

Системные подходы в обобщенной оценке динамических особенностей вибрационных взаимодействий элементов технических объектов транспортного и технологического назначения в условиях связанных силовых нагрузений

А. В. Елисеев, Р. С. Большаков ✉

Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация

✉ bolshakov_rs@mail.ru

Резюме

На сегодняшний день активно развивается методология структурного математического моделирования для решения задач динамики технических объектов транспортного и технологического назначения, находящихся в условиях вибрационного нагружения, связанного с воздействиями силовой природы. Цель исследования заключается в разработке методологической базы для оценки и контроля совокупности динамических особенностей механической колебательной системы с учетом коэффициента связности внешних силовых возмущений, рассматриваемого в качестве варьируемого настроечного параметра. В рамках методологии структурного математического моделирования механической колебательной системе, используемой в качестве расчетной схемы технического объекта, сопоставляется структурная схема эквивалентной системы автоматического управления. Для построения оценок динамических особенностей используются методы теории автоматического управления, интегральных преобразований Лапласа, теории графов. На примере механической колебательной системы с двумя степенями свободы разработан подход к оценке совокупности обобщенных динамических особенностей, представленных состояниями и формами взаимодействий, в виде ориентированных графов, рассматриваемых в качестве своеобразных инвариантов, сохраняющихся на определенных частотных интервалах внешних силовых возмущений. В статье показано, что коэффициент связности внешних возмущений, который рассматривается в качестве варьируемого параметра системы, обладает потенциалом влияния на существенные свойства механической колебательной системы, в интегральном отношении выражаемые количеством особенностей в виде резонансов и состояний обнуления амплитуд колебания координат объекта, динамическое состояние которого оценивается.

Ключевые слова

механическая колебательная система, структурное математическое моделирование, внешние связанные воздействия, коэффициент связности, частотная функция обнуления, динамическое гашение колебаний, динамические состояния, динамические формы взаимодействий

Для цитирования

Елисеев А. В. Системные подходы в обобщенной оценке динамических особенностей вибрационных взаимодействий элементов технических объектов транспортного и технологического назначения в условиях связанных силовых нагружений / А.В. Елисеев, Р.С. Большаков // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2022. – № 1 (73). – С. 39–52. – DOI: 10.26731/1813-9108.2022.1(73).39-52

Информация о статье

поступила в редакцию: 24.01.2022 г.; поступила после рецензирования: 01.02.2022 г.; принята к публикации: 04.02.2022 г.

System approach in a generalized assessment of the vibrational interactions' dynamic features of the elements of transport and technological objects under coherent force loadings

A. V. Eliseev, R. S. Bolshakov ✉

Irkutsk State Transport University, Irkutsk, the Russian Federation

✉ bolshakov_rs@mail.ru

Abstract

The methodology of structural mathematical modeling is being developed to solve the problems of the dynamics of technical objects under vibration loading by coherent effects of a force nature. The purpose of the study is to develop a methodological framework for assessing and controlling the set of dynamic features of a mechanical oscillatory system, taking into account the coefficient of connectivity of external force disturbances, viewed as a variable tuning parameter. Within the framework of the methodology of structural mathematical modeling of a mechanical oscillatory system used as a design scheme of a technical object, it is compared with a structural diagram of a dynamically equivalent automatic control system. To build estimates of dynamic features, methods of automatic control theory, Laplace integral transformations, and graph theory are used. Using the example

of a mechanical oscillatory system with two degrees of freedom, an approach has been developed to assess the totality of generalized dynamic features represented by states and modes of interactions in the form of oriented graphs viewed as peculiar invariants persisting at certain frequency intervals of external force disturbances. It is shown that connectivity coefficient of external perturbations, considered as a variable parameter of the system, has the potential to influence the significant dynamic properties of a mechanical oscillatory system, which are integrally expressed by the number of dynamic features in the form of dynamic interaction modes, resonances and states of zeroing the oscillation amplitudes of object coordinates whose dynamic condition is to be evaluated.

Keywords

mechanical oscillation system, structural mathematical modeling, external connecting disturbances, connectivity coefficient, frequency function of zeroing, dynamical absorption of oscillations, dynamical conditions, dynamical forms of interactions

For citation

Eliseev A.V., Bolshakov R.S. Sistemye podkhody v obobshchennoy otsenke dinamicheskikh osobennostey vibratsionnykh vzaimodeistviy elementov tekhnicheskikh ob"ektov transportnogo i tekhnologicheskogo naznacheniya v usloviyakh svyaznykh silovykh nagruzheni [System approach in a generalized assessment of the vibrational interactions' dynamic features of the elements of transport and technological objects under coherent force loadings]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemyi analiz. Modelirovanie* [Modern Technologies. System Analysis. Modeling], 2022, No. 1 (73), pp. 39–52. – DOI: 10.26731/1813-9108.2022.1(73).39-52

Article Info

Received: 24.01.2022; revised: 01.02.2022; accepted: 04.02.2022.

Введение

В настоящее время большое внимание уделяется вопросам безопасности функционирования сложных технических систем [1–3]. В рамках задач обеспечения безопасности технических систем существенное значение приобретают технологии оценки, контроля и формирования режимов движения, способные обеспечивать требуемый уровень динамического качества взаимодействия элементов технических объектов, находящихся в условиях вибрационных взаимодействий [4–6]. В ряде задач динамики для оценки свойств технических объектов, представленных расчетными схемами в виде линейных механических колебательных систем, заметное распространение получили методы структурного математического моделирования [7–10]. В рамках структурных подходов математического моделирования механической колебательной системе, используемой в качестве расчетной схемы, сопоставляется структурная схема эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления.

Методы структурного математического моделирования получили развитие в решении задачи виброзащиты и виброизоляции [11, 12], задач динамики с дополнительными связями [13], динамики сочленений [14], вибрационных взаимодействий элементов технологических машин с учетом неударяющего характера связей [15, 16].

В последнее время методы структурного математического моделирования своё даль-

нейшее развитие получили в направлении оценки динамических состояний и динамических форм взаимодействий элементов механических колебательных систем, находящихся под воздействием зависимых между собой возмущений силовой природы [17–19]. Характер зависимости силовых воздействий определяется так называемым коэффициентом связности, представляющим собой отношение амплитуд колебаний внешних возмущений. В частности, для нулевого параметра связности воздействие со стороны зависимых силовых возмущений сводится к одной внешней силе, приложенной к массоинерционному элементу. Совокупность особенностей движения элементов механической колебательной системы для нулевого коэффициента связности представляет собой распределение резонансов, режимов динамического гашения и множеств форм движений, которые могут быть охарактеризованы взаимной направленностью изменения координаты массоинерционного элемента и внешнего силового возмущения.

Вопросы влияния коэффициента связности внешних возмущений на совокупность динамических особенностей механических колебательных систем недостаточно детализированы в плане разработки рациональных подходов к оценке совокупности обобщенных динамических свойств.

Статья посвящена разработке метода оценки совокупности динамических особенностей в виде динамических состояний и динамических форм взаимодействий элементов меха-

нических колебательных систем, с учетом коэффициента связности внешних воздействий, рассматриваемого в качестве варьируемого настроечного параметра.

Основные положения. Постановка задач

Рассматривается механическая колебательная система, образованная массоинерционными элементами m_1, m_2 и упругими элементами k_1, k_2, k_3 , соединяющими массоинерционные элементы между собой и с опорными поверхностями (рис.1).

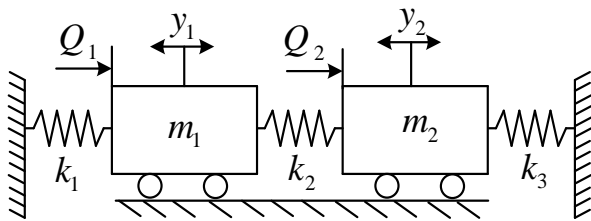


Рис.1. Расчетная схема механической колебательной системы

Fig. 1. Design scheme of mechanical oscillatory system

К массоинерционным элементам приложены внешние гармонические синфазные силовые возмущения Q_1 и Q_2 . Предполагается, что амплитуды возмущений находятся в зависимости вида

$$Q_2 = \gamma Q_1 \quad (1)$$

где γ – коэффициент связности.

