

Решение задачи маршрутизации в транспортной сети с использованием псевдополиномиальной модели

Ю. О. Полтавская✉

Ангарский государственный технический университет, г. Ангарск, Российская Федерация

✉ juliapoltavskaya@mail.ru

Резюме

Решение задачи маршрутизации транспортных средств заключается в построении маршрутов от автотранспортного предприятия к определенному количеству потребителей, расположенных в географическом пространстве. Разработка эффективных систем распределения позволяет минимизировать затраты на доставку, что является актуальным направлением совершенствования работы предприятия в современных экономических условиях, с целью обеспечения устойчивых транспортных связей между потребителями и для создания конкурентоспособности на рынке транспортных услуг. В статье рассматривается задача маршрутизации транспортных средств при обслуживании потребителей на нескольких маршрутах с учетом временных окон. Считается, что транспортное средство может быть назначено для работы более чем на одном маршруте за период планирования (рабочий день). Алгоритм решения задачи является итеративным и основан на использовании модели псевдополиномиального сетевого потока, узлы которой представляют моменты времени, а дуги – возможные маршруты транспортных средств. Алгоритм был протестирован на наборе данных из пяти потребителей и двух транспортных средств. Также стоит отметить, что вместимость транспортных средств является переменной, оказывающей существенное влияние на получение оптимального варианта решения задачи. В дальнейших исследованиях, направленных на поиск методов решения задачи маршрутизации, рекомендуется учитывать значение постоянных затрат, связанных с использованием транспортных средств, поскольку, оно оказывает значительное влияние на функцию минимизации затрат в случае применения на практике. Предлагаемый метод позволяет отследить данный момент, поскольку математическая модель и алгоритм принимают во внимание стоимостные затраты в целевой функции.

Ключевые слова

задача маршрутизации, псевдополиномиальная модель, оптимизационная задача, целочисленное программирование, обслуживание потребителей

Для цитирования

Полтавская Ю. О. Решение задачи маршрутизации в транспортной сети с использованием псевдополиномиальной модели / Ю. О. Полтавская // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2022. – № 1 (73). – С. 95–103. – DOI: 10.26731/1813-9108.2022.1(73).95-103

Информация о статье

поступила в редакцию: 09.02.2022 г.; поступила после рецензирования: 18.03.2022 г.; принята к публикации: 22.03.2022 г.

Solution problem of routing in transport network using pseudopolynomial model

Ju. O. Poltavskaya✉

Angarsk State Technical University, Angarsk, the Russian Federation

✉ juliapoltavskaya@mail.ru

Abstract

Solution of the vehicle routing problem lies in building routes from a motor transport enterprise to a certain number of consumers located in a geographic space. Development of efficient distribution systems allows minimizing delivery costs, which is an important trend in improving the work of an enterprise under present-day economic conditions, in order to provide sustainable transport links between consumers to ensure competitiveness in the transport services market. The article considers the problem of vehicle routing when serving consumers on several routes, taking into account time windows. It is considered that a vehicle can be assigned to work on more than one route during the planning period (working day). The algorithm for solving the problem is iterative based on the use of a pseudopolynomial network flow model where nodes represent points in time with the arcs showing the possible routes of vehicles. The algorithm was tested on a dataset of five consumers and two vehicles. It is also worth noting that the capacity of vehicles is a variable that has a significant impact on obtaining the optimal solution to the problem. In further research aimed at finding methods for solving the routing problem, it is recommended to take into account the value of fixed costs associated with the use of vehicles, since it has a significant impact on the cost minimization function if applied in practice. The proposed method makes it possible to consider this moment since the mathematical model and algorithm take account of the expenses in the objective function.

Keywords

routing problem, pseudopolynomial model, optimization problem, integer programming, customer service

For citation

Poltavskaya Ju. O. Resheniye zadachi marshrutizatsii v transportnoi seti s ispol'zovaniyem psevdopolynomial'noi modeli [Solution problem of routing in transport network using pseudopolynomial model]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie* [Modern Technologies. System Analysis. Modeling], 2022, No. 1 (73), pp. 95–103. – DOI: 10.26731/1813-9108.2022.1(73).95-103

Article info

Received: 09.02.2022; revised: 18.03.2022; accepted: 22.03.2022.

Введение

Выбор маршрута транспортного средства (ВМТС) представляет собой комбинаторную оптимизационную задачу планирования пути следования для объезда определенного количества потребителей, которым должны доставить и/или от которых необходимо получить требуемое количество груза. Задача состоит в том, чтобы найти наилучший набор маршрутов в соответствии с соблюдением эксплуатационных ограничений транспортных средств. Целевой функцией может быть минимизация транспортных расходов, максимизация количества обслуженных потребителей или сочетание этих факторов [1–6]. Ее можно рассматривать как обобщение известной комбинаторной задачи коммивояжера, которую можно описать как выбор маршрута для одного транспортного средства без учета требований потребителей. Методы ее решения включают несколько эвристических и метаэвристических подходов, а также некоторые точные методы, чаще всего основанные на методе «ветвей и границ» [7–9]. Классическую версию ВМТС обычно называют задачей маршрутизации с учетом загрузки, поскольку подвижной состав имеет ограниченную вместимость (грузоподъемность) [10–13].

Наиболее известным вариантом классической задачи выбора маршрута является ВМТС с временными окнами [14, 15]: существует определенный период времени, в течение которого каждый из потребителей должен быть обслужен. Наряду с расстояниями между всеми потребителями и автотранспортным предприятием (АТП) необходимо учитывать время в пути и продолжительность обслуживания. Иной вариант решения рассматриваемой задачи представлен в литературе авторами [16–18], где допускается, что транспортное средство может быть назначено для работы более чем на одном маршруте за период планирования, и обозначается как задача выбора маршрута транспортного средства с несколькими рейсами.

