываемой детали.

Расчёт усталостной прочности полого вала с концентратором напряжений в виде отверстия, предназначенного для протекания смазки (см. рис.1), с получением полей максимального и минимального напряжения при изгибе и кручении, показал, что результаты вычисления значений запаса прочности с применением МКЭ имеют достаточно высокую степень отличия от результатов, полученных аналитическим методом.

Различие обусловлено тем, что, для упругих моделей деформируемого тела, решение МКЭ, в отличие от аналитического подхода, позволяет получить практически точную картину НДС в концентраторе напряжений. Это полностью исключает необходимость применения эмпирических поправочных коэффициентов. Неточность (некорректность) этих коэффициентов объясняется широким диапазоном их изменений при сложном нагружении, (например, изгиб с кручением вала). Также значительное влияние на них оказывают размеры и геометрическая форма концентраторов напряжений, профили переходных поверхностей и другие параметры.

Список литературы

1. Сопротивление материалов / Г.С. Писаренко, В.А. Агарев, А.Л. Квитка и др. Киев : Высш. шк., 1982. 325 с.
2. Беляев Н.М. Сопротивление материалов. М. : Наука, 1976. 608 с.
3. Межецкий Г.Д., Загребин Г.Г., Решетник Н.Н. Сопротивление материалов. М. : Дашков и К, 2016. 432 с.

4. Ужик Г.В. Методы испытаний металлов и деталей машин на выносливость. М. : Изд-во Акад. наук СССР, 1948. 263 с.
5. Стенд для испытания материалов на усталостную прочность / В.Н. Железняк, Л.Б. Цвик, О.Л. Маломыжев. и др. // Молодая наука Сибири : электрон. науч. журн. 2020. №4(10). URL: <http://mnv.ircups.ru/toma/410-20> (дата обращения 14.11.2021).
6. Оганьян Э.С., Волохов Г.М. Расчеты и испытания на прочность несущих конструкций локомотивов. М. : УМЦ по образованию на ж.-д. трансп., 2013. 326 с.
7. Расчеты на прочность в машиностроении / С.Д. Пономарев, В.Л. Бидерман, К.К. Лихарев и др. М. : Машгиз, 1959. 1078 с.
8. Серенсен С.В., Когаев В.П., Шнейдерович Р.М. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. М. : Машиностроение, 1975. 488 с.
9. Пыхалов А.А. Контактная задача статического и динамического анализа сборных роторов турбомашин : дис. ... д-ра техн. наук. М., 2006. 428 с.
10. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М. : Мир, 1979. 392 с.
11. Шимановский А.О., Путято А.В. Применение метода конечных элементов в решении задач прикладной механики. Гомель : БелГУТ, 2008. 61 с.
12. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике. М. : Мир, 1975. 539 с.
13. Стренг Г. Теория метода конечных элементов. М. : Мир, 1977. 347 с.
14. Чернявский А.О. Метод конечных элементов. Основы практического применения. М. : Машиностроение, 2003. 24 с.
15. Цвик Л.Б., О.Л. Маломыжев. Применение прикладных программ для инженерного анализа состояния деталей подвижного состава. Иркутск : Изд-во ИрГУПС, 2020. 136 с.
16. Ицкович Г.М., Минин Л.С., Винокуров А.И. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов. М. : Высш. шк., 1999. 592 с.
17. Компьютерные технологии инженерного анализа в проектировании рамы тележки электровоза / Е.Ю. Дульский, Е.А. Милованова, А.А. Пыхалов и др. Иркутск : Изд-во ИрГУПС, 2018. 68 с.
18. MSC Apex (MSC Software) // Hexagon : site. URL: <https://www.msccsoftware.com/product/msc-apex-modeler> (дата обращения 18.09.2021).