Коэффициент связности (1) внешних возмущений может быть интерпретирован как настроечный параметр механической колебательной системы, позволяющий производить регулировку динамических особенностей. Для фиксированного коэффициента связности предполагается, что под действием внешних сил массоинерционные элементы совершают вынужденные установившиеся синфазные колебания на частоте внешнего возмущения. В

общем случае, частота внешнего возмущения может принимать произвольные значения. Для фиксированной частоты внешнего возмущения движение массоинерционного элемента, выбранного в качестве объекта, динамическое состояние которого оценивается, может быть охарактеризовано, либо критическими состояниями, либо знакоопределенными формами динамического взаимодействия. Под критическими состояниями понимаются состояния обнуления амплитуды колебания объекта или резонанс. Динамические формы взаимодействий проявляются положительными, если изменения координаты движения элемента совпадают с изменениями силового возмущения или отрицательными, если изменения координаты движения элемента противоположны изменениям силового возмущения.

С обобщенной точки зрения, совокупность движений, вызванных внешними возмущениями, представляет собой множество критических состояний и динамических форм взаимодействий объекта, являющееся динамической особенностью силового воздействия на систему с учетом фиксированного коэффициента связности.

Задача заключается в разработке метода оценки динамических особенностей системы в виде совокупности критических состояний и динамических форм взаимодействий в зависимости от коэффициента связности внешних возмущений.

Математическая модель

На основе известных методов [9] механической колебательной системе (см. рис.1) может быть сопоставлена структурная схема эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления (рис.2) приемами операционного исчисления [20].

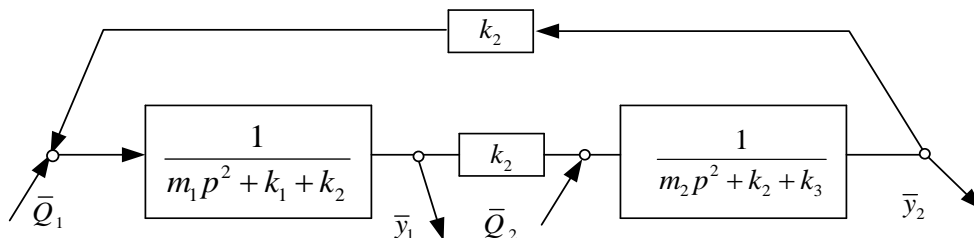


Рис.2. Структурная схема механической колебательной системы (рис.1) ($p=j\omega, j=\sqrt{-1}$, «-» над символом обозначает преобразование Лапласа)

Fig. 2. Structural scheme of mechanical oscillatory system (fig.1) ($p = j\omega, j = \sqrt{-1}$, «-» above the symbol designates the Laplace transformation)

Пусть массоинерционный элемент m_1 рассматривается в качестве объекта, динамическое состояние которого оценивается. Для определения динамических свойств объекта на основе структурной схемы (см. рис.2) может быть построено передаточное отношение:

$$W_{11}(\gamma, p) = \frac{\bar{y}_1}{Q_1} = \frac{m_2 p^2 + k_2 + k_3 + \gamma k_2}{A(p)}, \quad (2)$$

где Q_1 рассматривается как входной сигнал, а y_1 – как выходной.

Соответствующая амплитудно-частотная характеристика (АЧХ), полученная на основе передаточного отношения (2) путем замены переменных $p=j\omega$, принимает вид:

$$A_{11}(\omega) = W_{11}(\gamma, p) \Big|_{p=j\omega} = \frac{-m_2(\omega^2 - (n_1^2 + \gamma\Delta_2^2))}{m_1 m_2 (\omega^2 - \omega_1^2) \cdot (\omega^2 - \omega_2^2)} \quad (3)$$

$$n_1^2 = \frac{k_1 + k_2}{m_1},$$

$$n_2^2 = \frac{k_1 + k_2}{m_1},$$

$$\Delta_1^2 = \frac{k_2}{m_1},$$

$$\Delta_2^2 = \frac{k_2}{m_2},$$

$$\omega_1^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{n_1^2 - n_2^2}{2}\right)^2 + \Delta_1^2 \Delta_2^2},$$

$$\omega_2^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{n_1^2 - n_2^2}{2}\right)^2 + \Delta_1^2 \Delta_2^2}.$$

Если коэффициент связности внешних возмущений $\gamma = 0$, то силовое возмущение приложено только к массоинерционному элементу m_1 . В таком случае динамические свойства механической колебательной системы отображаются следующим графиком АЧХ (рис.3).

Динамические особенности, определяемые АЧХ, могут быть отображены в виде графов динамических состояний и форм динамических взаимодействий объекта механической колебательной системы.

1. Совокупность критических состояний обнуления амплитуды колебаний объекта и состояний резонанса отображаются вершинами графа, а знакоопределенные ветви графика АЧХ, соответствующие «положительным» и «отрицательным» формам динамических взаимодействий объекта системы, отображаются «положи-

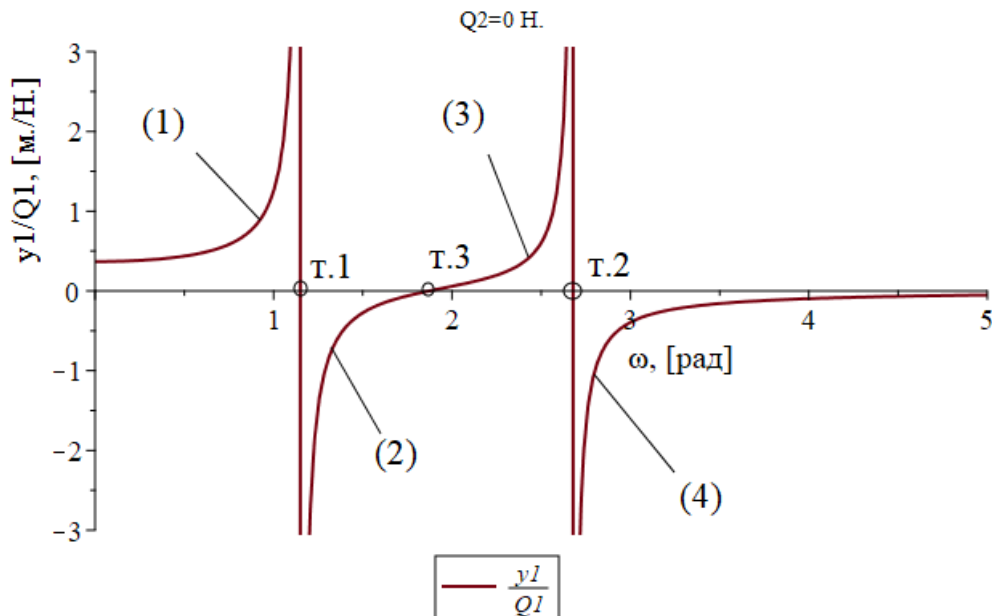


Рис.3. Амплитудно-частотная характеристика для $\gamma = 0$: 1, 3 – положительные ветви графика, 2, 4 – отрицательные ветви графика, т.1 – первая собственная частота ω_1 , т.2 – вторая собственная частота ω_2 , т.3 – частота динамического гашения колебаний ω_0

Fig. 3. Frequency response characteristic for $\gamma = 0$: 1, 2 – positive branches of the graph, 2, 4 – negative branches of the graph, point 1 – first natural frequency ω_1 , point 2 – second natural frequency ω_2 , point 3 – frequency of dynamic oscillation damping ω_0

тельными» и «отрицательными» дугами.