В данной статье рассматривается задача маршрутизации транспортных средств с временными окнами и множественными маршрутами. Несмотря на очевидную практическую значимость (например, доставка скоропортящихся грузов), этот вариант классической задачи не является предметом большого количества исследований. Алгоритм задачи, основанный на модели псевдополиномиального сетевого потока, узлы которого представляют собой дискретные моменты времени, а решение состоит из набора путей, каждый из которых представляет собой рабочий день, позволяет определить последовательности маршрутов, назначенных одному транспортному средству за конкретный период планирования. Особенность данной модели заключается в том, что ее размер зависит от продолжительности рабочего дня. Моменты времени, рассматриваемые в модели, являются целыми, поэтому, когда время в пути не представляет собой целое число, предлагается использовать процедуры округления, которые позволяют получить нижнюю границу значения. Затем модель встраивается в алгоритм, который итеративно добавляет новые моменты времени в модель сетевого потока и повторно оптимизирует ее до тех пор, пока не будет доказано, что найденное решение реализуемо. Минимизация транспортных расходов – это первоочередная задача поиска кратчайшего пути с ограничениями ресурсов, сформулированная в виде графа, дуги которого представляют маршруты транспортных средств, генерирующихся априори, поскольку существует дополнительное ограничение в продолжительности движения, из-за чего количество возможных маршрутов резко сокращается.

Модель целочисленного программирования для решения задачи маршрутизации

Для постановки задачи определим, что имеется одно АТП, которое является началом и концом всех маршрутов транспортных средств.

Парк подвижного состава однороден. Все транспортные средства имеют вместимость Q единиц. Предполагается, что в парке имеется K свободных автомобилей. Множество потребителей представлено числом $N = \{1, \dots, n\}$. Паре $i, j \in N \in \cup \{A\}$ соответствует определенное расстояние d_{ij} и время в пути t_{ij} . Каждый i -ый потребитель характеризуется спросом q_i , доходом g_i , временем обслуживания s_i и временным окном $[a_i, b_i]$, где a_i – самое раннее время, а b_i – самое позднее время начала обслуживания i -го потребителя. Время начала работы АТП определено как $s_0 = 0$, и все маршруты транспортных средств должны соответствовать временному окну АТП $[a_0, b_0]$, т. е. ни одно транспортное средство не может покинуть предприятие до a_0 или прибыть в него после b_0 . Это временное окно представляет собой продолжительность рабочего дня W . Примем, что

$$b_i + s_i + d_{i0} \leq b_0 \quad \forall i \in N_r.$$

Каждое транспортное средство может пройти несколько маршрутов в течение рабочего дня. Маршрут r определяется последовательностью посещения подмножества клиентов $N_r \in N$. Он реализуем, если сумма требований всех потребителей, принадлежащих N_r , не превышает вместимости (грузоподъемности) транспортного средства и если последовательность посещения такова, что можно посетить каждого потребителя в пределах установленного временного окна. Считается, что обслуживание всех потребителей на маршруте не может начаться позже, чем через время t_{max} после начала маршрута. Обозначим множество всех допустимых маршрутов R . Для каждого маршрута также необходимо учитывать время на подготовительно-заключительные операции. Прежде чем осуществить выезд из АТП для выполнения маршрута r , транспортному средству требуется период времени $\beta \sum_{i \in N_r} s_i$ для загрузки, при этом $\beta \in R^+$. Посещение всех пунктов на маршруте может оказаться невозможным из-за ограничения количества доступных транспортных средств, однако предпочтительным является обслуживание наибольшего количества потребителей.

Задача может быть сформулирована в виде полного ориентированного графа

$$G = (V, A),$$

где $V = N \cup \{o\}$ – множество узлов; $A = \{(i, j) : i, j \in V\}$ – множество дуг.

Бинарные переменные x_{ij}^r и y_i^r определяют, соответственно, принадлежат ли дуга (i, j) и i -ый потребитель маршруту r , тогда как бинарная переменная z_{rs} определяет транспортное средство, которое выполняет маршрут r в свой рабочий день. Обозначение $r < s$ указывает, что одно и то же транспортное средство назначается для прохождения маршрута s после маршрута r . Переменная t_i^r представляет момент начала обслуживания i -ого потребителя, если он обслуживается маршрутом r , а t_0^r и $t_0^{r'}$ представляют время начала и окончания маршрута r соответственно:

$$\min \sum_{r \in R} \sum_{i, j \in A} d_{ij} x_{ij}^r - \alpha \sum_{r \in R} \sum_{i \in N} g_i y_i^r, \quad (1)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ih}^r - \sum_{j \in V} x_{hj}^r = 0 \quad \forall h \in N, \forall r \in R, \quad (2)$$

$$\sum_{i \in V} x_{oi}^r = 1 \quad \forall r \in R, \quad (3)$$

$$\sum_{i \in V} x_{io}^r = 1 \quad \forall r \in R, \quad (4)$$

$$\sum_{i \in N} q_i y_i^r \leq Q \quad \forall r \in R, \quad (5)$$

$$t_i^r + s_i + t_{ij} - M(1 - x_{ij}^r) \leq t_j^r, \quad (6)$$

$$a_i y_i^r \leq t_i^r \leq b_i y_i^r \quad \forall i \in N, \forall r \in R, \quad (7)$$

$$t_0^s + M(1 - z_{rs}) \geq t_0^{r'} + \beta \sum_{i \in N} s_i y_i^s, \quad (8)$$

$$\sum_{r \in R} \sum_{s \in R | r < s} z_{rs} \geq |R| - K. \quad (9)$$

Целевая функция (1) отражает, что предпочтительнее обслуживание наибольшего количества потребителей. Для того, чтобы модель была действительной, для константы α должно быть установлено значение. Ограничения (2)–(4) являются ограничениями сохранения потока, а (5) и (9) определяют вместимость и количество транспортных средств. Период обслуживания потребителей должен соответствовать определенному временному окну и выражается формулой (7). Каждые два потребителя при последовательном обслуживании на одном маршруте должны иметь совместимое время (6), так же, как и два последовательных маршрута, выполняемых одним и тем же транспортным средством (8) [19-21].