References

1. Pisarenko G.S., Agarev V.A., Kvitka A.L., Popkov V.G., Umanskiy E.S. Soprotivlenie materialov [Resistance of materials]. Kiev: Vysshaya. Shkola Publ., 1982. 325 p.
2. Belyaev N.M. Soprotivlenie materialov [Resistance of materials]. Moscow: Nauka Publ., 1976. 608 p.
3. Mezhetkii G.D., Zagrebin G.G., Reshetnik N.N. Soprotivlenie materialov [Resistance of materials]. Moscow: Dashkov i K Publ., 2016. 432 p.
4. Uzhik G.V. Metody ispytaniy metallov i detaley mashin na vynoslivost' [Methods of testing metals and machine parts for endurance]. Moscow: Akademiya nauk SSSR Publ., 1948. 263 p.
5. Zheleznyak V.N., Tsvik L.B., Malomyzhev O.L., Martynenko L.V. Stend dlya ispytaniya materialov na ustalostnuyu prochnost' (Elektronnyi resurs) [Stand for testing materials for fatigue strength (Electronic resource)]. *Molodaya nauka Sibiri* [Young science of Siberia]. 2020. no. 4. URL: [Rezhim dostupa: http://mnv.ircups.ru/toma/410-20](http://mnv.ircups.ru/toma/410-20).
6. Ogan'yan E.S., Volokhov G.M. Raschety i ispytaniya na prochnost' nesushchih konstrukcij lokomotivov [Calculations and strength tests of load-bearing structures of locomotives]. Moscow: FGBOU «Uchebno-metodicheskii tsentr po obrazovaniyu na zheleznodorozhnom transporte» Publ., 2013. 326 p.
7. Ponomarev S.D., Biderman V.L., Likharev K.K., Makushin V.M., Feodos'ev V.I. Raschety na prochnost' v mashinostroenii [Strength calculations in mechanical engineering]. Moscow: Mashgiz Publ., 1959. 1078 p.
8. Serensen S.V., Kogaev V.P., R.M. Shneiderovich. Nesushchaya sposobnost' i raschety detalej mashin na prochnost' [Bearing capacity and strength calculations of machine parts]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1975. 488 p.
9. Pykhalov A.A. Kontaktnaya zadacha staticheskogo i dinamicheskogo analiza sbornyh rotorov turbomashin [Contact problem of static and dynamic analysis of assembled turbomachine rotors]. Doctor's thesis, Moscow, MAI, 2006, 428 p.
10. Segerlind L. Primenenie metoda konechnyh elementov [Application of the finite element method]. Moscow: Mir Publ., 1979. 392 p.
11. Shimanovskii A.O., Putyato A.V. Primenenie metoda konechnyh elementov v reshenii zadach prikladnoj mekhaniki [Application of the finite element method in solving problems of applied mechanics]. Gomel': BelGUT Publ., 2008. 61 p.
12. Zenkevich O.C. Metod konechnykh elementov v tekhnike [The finite element method in engineering]. Moscow: Mir Publ., 1975. 539 p.
13. Strenг G. Teoriya metoda konechnyh elementov [Theory of the finite element method]. Moscow: Mir Publ., 1977. 347 p.
14. Chernyavskii A.O. Metod konechnyh elementov. Osnovy prakticheskogo primeneniya [The finite element method. Fundamentals of practical application]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 2003. 24 p.
15. Tsvik L.B., Malomyzhev O.L. Primenenie prikladnykh programm dlya inzhenernogo analiza sostoyaniya detalei podvizhnogo sostava [Application of application programs for engineering analysis of the condition of rolling stock parts]. Irkutsk: IrGUPS Publ., 2020. 136 p.
16. Itskovich G.M., Minin L.S., Vinokurov A.I. Rukovodstvo k resheniyu zadach po soprotivleniyu materialov [A guide to solving problems on the resistance of materials]. Moscow: Vysshaya Shkola Publ., 1999. 592 p.

17. Dul'skii E.Yu., Milovanova E.A., Pykhalov A.A., Ivanov P.Yu., Senchenko P.Yu. Komp'yuternye tekhnologii inzhernogo analiza v proektirovanii ramy telezhki elektrovoza [Computer technologies of engineering analysis in the design of the electric locomotive trolley frame]. Irkutsk: IrGUPS Publ., 2018. 68 p.

18. MSC Apex (MSC Software) (Elektronnyi resurs) [MSC Apex (MSC Software) (Electronic resource)]. URL: <https://www.mscsoftware.com/product/msc-apex-modeler> (Accessed September 18, 2021).

Информация об авторах

Маломыжев Дмитрий Олегович, аспирант кафедры физики, механики и приборостроения, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: kbprf13@gmail.com

Пыхалов Анатолий Александрович, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры физики, механики и приборостроения, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: pykhalov_aa@mail.ru

Information about the authors

Dmitrii O. Malomyzhev, Ph. D. Student of Department «Physics, Mechanics and Instrumentation», Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: kbprf13@gmail.com

Anatolii A. Pykhalov, Doctor of Engineering Science, Professor, the Full Professor of Department «Physics, Mechanics and Instrumentation», Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: pykhalov_aa@mail.ru