Наравне с резонансами и состоянием обнуления вводится условное состояние «покоя», в котором система находится «до приложения к ней внешнего силового возмущения». Так же вводится условное состояние «запираия», которое отображает обнуление амплитуды колебаний объекта по мере неограниченного возрастания частоты внешнего возмущения.

С учетом условных динамических состояний АЧХ сопоставляется граф динамических состояний объекта механической колебательной системы как конечное множество вершин, последовательно соединенных ориентированным в направлении возрастания частоты дугами.

Граф динамических состояний может быть преобразован на основе критерия отождествления между собой вершин условных динамических состояний.

Результирующий граф образован множеством вершин, отображающих состояния обнуления или резонанса, и дополнительной вершиной, отображающей условные динамические состояния «покоя» и запираия». В свою очередь, критерий отождествления вершин может отображать существенные признаки, учитывающие специфику задачи. В частности, могут быть использованы критерии отождествления резонансов на различных частотах. В этом случае все вершины, отображающие резонансы, преобразуются в одну вершину. Так же может быть использован обобщенный критерий отождествления между собой всех динамических состояний. В результате может быть получен граф, образованный од-

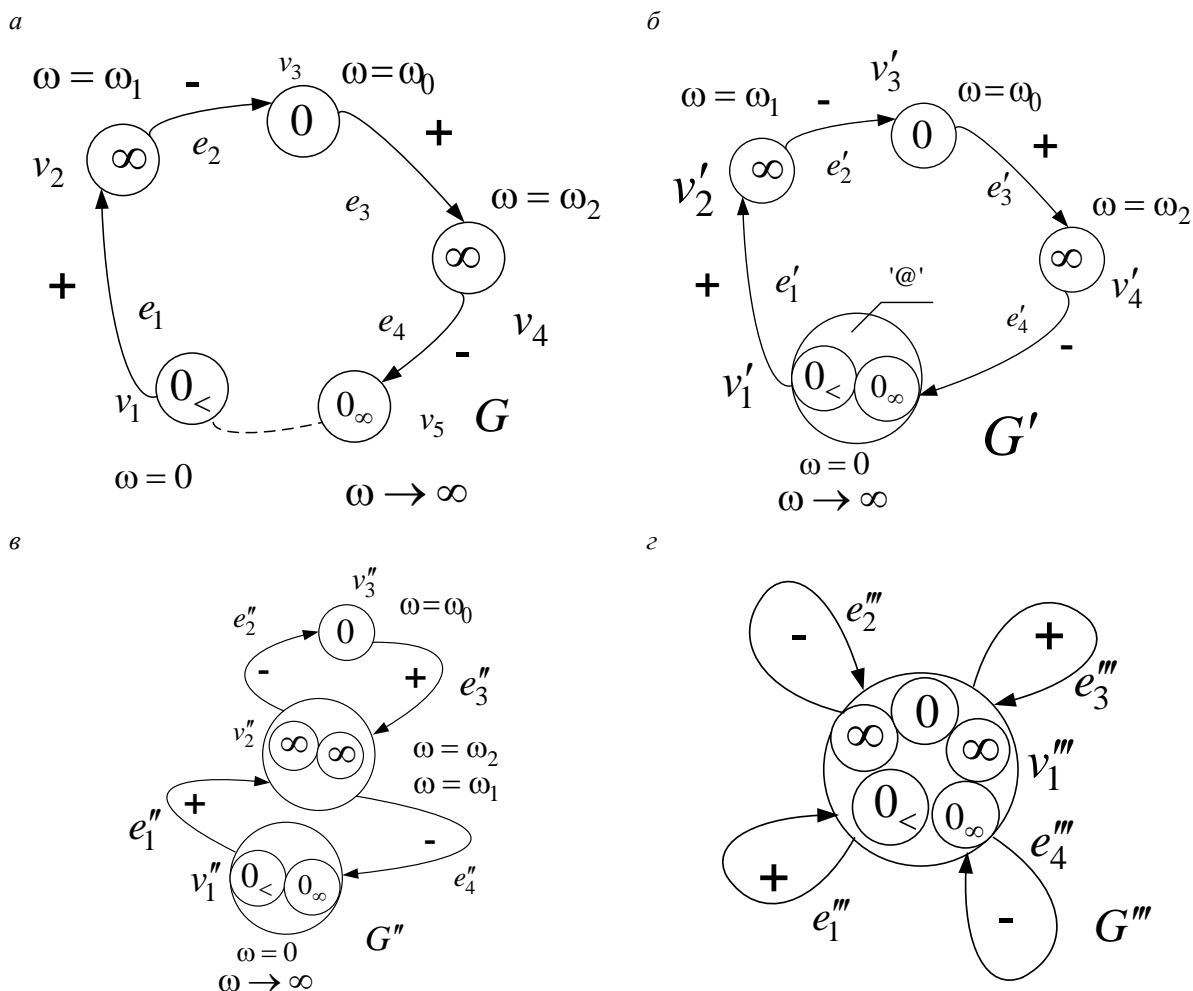


Рис. 4. Графы динамических состояний: а – граф $G = \{V, E\}$ «последовательных» состояний; б – граф $G' = \{V', E'\}$ с отождествленными, «условными» состояниями; в – граф $G'' = \{V'', E''\}$ отождествленными резонансами; з – граф $G''' = \{V''', E'''\}$ «обобщенного» состояния

Fig. 4. Dynamic state graphs: а – graph $G = \{V, E\}$ of «successive» states; б – graph $G' = \{V', E'\}$ with identified, «conditional» state; в – graph $G'' = \{V'', E''\}$ with identified resonances; з – graph $G''' = \{V''', E'''\}$ of «generalized» state

ной вершиной и совокупностью петель, отображающих положительные и отрицательные формы динамических взаимодействий.

Для коэффициента связности $\gamma = 0$ динамические состояния, представленные АЧХ (см. рис.3), отображены графом $G = \{V, E\}$, где $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ – множество вершин, $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ – множество дуг (рис.4а). Состояние динамического гашения на частоте $\omega = \omega_0$ (см. рис.3, т.3) отображено вершиной $v_3 = \{0\}$. Состояния резонанса на частотах $\omega = \omega_1$ и $\omega = \omega_2$ (см. рис.3, т.1, т.2) отображено вершинами $v_2 = \{\infty\}$ и $v_4 = \{\infty\}$ соответственно.

Наравне с состояниями резонанса и обнуления амплитуды колебания (или состояния динамического гашения колебаний) введено два условных динамических состояния для того, чтобы существующие формы динамических взаимодействий всегда находились «между» определенными динамическими состояниями. Условное динамическое состояние «покоя», в котором находится система до приложения внешнего воздействия, отображено вершиной $v_1 = \{0_>\}$. Условное динамическое состояние «запирания», в котором система находится при неограниченном возрастании частоты внешнего возмущения $\omega \rightarrow \infty$, обозначено вершиной $v_5 = \{0_\infty\}$. Можно полагать, что в условных динамических состояниях амплитуды колебания координаты объекта равна нулю. «Положительные» формы динамических взаимодействий элемента y_1 , определяемые положительными ветвями АЧХ на частотных интервалах $(0, \omega_1)$ и (ω_0, ω_2) (см. рис.3, линии 1,3), отображены «положительными» дугами $e_1 = \langle (v_1, v_2), + \rangle$, $e_3 = \langle (v_3, v_4), + \rangle$ соответственно. «Отрицательные» формы динамических взаимодействий, определяемые отрицательными ветвями АЧХ на частотных интервалах (ω_1, ω_0) и (ω_2, ∞) (см. рис.3, линии 2,4), отображены отрицательными дугами $e_2 = \langle (v_2, v_3), - \rangle$, $e_4 = \langle (v_4, v_5), - \rangle$ соответственно.