Основой алгоритма «ветвей и границ» для решения задачи маршрутизации является генерация столбцов, где каждый из них представляет рабочий день транспортного средства w . Продолжительность рабочего дня складывается из последовательности маршрутов, назначенных транспортному средству, которые необходимо выполнить в течение установленного планового периода.

Пусть Ω будет набором допустимых рабочих дней, d_w и g_w – суммарное расстояние перевозки и транспортные затраты за рабочий день $w \in \Omega$ соответственно, a_{iw} – бинарный коэффициент, указывающий, обслуживается ли i -ый потребитель в течение рабочего дня w , тогда:

$$\min \sum_{w \in \Omega} (d_w - \alpha g_w) x_w, \quad (10)$$

$$\sum_{w \in \Omega} a_{iw} x_w \leq 1, \quad i \in V, \quad (11)$$

$$\sum_{w \in \Omega} x_w \leq K, \quad (12)$$

$$x_w \in \{0, 1\} \quad w \in \Omega$$

Целевая функция (10) учитывает, что потребитель может быть не посещен в случае нехватки времени или отсутствия свободного транспортного средства. Выражение (11) устанавливает ограничение посещения не более одного раза каждого потребителя. Количество рабочих дней в решении не может превышать количество доступных транспортных средств (12). Решение задачи формулируется как поиск кратчайшего пути с ограничениями ресурсов в заданном графе, узлы которого представляют маршруты транспортных средств, а дуги – пары последовательных маршрутов. Все допустимые маршруты генерируются заранее.

Псевдополиномиальная модель сети

В модели сетевого потока в решении задач маршрутизации переменные представляют возможные маршруты транспортных средств, которые предварительно генерируются, затем решается целочисленная модель с учетом всех ее переменных. Поскольку узлы графа представляют моменты времени, требуется дискретизация времени.

Маршрут $r \in R$ может быть допустимым, если он начинается в разные моменты времени. Поэтому для каждого маршрута r считаем, что существует несколько маршрутов r_t , по одному на каждый возможный момент отправления t . Продолжительность маршрута r σ_r различна для моментов отправления, так как время ожидания для обслуживания потребителей может различаться.

Пусть $(i_1, \dots, i_{|N_r|})$ – последовательность потребителей, посещенных на маршруте $r \in R$. Первый возможный момент времени для завершения маршрута r будет равен

$$T_r^- = \theta_{i_{|N_r|}} + s_{i_{|N_r|}} + t_{i_{|N_r|}o},$$

где $\theta_{i_{|N_r|}}$ – первый возможный момент начала обслуживания последнего потребителя $i_{|N_r|}$ на маршруте r .

Можно вычислить T_r^- , полагая, что

$$\theta_{ih} = \max \{ \theta_{ih-1} + s_{ih-1} + t_{ih-1}, a_{ih} \}$$

для $h \in \{1, \dots, |N_r|\}$ с $\theta_{i0} = a_{i0}$.

Это означает, как показано на рис. 1, что начало маршрута r в любой момент времени

$$t_r^* \leq T_r^- = \theta_{i1} - t_{oi1}$$

предполагает его завершение в момент времени T_r^- .

Аналогично, последний возможный момент времени для завершения маршрута r будет равен:

$$T_r^+ = \varphi_{i_{|N_r|}} + s_{i_{|N_r|}} + t_{i_{|N_r|}o},$$

где $\varphi_{i_{|N_r|}}$ – последний возможный момент нача-

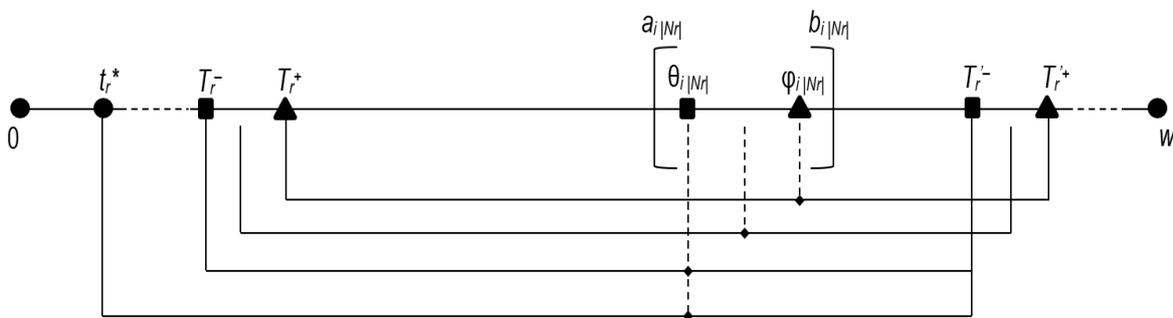


Рис. 1. Начальные и конечные моменты времени на маршруте r

Fig. 1. Initial and final moments on the route r

ла обслуживания потребителя $i_{|N_r|}$ на маршруте r , а $\varphi_{ih} = \min \{\varphi_{ih-1} + s_{ih-1} + t_{ih-1}, b_{ih}\}$ для $h \in \{1, \dots, |N_r|\}$ с $\varphi_{i0} = b_{i0}$.

Начало маршрута в любой момент после $T_r^+ = \varphi_{i1} - t_{oil}$ невозможно, поскольку не учитывается хотя бы одно из временных окон для обслуживания потребителей. Если маршрут r начинается во временном интервале $[T_r^-, T_r^+]$, то он будет иметь минимальную продолжительность, так как время ожидания сведено к минимуму. Для каждого $r \in R$ интервал $[T_r^-, T_r^+]$ вычисляется, как описано выше. Количество различных допустимых маршрутов для рассмотрения:

$$\sum_{r \in R} \left[\frac{T_r^+ - T_r^- + 1}{U} \right],$$

в единицу времени U , принимая $U = 1$.

В модели каждый рабочий день соответствует пути в ациклическом ориентированном графе $\Pi = (\Delta, \Psi)$. Множество его вершин $\Delta = \{0, 1, \dots, W\}$ представляет дискретные моменты времени от 0 до продолжительности рабочего дня W и $\Psi = \{(u, v)^r : 0 \leq u < v \leq W, u \in [T_r^-, T_r^+], v = u + \sigma_r, r \in R\} \cup \{(u, v)^0 : 0 \leq u < v \leq W, v = u + 1\}$ представляет набор дуг.

Дуги соответствуют либо допустимым маршрутам транспортных средств, либо периодам ожидания. Дуги времени ожидания представляют моменты времени рабочего дня, когда транспортное средство находится в АТП. В модели корректируется момент времени начала каждого маршрута $r \in R$ $\beta \sum_{i \in N_r} s_i$ за предшествующие моменты времени для учёта продолжительности загрузки транспортного средства.

Модель формулируется как задача о минимальном потоке. Количество ограничений полиномиально по значению W , количество переменных полиномиально по допустимым маршрутам, ограниченное константой, зависящей от параметра t_{max} . Поэтому модель имеет псевдополиномиальное количество переменных и ограничений.

Переменная λ_{uv}^r соответствует потоку по дуге $(u, v)^r$, проходящих по маршруту r , отправляющихся из АТП в момент u и прибывающих в момент v рабочего дня. Переменная z – общий поток через граф и рассматривается как обратный поток из вершины W в вершину 0. Коэффициент d_r – стоимость маршрута r , т. е. сумма общего пройденного расстояния. Модель утверждает, что

$$\min \sum_{(u,v)^r \in \Psi} (d_r - \alpha \sum_{i \in N_r} g_i) \lambda_{uv}^r, \quad (13)$$

$$\sum_{(u,v)^r \in \Psi | i \in N_r} \lambda_{uv}^r \leq 1 \quad \forall i \in N, \quad (14)$$

$$\sum_{(v,y)^s \in \Psi} \lambda_{vy}^s - \sum_{(u,v)^r \in \Psi} \lambda_{uv}^r = \begin{cases} z, & v = 0, \\ 0, & v = 1, \dots, W-1, \\ -z, & v = W, \end{cases} \quad (15)$$

$$z \leq K, \quad (16)$$

$$\lambda_{uv}^r \leq 0 \quad \forall (u, v)^r \in \Psi, \quad (17)$$

$$z \geq 0. \quad (18)$$

Цель моделирования процесса маршрутизации – минимизация общего расстояния, пройденного всеми транспортными средствами в течение рабочего дня (13). Обслужить всех потребителей может быть невозможным ввиду ограниченного количества доступных транспортных средств (16), неравенство в ограничении (14) учитывает это. Выражения (15), (17) и (18) являются ограничениями сохранения потока в сети, гарантирующими, что количество потока, входящего в узел, равно количеству потока, выходящего из него [19–27].

Пример решения задачи маршрутизации

Рассмотрим решение задачи маршрутизации с пятью потребителями, двумя доступными транспортными средствами ($K = 2$) вместимостью $Q = 10$ единиц, $t_{max} = 5$ и $b = 0,2$. В табл. 1 приведены следующие исходные данные: координаты (x_i, y_i) , временное окно $[a_i, b_i]$, спрос q_i и время обслуживания s_i для узла $i \in N = \{1, \dots, 5\} \cup \{0\}$.

Таблица 1. Исходные данные

Table 1. Input data

Потребитель, i	Координаты, (x_i, y_i)	Временное окно, $[a_i, b_i]$	Спрос, q_i	Время обслуживания, s_i
1	(1, 0)	[5, 6]	1	2
2	(0, 1)	[12, 15]	7	2
3	(1, 2)	[15, 18]	1	2
4	(3, 1)	[7, 9]	2	2
5	(2, 3)	[10, 15]	3	2

Расстояние между двумя потребителями равно евклидову. Представлен граф сетевого потока, сгенерированный для рис. 2, оптимальное решение – на рис. 3. В этом решении $z = 2$ и, требуются два транспортных средства, K_1 и K_2 . Судя по графу решения (рис. 3), каждое из транспортных средств за свой рабочий день должно пройти два маршрута. Одно из транспортных средств (K_1) будет выполнять маршруты, обслуживая потребителей 2, 3 и 4. Загрузка транспортного средства для выполнения маршрута b начнется в момент времени 3,44, прибытие в АТП – 12,16, ожидание 0,04 момента времени, и повторная загрузка для маршрута e со-

стоится в момент времени 12,20, окончание работы на маршрутах и прибытие в АТП в момент времени 21,65. Второе транспортное средство обслуживает потребителей 1 и 5. Загрузку для выполнения маршрута f начинается в момент времени 3,60, прибытие в АТП – в 8,00, ожидание 2,99 момента времени для загрузки для маршрута a (момент времени 10,99), окончание работы на маршрутах в момент времени 20,60.