В свою очередь, граф G на основе использования критерия отождествления между собой вершин условных динамических состояний может быть преобразован к графу $G' = \{V', E'\}$, где множество состояний представлено вершинами $V' = \{v'_1, v'_2, v'_3, v'_4\}$, а множество форм динамических взаимодействий дугами $E' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$. Вершины v'_2, v'_3, v'_4 обозначают те же динамические состояния, что и вершины v_2, v_3, v_4 графа G , а вершина $v'_1 = \{\textcircled{\omega}\}$ отобража-

ет, отождествленные между собой, условные состояния «покоя» и «запирания». Дуги $e'_1 = \langle (v'_1, v'_2), + \rangle$, $e'_3 = \langle (v'_3, v'_1), + \rangle$ отображают положительные формы взаимодействий элемента y_1 , а дуги $e'_2 = \langle (v'_2, v'_3), - \rangle$, $e'_4 = \langle (v'_4, v'_1), - \rangle$ – отрицательные.

Применение к графу G' критерия отождествления между собой режимов резонанса приводит к графу G'' (рис.6б). Граф $G'' = \{V'', E''\}$ образован вершинами $V'' = \{v''_1, v''_2, v''_3\}$ и дугами $E'' = \{v''_1, v''_2, v''_3, v''_4\}$.

Для определения обобщенных динамических особенностей механической колебательной системы используется критерий, отождествляющий между собой состояния резонансов, состояния «обнуления» координат и условных состояний (рис.6г). Применение обобщенного критерия приводит к графу $G''' = \{V''', E'''\}$, который образован одной вершиной и набором петель $E''' = \{e_1''', e_2''', e_3''', e_4'''\}$, где e_1''' , e_3''' отображают «положительные» формы, а e_2''' , e_4''' – «отрицательные».

Таким образом, в обобщенном смысле совокупность динамических состояний для нулевого коэффициента связности может быть охарактеризована наличием двух положительных и двух отрицательных форм динамических взаимодействий в виде выражения F_2^2 , где нижний индекс означает количество отрицательных форм взаимодействий, а верхний – число положительных.

2. Наравне с семейством графов динамических состояний может быть определено семейство графов динамических форм взаимодействий объекта механической колебательной системы. Для построения графа динамических форм взаимодействий на основе АЧХ каждой положительной ветви графика, обозначающей множество положительных форм динамических взаимодействий элемента, сопоставляется «положительная» вершина; каждой отрицательной ветви графика, обозначающей множество «отрицательных» форм динамических взаимодействий объекта системы сопоставляется «отрицательная» вершина.

Критические состояния механической колебательной системы, представленные на АЧХ точками обнуления или разрывами второго рода, являющимися граничными точками частотных интервалов, в которых определены положительные или отрицательные ветви, отображаются направленными дугами, соеди-

няющими вершины графа. Совокупность условных динамических состояний отображается дополнительной направленной дугой, соединяющей формы динамических взаимодействий, соответствующих частотным интервалам, граничащим с нулем и бесконечностью.

Граф динамических форм взаимодействий может быть преобразован в граф на основе критерия отождествления форм динамических взаимодействий одинаковой направленности. В этом случае, вершины, сопоставленные «положительным» формам взаимодействий, отображаются одной «положительной» вершиной, а вершины, сопоставленные «отрицательным» форматам взаимодействий, отображаются одной «отрицательной» вершиной.

Возможно использование обобщенного критерия отождествления форм одинаковых и противоположных направленностей. В результате получается граф, состоящий из одной вершины и множества петель, отображающих совокупность динамических состояний.

Для коэффициента связности $\gamma = 0$ совокупность динамических форм взаимодействий объекта на основе амплитудно-частотной характеристики (см. рис. 3) отображается графом $G = \{V, E\}$ (см. рис. 5, а). Множество вершин $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ отображает множество динамических форм взаимодействий, а множество дуг $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ отображает динамические состояния. «Положительные» вершины $v_1 = \{+; (0, \omega_1)\}$, $v_3 = \{+; (\omega_0, \omega_2)\}$ отображают «положительные» формы динамических взаимодействий на частотных интервалах $(0, \omega_1)$ и (ω_0, ω_2) , представленные положительными ветвями

графика АЧХ (см. рис. 3, 1, 3); «отрицательные» вершины $v_2 = \{-; (\omega_1, \omega_0)\}$, $v_4 = \{-; (\omega_2, \infty)\}$ отображают «отрицательные» формы динамических взаимодействий на частотных интервалах (ω_1, ω_0) и (ω_2, ∞) , представленные отрицательными ветвями графика амплитудно-частотной характеристики (см. рис. 3, 2, 4). Дуги $e_1 = \langle (v_1, v_2), \infty; \omega = \omega_1 \rangle$, $e_3 = \langle (v_3, v_4), \infty; \omega = \omega_2 \rangle$ отображают состояния резонанса на собственных частотах $\omega = \omega_1$, $\omega = \omega_2$ (см. рис. 3). Дуга $e_2 = \langle (v_2, v_3), 0; \omega = \omega_0 \rangle$ отображает состояние динамического гашения колебаний на частоте $\omega = \omega_0$, дуга $e_4 = \langle (v_4, v_1), @; \omega = 0, \infty \rangle$ отображает обобщение условных состояний «покоя» и «запирания».

На основе использования критерия отождествления между собой динамических форм взаимодействий с одинаковыми направленностями движений без привязки к частотным интервалам граф G преобразован к графу $G' = \{V', E'\}$, где $V' = \{V'_1, V'_2\}$ – множество вершин, $E' = \{e'_1, e'_2, e'_3, e'_4\}$ – множество дуг (см. рис. 5 б). Результирующий граф G' образован обобщенной вершиной $V'_1 = \{--\}$, отображающей «положительные» формы взаимодействий, обобщенной вершиной $V'_2 = \{++\}$, отображающей отрицательные формы динамических взаимодействий, дугами $e'_1 = \langle V'_2, V'_1 \rangle$, $e'_3 = \langle V'_2, V'_1 \rangle$ отображающих режимы резонанса, дугой $e'_2 = \langle V'_1, V'_2 \rangle$, отображающей режим обнуления амплитуды колебаний, и дугой $e'_4 = \langle V'_1, V'_2 \rangle$, отображающей условный режим «покоя – запирания».

Для передачи представлений о динамических формах без учета их направленностей ис-

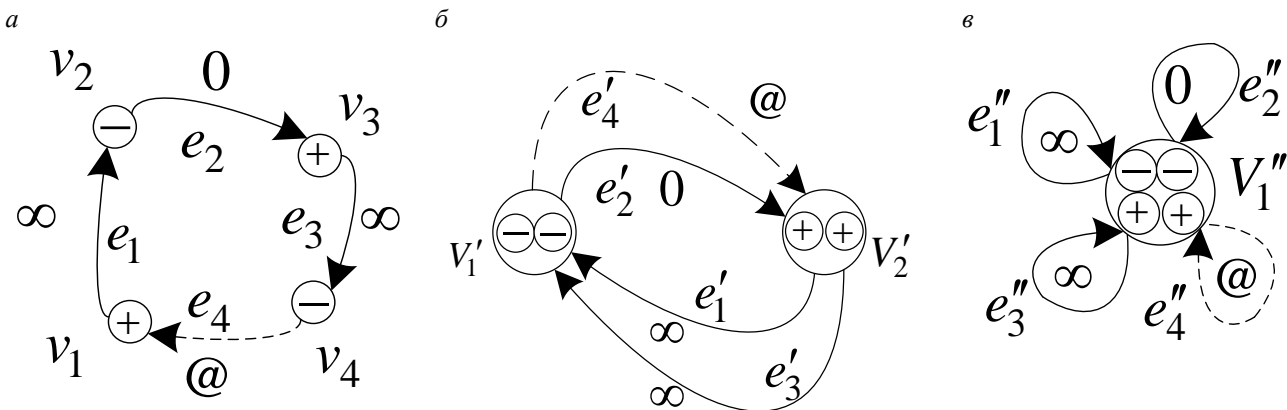


Рис. 5. Динамические формы взаимодействий объекта в виде ориентированных графов: а – граф $G = \{V, E\}$; б – граф $G' = \{V', E'\}$; в – граф $G'' = \{V'', E''\}$

Fig. 5. Dynamic interaction modes of the object in the form of oriented graphs: а – graph $G = \{V, E\}$; б – graph $G' = \{V', E'\}$; в – graph $G'' = \{V'', E''\}$

пользуется обобщенный критерий отождествления между собой положительных и отрицательных форм. Применение критерия преобразует граф G' к виду $G'' = \{V'', E''\}$ (рис. 6, в). Результирующий граф G'' образован одной обобщенной вершиной и набором петель, отображающих два резонанса, один режим динамического гашения колебаний и условный режим «покоя – запираения».

С обобщенной точки зрения динамические формы взаимодействий для нулевого коэффициента связности характеризуются двумя резонансами и одним режимом динамического гашения колебаний, что может быть рассмотрено в качестве инварианта S_1^2 , где нижний индекс означает количество состояний обнуления амплитуд колебания, а верхний – количество резонансов.

Метод построения динамических инвариантов на основе частотной функции обнуления

Совокупность динамических состояний объекта механической колебательной системы (см. рис.1) в зависимости от γ коэффициента связности силовых возмущений Q_1, Q_2 может быть построена на основе амплитудно-частотной характеристики (3) передаточного отношения (2) структурной схемы, отображающей силовое воздействие на объект в качестве входного сигнала, а колебание объекта – в качестве выходного (см. рис.2).

Для фиксированного коэффициента связности внешних воздействий, амплитудно-частотная характеристика (3) позволяет определить конечную совокупность форм динамических состояний. Каждому значению коэффициента связности составляется совокупность интервалов знакопостоянства амплитудно-частотной характеристики, критических значений частот обнуления и частот резонанса, которая может быть отображена графами динамических особенностей. Частотные интервалы знакопостоянства амплитудно-частотной характеристики с учетом коэффициента связности могут быть определены на основе частотной функции аргумента коэффициента связности, обнуляющей числитель соответствующего дробно-рационального выражения (3):

$$\omega_0^2 = n_2^2 + \gamma \Delta_2^2.$$

Частотная функция обнуления ω_1^2 амплитуды колебания объекта, динамическое состояние которого оценивается, определяет критиче-

ские значения коэффициента связности, в которых частотная функция принимает нулевое значение и совпадает с частотами собственных колебаний (рис. 6):

$$\begin{aligned}\gamma_{10} &= \frac{-n_2^2}{\Delta_2^2}, \\ \gamma_{11} &= \frac{\omega_1^2 - n_2^2}{\Delta_2^2}, \\ \gamma_{12} &= \frac{\omega_2^2 - n_2^2}{\Delta_2^2}.\end{aligned}$$

Критические значения коэффициента связности определяют разбиение области $(-\infty, \infty)$ всевозможных значений коэффициента связности на непересекающиеся множества $(-\infty, \gamma_0)$, $\{\gamma_0\}$, (γ_0, γ_1) , $\{\gamma_1\}$, (γ_1, γ_2) , $\{\gamma_2\}$, (γ_2, ∞) , в каждом из которых амплитудно-частотная характеристика может быть представлена графами динамических особенностей (рис. 6).

В общем случае, частотная функция обнуления может быть использована для отображения совокупностей динамических состояний и форм динамических взаимодействий с учетом критериев отождествления ряда признаков динамических характеристик, отображающих существенные свойства решения задачи.

1. Совокупность динамических состояний объекта механической колебательной системы в зависимости от «знакоопределяющих» множеств (табл.3, стр. 1) коэффициента связности внешних воздействий может быть отображена на основе частотной функции обнуления координаты (см. рис. 6) в виде графов динамических особенностей (табл. 1) с учетом критерия отождествления существенных признаков ряда динамических характеристик, учитывающих специфику исходной задачи. В частности, использование критерия отождествления условных динамических состояний «покоя-запираения» позволяет отображать совокупность динамических состояний объекта в виде «замкнутых» графов. Учет критерия отождествления динамических состояний резонанса между собой позволяет представить совокупность динамических состояний в виде графов, образованных парами вершин «обнуление-резонанс», связанными между собой формами динамических взаимодействий с помощью направленных дуг.

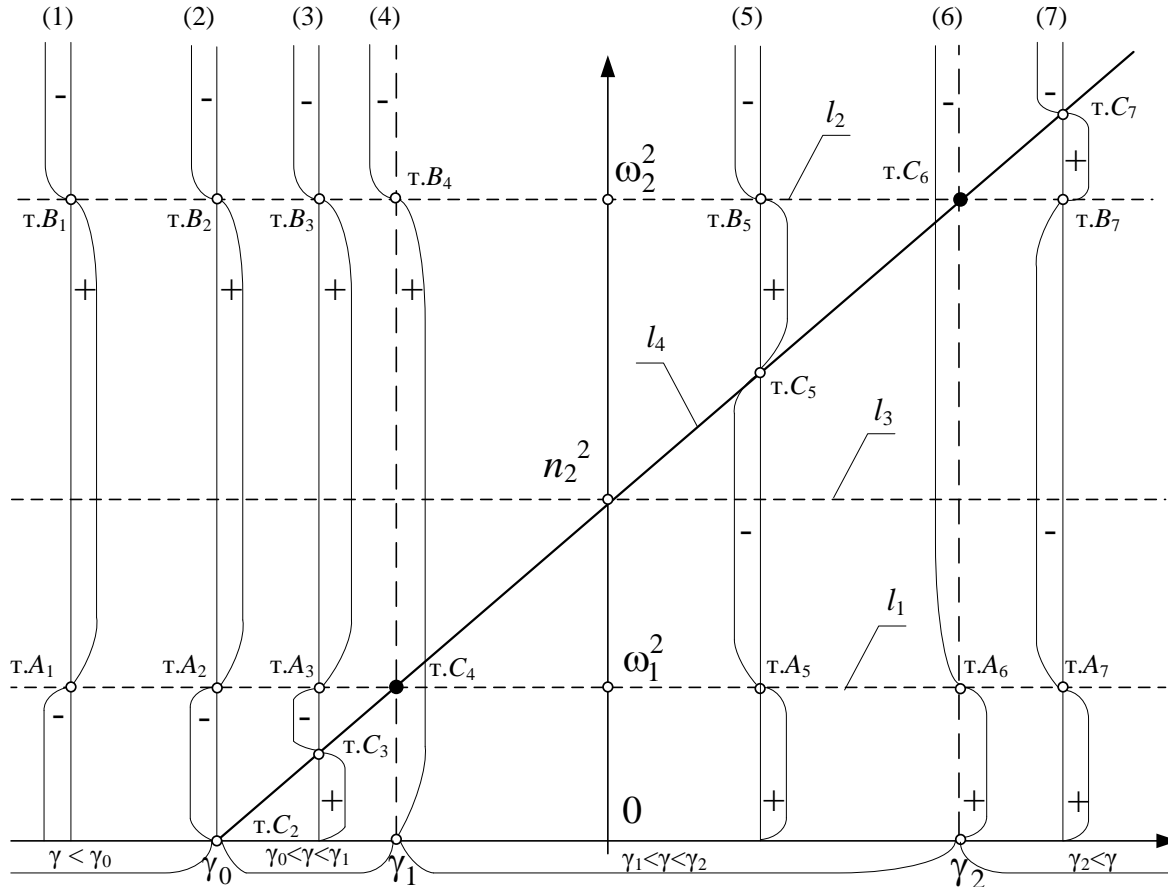


Рис. 6. Частотная функция обнуления координаты y_1 с учетом критических точек: 1 – интервалы знакопостоянства $A_{11}(\omega)$, удовлетворяющего условию $\gamma < \gamma_0$; 2 – интервалы знакопостоянства для $\gamma = \gamma_0$; 3 – $\gamma_0 < \gamma < \gamma_1$; 4 – $\gamma = \gamma_1$; 5 – $\gamma_1 < \gamma < \gamma_2$; 6 – $\gamma = \gamma_2$; 7 – $\gamma_2 < \gamma$ (l_1 – уровень ω_1^2 , l_2 – уровень ω_2^2 , l_3 – уровень частичной частоты n_1^2 , l_4 – график частотной функции $\omega_{01}^2 = n_2^2 + \gamma \Delta_2^2$ обнуления амплитуды колебания координаты y_1)