Возможные маршруты обслуживания всех потребителей отражены в табл. 2. При реализации алгоритма, описанного выше, все пункты маршрута посещаются однократно, и за рабочий день обслуживаются все потребители.

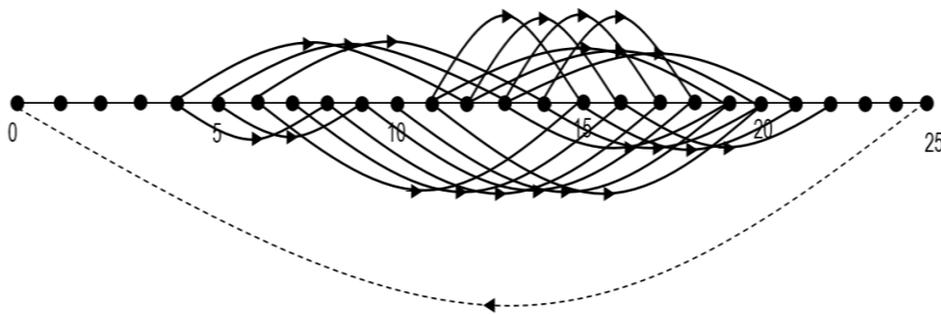


Рис. 2. Граф сетевого потока
Fig. 2. Network flow graph

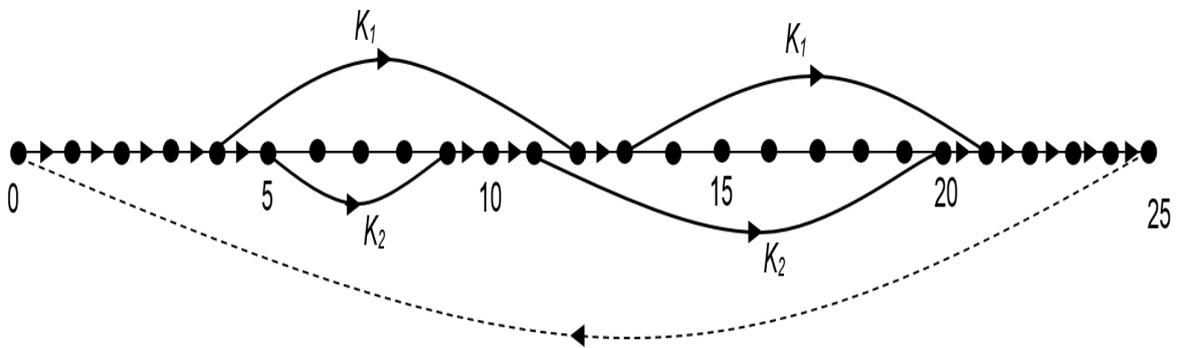


Рис. 3. Оптимальное решение
Fig. 3. Optimal solution

Таблица 2. Возможные маршруты обслуживания потребителей
Table 2. Possible consumer servicing routes

Маршрут, r	Потребитель, i	Начальный интервал, $[T_r^-, T_r^+]$	Дуги, $\{(u, v)^r\}$
a	(5)	[5,99; 10,99]	$\{(6, 15)^a; (7, 16)^a; (8, 17)^a; (9, 18)^a; (10, 19)^a; (11, 20)^a\}$
b	(4)	[3,44; 5,44]	$\{(4, 12)^b; (5, 13)^b; (6, 14)^b\}$
c	(3)	[12,36; 15,36]	$\{(13, 19)^c; (14, 20)^c; (15, 21)^c; (16, 22)^c\}$
d	(2)	[10,60; 13,60]	$\{(11, 15)^d; (12, 16)^d; (13, 17)^d; (14, 18)^d\}$
e	(2, 3)	[10,20; 12,79]	$\{(11, 19)^e; (12, 20)^e; (13, 21)^e\}$
f	(1)	[3,60; 4,60]	$\{(4, 8)^f; (5, 9)^f\}$

Переменные представляют возможные маршруты транспортных средств в модели сетевого потока. Очевидно, что уменьшение количества дуг уменьшает размер модели, повышая ее эффективность.

Подход к решению задачи маршрутизации состоит в перечислении всех возможных маршрутов, и определении соответствующей модели сетевого потока. Выражения (13)–(18) представляют моменты времени. Расстояния в контрольных точках не являются целыми числами, есть альтернативные варианты: либо используется дискретизация, либо применяются процедуры округления для использования целочисленной единицы времени. Первый вариант привел бы к модели сетевого потока с огромным количеством переменных и ограничений, и не позволил найти оптимальное решение. Найденное решение во втором варианте во многих случаях будет выполнимым. Решение, найденное по модели (13)–(18), недопустимо, возникает необходимость разработки алгоритма, уточняющего итеративно дискретизацию, что позволит достичь оптимального значения

при первоначальной грубой дискретизации времени.

Заключение

ВМТС – это вариант классической задачи маршрутизации транспортных средств. В статье описана модель сетевого потока и алгоритм решения данной задачи. Проведен вычислительный эксперимент на наборе данных из пяти потребителей и двух транспортных средств. Один из аспектов, который необходимо уточнить, связан с разработкой эффективных схем управления количеством переменных и ограничений модели. Действительно, иногда огромное количество дуг, становится явной проблемой, препятствующей решению задач с большим количеством потребителей. Этого можно будет достичь путем разработки новых гибридных алгоритмов или путем динамического создания дуг. В качестве альтернативы возможна разработка основанной на модели эвристики, использующей преимущества псевдополиномиальной модели [7, 28, 29].