Fig. 6. Frequency function of coordinate zeroing y_1 taking into account the critical points: 1 – constancy intervals $A_{11}(\omega)$ satisfying the condition $\gamma < \gamma_0$, 2 – constancy intervals for $\gamma = \gamma_0$, 3 – $\gamma_0 < \gamma < \gamma_1$, 4 – $\gamma = \gamma_1$, 5 – $\gamma_1 < \gamma < \gamma_2$, 6 – $\gamma = \gamma_2$, 7 – $\gamma_2 < \gamma$ (l_1 – level ω_1^2 , l_2 – level ω_2^2 , l_3 – partial frequency level n_1^2 , l_4 – frequency function graph $\omega_{01}^2 = n_2^2 + \gamma \Delta_2^2$ of zeroing the oscillation amplitude of coordinate y_1)

Таблица 1. Динамические инварианты массоинерционного элемента y_1

Table 1. Dynamic invariants of mass-inertial element y_1

№	1	2	3	4
I	$\gamma < \gamma_0$	$\gamma = \gamma_0$	$\gamma_0 < \gamma < \gamma_1$	$\gamma = \gamma_1$
II	S_0^2	S_1^2	S_1^2	S_0^1
II I				

Окончание таблицы 1

№	1	2	3	4	
IV	F_2^1	F_1^2	F_2^2	F_1^1	
V					
VI	$S_0^2 F_2^1$	$S_1^2 F_1^2$	$S_1^2 F_2^2$	$S_0^1 F_1^1$	
№	5	6	7		
I	$\gamma_1 < \gamma < \gamma_2$	$\gamma = \gamma_2$	$\gamma_2 < \gamma$		
II	S_1^2	S_0^1	S_1^2		
III					
IV	F_2^2	F_1^1	F_2^2		
V					
VI	$S_1^2 F_2^2$	$S_0^1 F_1^1$	$S_1^2 F_2^2$		

Использование обобщенного критерия отождествления состояний обнуления и резонансов между собой приводит к отображению динамических состояний в виде графов, образованных единственными вершинами, которые имеют петли, отображающие формы динамических состояний (см. табл.1, стр. III). Таким образом, с обобщенной точки зрения динамические особенности объекта механической колебательной системы могут быть отображены количеством положительных и отрицательных форм динамических взаимодействий.

2. Совокупность динамических форм взаимодействий объекта механической колебательной системы в зависимости от коэффициента связности внешних воздействий может быть отображена на основе частотной функции

обнуления координаты (см. рис. 6) в виде графов динамических форм с учетом критериев отождествления признаков ряда динамических характеристик

В частности, использование критерия отождествления условных динамических состояний «покоя-запирания» позволяет отобразить совокупность динамических состояний объекта в виде «замкнутых» графов. Учет критерия отождествления динамических форм взаимодействий одинаковой направленности позволяет представить совокупность динамических форм в виде графов, образованных парами вершин «положительная форма- отрицательная форма», «связанными» между собой динамическими состояниями с помощью направленных дуг.

Использование обобщенного критерия отождествления форм без учета их направленности

сти приводит к отображению динамических особенностей в виде графов, образованных одной вершиной с петлями, отображающими формы динамических состояний (см. табл.1, стр. V).

С обобщенной точки зрения динамические особенности объекта механической колебательной системы могут быть отображены количеством состояний обнуления координат и количеством резонансов.

Для фиксированного коэффициента связности γ динамические особенности могут быть представлены в виде интегральных характеристик динамических состояний S_j^i , где i – количество резонансов, j – количество состояний обнуления (см. табл. 1, стр. II), а также интегральных характеристик динамических форм F_l^k , где l – количество отрицательных форм взаимодействий, а k – количество положительных форм взаимодействий (см. табл.1, стр. VI). Общее количество динамических особенностей может быть обозначено в виде $S_j^i F_l^k$ (см. табл. 1, стр. VI). Таким образом, динамические особенности механической колебательной системы с учетом характера внешнего воздействия имеют интегральные характеристики вида $S_0^1 F_1^1$, $S_0^2 F_2^1$, $S_1^2 F_1^2$, $S_1^2 F_2^2$.

Смена объекта, динамическое состояние которого оценивается, может привести к изменению совокупности динамических инвариантов.

Метод оценки совокупности динамических особенностей на основе частотной функции в зависимости от объекта

Наравне с передаточным отношением W_{11} , используемым для оценки динамических особенностей массинерционного элемента m_1 , выбранного в качестве объекта, может быть рассмотрено передаточное отношение W_{22} для оценки динамических особенностей массинерционного элемента m_2 :

$$W_{22} = \frac{\bar{y}_2}{Q_2} = \frac{\gamma(m_1 p^2 + k_1 + k_2) + k_2}{(m_1 p^2 + k_1 + k_2)(m_2 p^2 + k_2 + k_3) - k_2^2},$$

где Q_2 – рассматривается как входной сигнал, а y_1 – как выходной.

Для учета динамических особенностей может быть построена амплитудно-частотная характеристика, зависящая от коэффициента связности внешних возмущений γ :

$$A_{22}(\omega) = \frac{\bar{y}_2}{Q_2} \Big|_{p=j\omega} = \frac{-m_1(\omega^2 - [n_1^2 + \frac{\Delta_1^2}{\gamma}])}{m_1 m_2 (\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2)}. \quad (4)$$

Частотные интервалы знакопостоянства амплитудно-частотной характеристики (4) однозначно определяются для любого фиксированного γ коэффициента связности внешних воздействий. Соответствующая частотная функция обнуления аргумента коэффициента связности определяется из условий равенства нулю числителя дробно-рационального выражения (4):

$$\omega_{02}^2 = n_1^2 + \frac{\Delta_1^2}{\gamma}. \quad (5)$$

Частотная функция обнуления (5) амплитуды колебания объекта, динамическое состояние которого оценивается, определяет критические значения коэффициента связности, в которых частотная функция принимает нулевое значение и совпадает с частотами собственных колебаний:

$$\begin{aligned} \gamma_{20} &= \frac{-\Delta_1^2}{n_1^2}, \\ \gamma_{21} &= \frac{\Delta_1^2}{\omega_1^2 - n_1^2}, \\ \gamma_{22} &= \frac{\Delta_1^2}{\omega_2^2 - n_1^2}. \end{aligned}$$

Критические значения коэффициента связности определяют разбиение области $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ всевозможных значений коэффициента связности на непересекающиеся множества $(-\infty, \gamma_1)$, $\{\gamma_1\}$, (γ_1, γ_0) , $\{\gamma_0\}$, $(\gamma_0, 0)$, $(0, \gamma_2)$, $\{\gamma_2\}$, (γ_2, ∞) , в каждом из которых амплитудно-частотная характеристика может быть представлена графами динамических особенностей (см. рис. 7) графиком частотной функции обнуления).

Частотная функция применяется для отображения совокупностей динамических состояний и форм взаимодействий с учетом критериев отождествления признаков характеристик, раскрывающих существенные свойства решения задачи.