Список литературы

1. Методы прогнозирования и оптимизации транспортной сети с учетом мощности пассажира и грузопотоков / В.Е. Гозбенко, А.Н. Иванков, М.Н. Колесник и др. // Деп. рукопись 17.04.2008, № 330-В2008.
2. Лебедева О.А., Крипак М.Н. Моделирование грузовых перевозок в транспортной сети // Вестн. Ангар. гос. техн. ун-та. 2016. № 10. С. 182–184.
3. Лебедева О.А., Крипак М.Н. Развитие городских грузовых систем с учетом концепции городского планирования // Сб. науч. тр. Ангар. гос. техн. ун-та. 2016. Т. 1. № 1. С. 244–247.
4. Полтавская Ю.О. Оптимизация транспортной сети на основе минимума общих затрат на доставку грузов // Вестн. Ангар. гос. техн. ун-та. 2019. № 13. С. 178–183.
5. Казимиров А.О., Михайлов А.Ю., Шаров М.И. Современные особенности размещения логистических центров на примере города Иркутска // Авиационное строительство и транспорт Сибири : сб. ст. XI Всерос. науч.-техн. конф. Иркутск, 2018. С. 28–32.
6. Казимиров А.О., Михайлов А.Ю. Задачи территориального размещения логистической инфраструктуры в городах // Авиационное строительство и транспорт Сибири : сб. ст. IX Всерос. науч.-практ. конф. Иркутск, 2017. С. 351–355.
7. Просов С.Н., Жуков А.В. Эвристические процедуры сменно-суточного планирования развозочных маршрутов // Современные технологии управления в автотранспортных системах : сб. науч. тр. М. : МАДИ, 2007. С. 112–117.
8. Самуйлов В.М., Петров А.В., Зубарев А.К. Сравнительный анализ эвристических методов маршрутизации городского транспорта // Транспорт Урала. 2012. № 4 (35). С. 12–16.
9. Fuellerer K.G., Hartl D.R., Iori M. Metaheuristics for vehicle routing problems with three-dimensional loading constraints // European Journal of Operational Research. 2010. № 201 (3). P. 751–759.
10. Lebedeva O., Kripak M., Gozbenko V. Increasing effectiveness of the transportation network by using the automation of a Voronoi diagram // Transportation Research Procedia. 2018. № 36. P. 427–433.
11. Christiansen C.H., Lysgaard J. A branch-and-price algorithm for the capacitated vehicle routing problem with stochastic demands // Operations Research Letters. 2007. Vol. 35. № 6. P. 773–781.
12. Barkaoui M., Gendreau M. An adaptive evolutionary approach for real-time vehicle routing and dispatching // Computers & Operations Research. 2013. Vol. 40. № 7. P. 1766–1776.
13. Sarasola B., Doerner K.F., Schmid V., Alba E. Variable neighborhood search for the stochastic and dynamic vehicle routing problem // Annals of Operations Research. 2016. Vol. 236. № 2. P. 425–461.
14. Azi M.N., Potvin G.J.-Y. An exact algorithm for a vehicle routing problem with time windows and multiple use of vehicles // European Journal of Operational Research. 2010. 202. P. 756–763.
15. Заводченко М.М., Карманов В.С. Эвристические методы решения задачи маршрутизации транспорта с временными окнами // Наука. Технологии. Инновации : тр. конф. В 9 ч. Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2019. С. 247–250.
16. Lijun S., Xiangpei H., Zheng W. Research progress on vehicle path planning problems and solving methods // Systems Engineering. 2006. Vol. 24. P. 31–36.

17. Чернышев Ю.О., Кубил В.Н. Обзор динамических задач маршрутизации транспорта // Программные продукты и системы. 2020. № 3. С. 491–501.
18. Оленцевич В.А., Гозбенко В.Е. Методическое и программное обеспечение прогнозирования значений уровня безопасности функционирования железнодорожной транспортной системы. Иркутск : Изд-во ИрГУПС, 2019. 172 с.
19. Колесник М.Н. Применение динамической транспортной задачи с задержками для согласования ритмов работы поставщиков и перевозчиков // Вестн. Иркут. гос. техн. ун-та. 2009. № 1 (37). С. 63–65.
20. Косенко О.В., Косенко Е.Ю., Номерчук А.Я. Анализ ограничений и вариации задач оптимизации при маршрутизации транспорта // Актуальные проблемы современной науки : материалы Междунар. науч.-практ. конф. В 4 ч. Уфа : Изд-во Башкир. государственный университет. Т 4. С. 163–167.
21. Лебедева О.А., Михайлов А.Ю. Классификация моделей, применяемая к грузовым системам // Сборник научных трудов Ангарского государственного технического университета. 2016. Т. 1. № 1. С. 248–251.
22. Solving a dynamic routing problem using an optimization algorithm / O.A. Lebedeva, J.O. Poltavskaya, V. Gozbenko et al. // International Scientific Conference Energy Management of Municipal Facilities and Sustainable Energy Technologies : Journal of Physics: Conference Series. 2020. P. 012101.
23. Solving the vehicle routing problem with time windows and multiple routes exactly using a pseudo-polynomial model / R. Macedo, C. Alves, J.M. Valério de Carvalho et al. // European Journal of Operational Research. 2011. 214(3). P. 536–545.
24. Balagura A.A., Kuzmin O.V. Encoding and decoding algorithms for unlabeled trees // Journal of Physics: Conference Series. 2021. № 1847(1), P. 012027. DOI:10.1088/1742-6596/1847/1/012027.
25. Kuzmin O.V., Khomenko A.P., Artyunin A.I. Development of special mathematical software using combinatorial numbers and lattice structure analysis // Advances and Applications in Discrete Mathematics. 2018. 19(3). P. 229–242. DOI:10.17654/DM019030229.
26. Poltavskaya J., Lebedeva O., Gozbenko V. Automation of the solution to the problem of optimizing traffic in a multi-modal logistics system // Advances in Intelligent Systems and Computing. 2021. Vol. 1258 AISC. P. 255–261. DOI:10.1007/978-3-030-57450-5_23.
27. Гозбенко В.Е., Оленцевич В.А. Повышение безопасности работы железнодорожной транспортной системы на основе автоматизации технологии размещения и крепления груза в вагоне // Известия Транссиба. 2013. № 1 (13). С. 110–116.
28. Захаров В.В., Мугайских А.В. Динамическая адаптация генетического алгоритма маршрутизации транспорта на больших сетях // Управление большими системами. 2018. № 73. С. 108–133.
29. Емельянова Т.С. Эвристические и метаэвристические методы решения динамической транспортной задачи // Перспективные информационные технологии и интеллектуальные системы. 2007. №3 (31). С. 33–43.

References

1. Gozbenko V.E., Ivankov A.N., Kolesnik M.N., Pashkova A.S. Metody prognozirovaniya i optimizatsii transportnoi seti s uchetom moschnosti passazhiro i gruzopotokov [Methods of forecasting and optimizing the transport network taking into account the capacity of passenger and cargo flows]. *Deponirovannaya rukopis* [Deposited manuscript], no 330-V2008 April 17, 2008.
2. Lebedeva O.A., Kripak M.N. Modelirovaniye gruzovykh perevozok v transportnoi seti [Modeling of freight traffic in the transport network]. *Vestnik Angarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Angarsk State Technical University], 2016, no 10, pp. 182–184.
3. Lebedeva O.A., Kripak M.N. Razvitiye gorodskikh gruzovykh sistem s uchetom kontseptsii gorodskogo planirovaniya [Development of urban freight systems with regard to the concept of urban planning]. *Sbornik nauchnykh trudov Angarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Proceedings of the Angarsk State Technical University], 2016, vol. 1, no 1, pp. 244–247.
4. Poltavskaya J.O. Optimizatsiya transportnoi seti na osnove minimuma obshchikh zatrat na dostavku gruzov [Optimization of transport network on the basis of minimum total costs for cargo delivery]. *Vestnik Angarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Angarsk State Technical University], 2019, no 13, pp. 178–183.
5. Kazimirov A.O., Mikhailov A.Y., Sharov M.I. Sovremennyye osobennosti razmeshcheniya logisticheskikh tseftrov na primere goroda Irkutsk [Modern features of the location of logistics centers on the example of the city of Irkutsk]. *Sbornik statei XI Vserossiiskoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii «Aviamashinostroyeniye i transport Sibiri»* [Proceedings of the XI All-Russian Scientific and Technical Conference «Aircraft engineering and transport of Siberia»], Irkutsk, 2018. pp. 28–32.
6. Kazimirov A.O., Mikhailov A.Y. Zadachi territorial'nogo razmeshcheniya logisticheskoi infrastruktury v gorodakh [Tasks of the territorial distribution of logistics infrastructure in cities]. *Sbornik statei IX Vserossiiskoi nauchno-prakticheskoi konferentsii «Aviamashinostroyeniye i transport Sibiri»* [Proceedings of the IX All-Russian Scientific and Practical Conference «Aircraft engineering and transport of Siberia»]. Irkutsk, 2017, pp. 351–355.
7. Prosov S.N., Zhukov A.V. Evristicheskiye protsedury smenno-sutochnogo planirovaniya razvozochnykh marshrutov [Heuristic procedures for shift-daily planning of delivery routes]. *Sbornik nauchnykh trudov «Sovremennyye tekhnologii upravleniya v avtotransportnykh sistemakh»* [Proceedings «Modern control technologies in motor transport systems»]. Moscow, 2007, pp. 112–117.
8. Samuilov V.M., Petrov A.V., Zubarev A.K. Sravnitel'nyi analiz evristicheskikh metodov marshrutizatsii gorodskogo transporta [Comparative analysis of heuristic methods for city transport routing]. *Transport Urala* [Transport of the Urals]. 2012, no 4 (35), pp. 12–16.
9. Fuellerer K.G., Hartl D.R., Iori M. Metaheuristics for vehicle routing problems with three-dimensional loading constraints // *European Journal of Operational Research*, 201 (3), 2010, pp. 751–759.
10. Lebedeva O., Kripak M., Gozbenko V. Increasing effectiveness of the transportation network by using the automation of a Voronoi diagram. *Transportation Research Procedia*. 2018. pp. 427–433.
11. Christiansen C.H., Lysgaard J. A branch-and-price algorithm for the capacitated vehicle routing problem with stochastic

demands // *Operations Research Letters*, 2007, vol. 35, no. 6, pp. 773–781.

12. Barkaoui M., Gendreau M. An adaptive evolutionary approach for real-time vehicle routing and dispatching // *Computers & Operations Research*, 2013, vol. 40, no. 7, pp. 1766–1776.

13. Sarasola B., Doerner K.F., Schmid V., Alba E. Variable neighborhood search for the stochastic and dynamic vehicle routing problem // *Annals of Operations Research*, 2016, vol. 236, no. 2, pp. 425–461.