Совокупность особенностей объекта механической колебательной системы в зависимости от коэффициента связности внешних воздействий определяется по частотной функции обнуления координаты (рис. 7) в обобщенном виде (табл. 2), отображающем на разбиении области определения коэффициента связности (табл. 2, стр. II) количество динамиче-

ских состояний (табл. 2, стр. III) и форм взаимодействий (табл. 2, стр. IV).

Представленные динамические особенности (см. табл. 2, стр. IV) могут рассматриваться как своеобразные динамические инварианты или характеристики механических колебательных систем, находящиеся под воздействием связанных внешних силовых возмущений.

Совокупность динамических инвариантов для массоинерционного элемента y_1 (см. табл. 1, стр. VI) отличается от совокупности динамических инвариантов массоинерционного элемента y_2 (см. табл. 2, стр. IV), если совокупность инвариантов рассматривать как функцию, с помощью которой сопоставляется каждому коэффициенту связности определенный динамический инвариант. Вместе с тем, динамические инварианты (см. табл. 1, стр. VI; табл. 2, стр. IV), соответствующие различным массоинерционным элементам y_1 и y_2 , отличаются между собой как множества.

Следует отметить, что динамические инварианты $S_1^2 F_2^2$, $S_1^2 F_2^2$, $S_0^2 F_1^2$, $S_1^2 F_2^2$ определены на интервалах коэффициента связности γ , а $S_0^1 F_1^1$, $S_1^2 F_2^1$ определены для критических значений γ_1 , γ_0 , γ_2 . Можно предположить, что инварианты $S_0^1 F_1^1$, $S_1^2 F_2^1$ обладают признаками «неустойчивости», если под «неустойчивостью» понимать существенное изменение инварианта при незначительном изменении коэффициента связности. В этом смысле, «интервальные» динамические инварианты $S_1^2 F_2^2$, $S_1^2 F_2^2$, $S_0^2 F_1^2$, $S_1^2 F_2^2$ могут рассматриваться как «устойчивые».

Можно полагать, что на основе рассмотренных динамических инвариантов могут быть построены интегральные характеристики динамических особенностей в виде количества форм динамических взаимодействий, количества критических состояний или их суммы.

Заключение

Рассмотрена механическая колебательная система с двумя степенями свободы, находящаяся под воздействием зависимых силовых возмущений. Характер зависимости внешних силовых возмущений определяется с помощью так называемого коэффициента связности, представляющего собой пример настроечного параметра вибрационного состояния механической колебательной системы. В частном случае, когда коэффициент связности равен нулю, ди-

намическое состояние механической колебательной системы определяется приложением к одному массоинерционному элементу внешнего возмущения силовой природы. Совокупность динамических особенностей, соответствующая всевозможным частотам внешнего возмущения, в этом случае определяется одним режимом динамического гашения, двумя резонансами и определенным числом форм динамических взаимодействий. Рассмотрена задача определения совокупности динамических особенностей в зависимости от коэффициента связности. Показано, что совокупность динамических особенностей может быть построена на основе использования частотной функции обнуления амплитуды колебаний координаты массоинерционного элемента, выбранного в качестве объекта, динамическое состояние которого оценивается. Показано, что динамические особенности, выражаемые амплитудно-частотными характеристиками, могут быть отображены с помощью вариантов ориентированных графов, с учетом критериев отождествления существенных динамических признаков, связанных со спецификой постановки задачи. Показано, что построенные графы могут рассматриваться в качестве своеобразных инвариантов или интегральных характеристик элементов, выбранных в качестве объектов оценки динамических свойств механических колебательных систем.

Разработана методика оценки обобщенных динамических особенностей механических колебательных систем, включающих в свой состав вариационный параметр в виде коэффициента связности внешних возмущений силовой природы. Показано, что варьирование коэффициента связности изменяет существенные динамические особенности механических колебательных систем, выражаемые в количестве режимов обнуления амплитуд колебаний, резонансов и динамических форм взаимодействий объекта, динамическое состояние которого оценивается. В частности, указывается, что выбор специальных точечных или интервальных значений коэффициента связности позволяет «устранить» один из резонансов, «установить» режим динамического гашения на нулевую частоту внешнего возмущения или вообще «исключить» или наоборот «включить» возможность проявления режима обнуления амплитуды колебания. Следует отметить, что подобные

специфические динамические особенности для точечных значений коэффициентов связности обладают признаками неустойчивости и требуют дополнительных исследований.

Таким образом, показано, что разработанный подход обладает потенциалом практи-

ческой значимости в направлении создания технологий оценки, контроля и формирования динамических состояний механических колебательных система на основе встроенных настроечных параметров.

Список литературы

1. Махутов Н.А. Безопасность и риски: системные исследования и разработки. Новосибирск : Наука, 2017. 724 с.
2. Стиславский А.Б., Цыгичко В.Н. Формальная постановка задачи обеспечения безопасности транспортного комплекса // Труды Института системного анализа РАН. 2009. № 41. С. 26–42.
3. Хохлов А.А. Динамика сложных механических систем. М. : МИИТ. 2002. 172 с.
4. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton : CRC Press LLC, 2000. 957 p.
5. Harris C. M., Crede C.E. Shock and Vibration Handbook. New York : McGraw-Hill Book Co, 2002. 1457 p.
6. Копылов Ю.Р. Динамика процессов виброударного упрочнения. Воронеж : Научная книга, 2011. 569 с.
7. Елисеев С.В. Прикладной системный анализ и структурное математическое моделирование (динамика транспортных и технологических машин: связность движений, вибрационные взаимодействия, рычажные связи). Иркутск : Изд-во ИрГУПС, 2018. 692 с.
8. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of Oscillations. Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects. Series: Studies in Systems, Decision and Control. Vol. 252. Cham : Springer International Publishing, 2020. 521 p.
9. Методология системного анализа в задачах оценки, формирования и управления динамическим состоянием технологических и транспортных машин / С.В. Елисеев, А.В. Елисеев, Р.С. Большаков и др. Новосибирск : Наука, 2021. 679 с.
10. Елисеев С.В., Миронов А.С., Вьюнг К.Ч. Динамическое гашение колебаний при введении дополнительных связей и внешних воздействий // Вестн. Донск. гос. техн. ун-та. 2019. Т. 19. № 1. С. 38–44. DOI 10.23947/1992-5980-2019-19-1-38-44.
11. Karnovskii I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection. Switzerland : Springer International Publishing, 2016. 708 p.
12. Хоменко А.П., Елисеев С.В., Ермошенко Ю.В. Системный анализ и математическое моделирование в мехатронике виброзащитных систем. Иркутск : Изд-во ИрГУПС, 2012. 288 с.
13. Dynamics of mechanical systems with additional ties / S.V. Eliseev, A.V. Lukyanov, Yu.N. Reznik et al. Irkutsk : Publishing of Irkutsk State University, 2006. 316 p.
14. Елисеев С.В., Ермошенко Ю.В. Сочленения звеньев в динамике механических колебательных систем. Иркутск : Изд-во ИрГУПС, 2012. 156 с.
15. Елисеев А.В. Особенности взаимодействия материальной частицы с вибрирующей поверхностью в зависимости от дополнительной силы с неустойчивой связью // Междунар. журн. прикл. и фундамен. исследований. 2013. № 3. С. 9–15.
16. Вьюнг К.Ч., Миронов А.С., Елисеев С.В. Методологические подходы в формировании структуры и параметров вибрационного поля вибростенда // Научно-технические и виброволновые технологии обработки деталей высокотехнологичных изделий : материалы междунар. науч. симпозиума технологов-машинистроителей. Ростов-на-Дону, 2018. С. 110–113.
17. Каргапольцев С.К., Елисеев С.В., Вьюнг К.Ч. Об особенностях установки и размещения вибровозбудителя технологической вибрационной машины // Системы. Методы. Технологии. 2019. № 2 (42). С. 7–12. DOI 10.18324/2077-5415-2019-2-7-12.
18. Елисеев, С.В., Большаков Р.С., Ситов И.С. О влиянии избыточных связей между элементами на динамические свойства технических объектов // Системы. Методы. Технологии. 2020. № 2 (46). С. 7–11. DOI 10.18324/2077-5415-2020-2-7-11.
19. Механические цепи в задачах коррекции динамических состояний вибрационных технологических машин / С.В. Елисеев, С.К. Каргапольцев, Р.С. Большаков и др. // Вестн. Иркут. гос. техн. ун-та. 2020. Т. 24. № 4 (153). С. 718–727. DOI 10.21285/1814-3520-2020-4-718-727.
20. Лурье А.И. Операционное исчисление и применение в технических приложениях. М. : Наука. 1959. 368 с.