14. Azi M.N., Potvin G.J.-Y. An exact algorithm for a vehicle routing problem with time windows and multiple use of vehicles // *European Journal of Operational Research*, 2020, vol. 282, no. 1, pp. 756–763.

15. Zavodchenko M.M., Karmanov V.S. Evristicheskiye metody resheniya zadachi marshrutizatsii transporta s vremennymi oknami [Heuristic methods for solving the problem of transport routing with time windows]. *Sbornik nauchnykh trudov «Nauka. Tekhnologii. Innovatsii»* (v 9-ti chastyakh) [Proceedings «Science. Technologies. Innovation. Collection of scientific papers» (In 9 parts)]. Novosibirsk, 2019, pp. 247–250.

16. Lijun S., Xiangpei H., Zheng W. Research progress on vehicle path planning problems and solving methods // *Systems Engineering*, vol. 24, 2006, pp. 31–36.

17. Chernyshev Yu.O., Kubil V.N. Obzor dinamicheskikh zadach marshrutizatsii transporta [A review of dynamic vehicle routing problems]. *Programmnye produkty i sistemy* [Software & Systems], 2020, vol. 33, no. 3, pp. 491–501.

18. Olentsevich V.A., Gozbenko V.E. Metodicheskoe i programmnoe obespechenie prognozirovaniya znachenii urovnya bezopasnosti funkcionirovaniya zheleznodorozhnoi transportnoi sistemy [Methodical and software support for predicting the values of the safety level of the functioning of the railway transport system]. Irkutsk: IrGUPS Publ., 2019. 172 p.

19. Kolesnik M.N. Primeneniye dinamicheskoi transportnoi zadachi s zaderzhkami dlya soglasovaniya ritmov raboty post-avshchikov i perevozchikov [The application of a dynamic transport task with delays to coordinate working rhythms of providers and conveyers]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Irkutsk State Technical University], 2009, no 1 (37), pp. 63–65.

20. Kosenko O.V., Kosenko Ye.Yu., Nomerchuk A.Ya. Analiz ogranichenii i variatsii zadach optimizatsii pri marshrutizatsii transporta [Analysis of limitations and variations of optimization problems in transport routing]. *Materialy Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Aktual'nyye problemy sovremennoy nauki» (V 4-kh chastyakh)* [Proceedings of articles of the International Scientific and Practical Conference (In 4 parts)], Ufa, 2013, vol. 4, pp. 163–167.

21. Lebedeva O.A., Mikhailov A.Y. Klassifikatsiya modelei, primenyayemaya k gruzovym sistemam [Classification model is applied to the cargo system]. *Sbornik nauchnykh trudov Angarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Proceedings of the Angarsk State Technical University], 2016, Vol. 1, no 1, pp. 248–251.

22. Lebedeva O.A., Poltavskaya J.O., Gozbenko V., Mikhailov A. Solving a dynamic routing problem using an optimization algorithm // *Journal of Physics: Conference Series. «International Scientific Conference Energy Management of Municipal Facilities and Sustainable Energy Technologies» 2020*. p. 012101.

23. Macedo R., Alves C., Valério de Carvalho J.M., Clautiaux F., Hanaf S. Solving the vehicle routing problem with time windows and multiple routes exactly using a pseudo-polynomial model // *European Journal of Operational Research*, 2011, pp. 536–545.

24. Balagura A.A., Kuzmin O.V. Encoding and decoding algorithms for unlabeled trees // *Journal of Physics: Conference Series*, 1847(1), 2021, 012027.

25. Kuzmin O.V., Khomenko A.P., Artyunin A.I. Development of special mathematical software using combinatorial numbers and lattice structure analysis // *Advances and Applications in Discrete Mathematics*, 19(3), 2018, pp. 229–242.

26. Poltavskaya J., Lebedeva O., Gozbenko V. Automation of the solution to the problem of optimizing traffic in a multimodal logistics system. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2021. Vol. 1258 AISC. pp. 255–261.

27. Gozbenko V.E., Olentsevich V.A. Povyshenie bezopasnosti raboty zheleznodorozhnoi transportnoi sistemy na osnove avtomatizatsii tekhnologii razmeshcheniya i krepleniya gruzha v vagone [Improving the safety of the railway transport system based on automation of the technology for placing and securing cargo in the car]. *Izvestiya Transsib* [Bulletin of Transsib], 2013, no 1 (13), pp. 110–116.

28. Zakharov V.V., Mugaiskikh A.V. Dinamicheskaya adaptatsiya geneticheskogo algoritma marshrutizatsii transporta na bol'shikh setyakh [Dynamic adaptation of genetic algorithm for the large-scale routing problems]. *Upravleniye bol'shimi sistemami* [Management of large systems], 2018, no 73, pp. 108–133.

29. Yemel'yanova T.S. Evristicheskiye i metaevristicheskiye metody resheniya dinamicheskoi transportnoi zadachi [Heuristic and metaheuristic methods for solving a dynamic transport problem]. *Perspektivnyye informatsionnyye tekhnologii i intellektual'nye sistemy* [Perspective information technologies and intelligent systems], 2007, no 3 (31), pp. 33 – 43.

Информация об авторах

Полтавская Юлия Олеговна, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры управления на автомобильном транспорте, Ангарский государственный технический университет, г. Ангарск, e-mail: juliapoltavskaya@mail.ru

Information about the authors

Julia O. Poltavskaya, Ph.D. in Engineering Science, Associate Professor, Associate Professor of the Department «Management of automobile transport», Angarsk State Technical University, Angarsk, e-mail: juliapoltavskaya@mail.ru