References

1. Makhutov N.A. Bezopasnost' i riski: sistemnye issledovaniya i razrabotki [Security and risks: systems research and development]. Novosibirsk: Nauka publ, 2017. 724 p.
2. Stislavskii A.B., Tsygichko V.N. Formal'naya postanovka zadachi obespecheniya bezopasnosti transportnogo kompleksa [Formal statement of the task of ensuring the safety of the transport complex]. *Trudy Instituta sistemnogo analiza RAN* [Proceedings of the Institute of System Analysis RAS], 2009. №. 41. pp. 26-42.
3. Khokhlov A.A. Dinamika slozhnykh mekhanicheskikh sistem [Dynamics of complex mechanical systems]. Moscow: MIIT Publ., 2002. 172 p.
4. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton : CRC Press LLC, 2000. 957 p.
5. Harris C. M., Crede C.E. Shock and Vibration Handbook. New York : McGraw-Hill Book Co, 2002. 1457 p.
6. Kopylov Yu.R. Dinamika protsessov vibroudarnogo uprochneniya [Dynamics of Vibroimpact Hardening Processes.] Voronezh: Nauchnaya kniga Publ., 2011. 569 p.
7. Eliseev S.V. Prikladnoi sistemnyi analiz i strukturalnoe matematicheskoe modelirovanie (dinamika transportnykh i tekhnologicheskikh mashin: svyaznost' dvizhenii, vibratsionnye vzaimodeistviya, rychazhnye svyazi) [Applied system analysis and structural mathematical modeling (dynamics of transport and technological machines: connectivity of motions, vibrational interactions, lever linkages)]. Irkutsk: IrGUPS Publ., 2018, 692 p.

8. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of Oscillations. Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects. Series: Studies in Systems, Decision and Control. Vol. 252. Cham : Springer International Publishing, 2020. 521 p.
9. Eliseev S.V., Eliseev A.V., Bol'shakov R.S., Khomenko A.P. Metodologiya sistemnogo analiza v zadachakh otsenki, formirovaniya i upravleniya dinamicheskim sostoyaniem tekhnologicheskikh i transportnykh mashin [Methodology of system analysis in the problems of evaluation, formation and control of the dynamic state of technological and transport machines]. Novosibirsk: Nauka Publ., 2021. 679 p.
10. Eliseev, S.V., Mironov A.S., Vyong K.T. Dinamicheskoe gashenie kolebaniy pri vvedenii dopolnitel'nykh svyazei i vneshnikh vozdeystviy [Dynamic damping of oscillations with the introduction of additional ties and external influences]. *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Don State Technical University]. 2019, Vol. 19, no 1, pp. 38-44. DOI 10.23947/1992-5980-2019-19-1-38-44.
11. Karnovskii I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection. Switzerland : Springer International Publishing, 2016. 708 p.
12. Khomenko A.P., Eliseev S.V., Ermoshenko Yu.V. Sistemnyi analiz i matematicheskoe modelirovanie v mekhatronike vibrozashchitnykh sistem [System analysis and mathematical modeling in mechatronics of vibration protection systems]. Irkutsk: IrGUPS Publ., 2012. 288 p.
13. Dynamics of mechanical systems with additional ties / S.V. Eliseev, A.V. Lukyanov, Yu.N. Reznik et al. Irkutsk : Publishing of Irkutsk State University, 2006. 316 p.
14. Eliseev S.V., Ermoshenko Yu.V. Sochleneniya zven'ev v dinamike mekhanicheskikh kolebatel'nykh sistem [Articulations of links in the dynamics of mechanical oscillatory systems]. Irkutsk: IrGUPS Publ., 2012. 156 p.
15. Eliseev A.V. Osobennosti vzaimodeystviya material'noi chastitsy s vibriuyushchei poverkhnost'yu v zavisimosti ot dopolnitel'noi sily s neuderzhivayushchei svyaz'yu [Features of the interaction of a material particle with a vibrating surface depending on the additional force with a non-retaining bond]. *Mezhdunarodnyi zhurnal prikladnykh i fundamental'nykh issledovaniy* [International Journal of Applied and Fundamental Research]. 2013, no 3, pp. 9-15.
16. Vyong K.T., Mironov A.S., Eliseev S.V. Metodologicheskie podkhody v formirovanii struktury i parametrov vibratsionnogo polya vibrostenda [Methodological approaches to the formation of the structure and parameters of the vibration field of the shaker]. *Materialy mezhdunarodnogo nauchnogo simpoziuma tekhnologov-mashinostroytelei «Naukoemkie i vibrovolnovye tekhnologii obrabotki detalei vysokotekhnologichnykh izdeliy»* [Proceedings of the international scientific symposium of technologists – machine builders «Science-intensive and vibration-wave technologies for processing parts of high-tech products»]. Rostov-on-Don, 2018, pp. 110-113.
17. Kargapol'tsev S.K., Eliseev S.V., Vyong K.T. Ob osobennostyakh ustanovki i razmeshcheniya vibrovzbuditelya tekhnologicheskoi vibratsionnoi mashiny [About the features of installation and placement of a vibration exciter of a technological vibration machine]. *Sistemy. Metody. Tekhnologii* [Systems. Methods. Technology]. 2019, no 2 (42), pp. 7-12. DOI 10.18324/2077-5415-2019-2-7-12.
18. Eliseev S.V., Bolshakov R.S., Sitov I.S. O vliyani izbytochnykh svyazei mezhd elementami na dinamicheskie svoystva tekhnicheskikh ob'ektov [On the influence of redundant connections between elements on the dynamic properties of technical objects]. *Sistemy. Metody. Tekhnologii* [Systems. Methods. Technology]. 2020, no 2 (46), pp. 7-11. DOI 10.18324/2077-5415-2020-2-7-11.
19. Eliseev S.V., Kargapol'tsev S.K., Bolshakov R.S., Eliseev A.V. Mekhanicheskie tsepi v zadachakh korrktsii dinamicheskikh sostoyanii vibratsionnykh tekhnologicheskikh mashin [Mechanical circuits in the problems of correcting the dynamic states of vibration technological machines]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Irkutsk State Technical University]. 2020, Vol. 24, no 4 (153), pp. 718-727. DOI 10.21285/1814-3520-2020-4-718-727.
20. Lur'e A.I. Operatsionnoe ischislenie i primeneniye v tekhnicheskikh prilozheniyakh [Operational calculus and application in technical applications]. Moscow: Nauka Publ., 1959. 368 p.

Информация об авторах

Елисеев Андрей Владимирович, канд. техн. наук, доцент кафедры математики, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: eavsh@ya.ru
Большаков Роман Сергеевич, канд. техн. наук, доцент кафедры управления эксплуатационной работой, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: bolshakov_rs@mail.ru

Information about the authors

Andrey V. Eliseev, Ph.D. in Engineering Science, Associate Professor of Department «Mathematics», Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: eavsh@ya.ru
Roman S. Bol'shakov, Ph.D. in Engineering Science, Associate Professor of Department «Operation Management», Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: bolshakov_rs@mail.ru