

Исследование уравнений вентильного генератора на жесткость

А. В. Данеев¹✉, Р. А. Данеев², В. Н. Сизых¹

¹Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация

²Восточно-Сибирский институт МВД России, г. Иркутск, Российская Федерация

✉daneev@mail.ru

Резюме

При анализе нелинейных и нестационарных уравнений вентильной машины все более остро встает проблема обоснованного выбора метода численного интегрирования, обеспечивающего адекватность получаемых при численном эксперименте результатов истинному решению кусочно-линейных уравнений состояния канонического или нормального вида. Цель статьи состоит в обосновании при выборе метода численного интегрирования целесообразности проведения исследования уравнений вентильного генератора на жесткость и объяснении физического смысла данного явления при моделировании любой синхронной машины. Жесткость уравнений, описывающих электрические цепи, – скорее правило, чем исключение. Кроме того, электромагнитные процессы вентильного генератора описываются функциями состояния, характер поведения различных участков которых также свидетельствует о возможном разделении на «быстрые» (с большими производными) и «медленные» (с малыми производными) компоненты. Однако, если при анализе электромеханических процессов разделению подлежат разные функции (процессы), то при исследовании электромагнитных процессов приходится говорить о разделении функций одного и того же процесса, а также каждой из них. Электромагнитные процессы, ввиду наличия в электромеханической системе вентильного звена с резко выраженными ключевыми свойствами полупроводниковых элементов, характеризуются существованием в произвольный момент времени разнотемповых функций – токов вентилей. В момент переключения с одного вентиля на другой происходит нарушение непрерывности (коммутации) токов в ключевых элементах вентильного генератора. Затем проводится очередной вентиль до тех пор, пока не наступит следующая коммутация, и т. д. Предложенный в работе подход позволяет исследовать уравнения вентильного генератора на жесткость.

Ключевые слова

вентильный генератор, уравнение состояния, жесткость уравнений, метод численного интегрирования, кусочно-линейные уравнения

Для цитирования

Данеев А.В. К исследованию уравнений вентильного генератора на жесткость / А.В. Данеев, Р.А. Данеев, В.Н. Сизых // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2022. – № 2(74). – С. 10–21. – DOI 10.26731/1813-9108.2022.2(74).10-21.

Информация о статье

поступила в редакцию: 29.04.2022 г.; поступила после рецензирования: 31.05.2022 г.; принята к публикации: 31.05.2022 г.

The study of the equations of the valve generator for stiffness

A.V. Daneev¹✉, R.A. Daneev², V.N. Sizykh¹

¹Irkutsk State Transport University, Irkutsk, the Russian Federation

²East Siberian Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia, Irkutsk, the Russian Federation

✉daneev@mail.ru

Abstract

When analyzing nonlinear and non-stationary equations of a valve machine, the problem of a reasonable choice of a numerical integration method ensuring the adequacy of the results obtained in a numerical experiment to the true solution of piecewise linear equations of state of a canonical or normal form becomes increasingly acute. The purpose of the article is, when choosing a method of numerical integration, to substantiate the expediency of studying the equations of a valve generator for stiffness and explaining the physical meaning of the phenomenon when modeling any synchronous machine. The rigidity of the equations describing electrical circuits is a rule rather than an exception. In this case, the phenomenon of rigidity is associated with the existence of «fast» and slowly changing functions of the state variables of the circuits. Besides, the electromagnetic processes of the VG are described by state functions, the behavior of various parts of which also indicates a possible division into «fast» (with large derivatives) and «slow» (with small derivatives) components. However, while in the analysis of electromechanical processes different functions (processes) are subject to separation, in the study of electromagnetic processes one has to deal with the separation of the functions of one and the same process, as well as of each function. Electromagnetic processes, due to the presence in the electromechanical system of a valve link with pronounced key properties of semiconductor elements, are characterized by the existence at an arbitrary moment of time of different-tempo functions - valve currents. At the moment of switching

from one valve to another, there is a violation of the continuity (switching) of currents in the key elements of the valve generator. Then it starts to conduct the next gate until the next commutation occurs, and so on. The approach proposed in the work makes it possible to study the equations of the valve generator for stiffness.

Keywords

valve generator, equation of state, rigidity of equations, numerical integration method, piecewise linear equations

For citation

Daneev A.V., Daneev R.A., Sizykh V.N. Issledovanie uravnenii ventil'nogo generatora na zhestkost' [The study of the equations of the valve generator for stiffness]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemyi analiz. Modelirovanie* [Modern Technologies. System Analysis. Modeling], 2022, no. 2(74), pp. 10–21. – DOI: 10.26731/1813-9108.2022.2(74).10-21.

Article Info

Received: April 29, 2022; revised: May 31, 2022; accepted: May 31, 2022.

Введение

В настоящее время при анализе нелинейных и нестационарных уравнений вентиляционной машины все более остро встает проблема обоснованного выбора метода численного интегрирования, обеспечивающего адекватность получаемых при численном эксперименте результатов истинному решению кусочно-линейных уравнений состояния канонического вида

$$L_1^*(t) \cdot \frac{di^*}{dt} = f_1^*(i^*, t) \quad (1)$$

или нормального вида [1]

$$\frac{di^*}{dt} = f^*(i^*, t), \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} f_1^*(i^*, t) &= A_1(i^*, t) \cdot i^* + B_1(i^*, t) \cdot e_M; \\ f^*(i^*, t) &= A(i^*, t) \cdot i^* + B(i^*, t) \cdot e_M; \\ A(i^*, t) &= L_1^{*-1}(t) \cdot A_1(i^*, t); \quad B(i^*, t) = L_1^{*-1}(t) \cdot B_1(i^*, t); \\ t_S < t \leq t_{S+1}; \quad i^*(t_S) &= i_{S0}^*; \quad S = 0, k; \quad t_{KOH} = t_K. \end{aligned}$$

Здесь t_S – время последнего момента включения вентиляей; t_{S+1} – время последующего момента включения, когда проходящий через любой вентиль ток меняет направление; $A_1(i^*, t) = A_1(i, t)_{/t_S < t < t_{S+1}}$ – матрица коэффициентов при векторе состояния размерности $m \times m$ (m – число независимых контуров направленного графа [1]); $B_1(i^*, t) = B_1(i, t)_{/t_S < t < t_{S+1}}$ – матрица коэффициентов при векторе ЭДС e_M , индуцируемых постоянным магнитом, размерности $m \times m_T$ (m_T – число фаз генератора); $L_1^*(t) = L_1(t)_{/t_S < t < t_{S+1}}$ – постоянная положительно определенная на интервале $t_S < t \leq t_{S+1}$ матрица индуктивностей размерности $m_T \times m_T$; $i^* = i(t)_{/t_S < t < t_{S+1}}$ – вектор состояния системы (1) или (2) размерности $m \times 1$.

При этом основным критерием адекватности решения (1) или (2) является удовлетворение выбранного метода требованиям по точности и устойчивости вычислений.

Проведенный анализ классических методов численного интегрирования позволяет сделать следующие выводы:

1. Не существует асимптотически устойчивых (A -устойчивых) многошаговых явных численных методов [2].

2. Не доказано существование A -устойчивого неявного многошагового метода численного интегрирования порядка выше второго (кроме неявного метода Эйлера и метода трапеций).

3. С увеличением порядка численного метода повышается локальная точность вычислений.

4. Выполнение численного решения уравнений вентиляционного генератора (ВГ) с приемлемыми вычислительными затратами позволяет использовать только неявные методы, которые являются жестко устойчивыми (кроме методов первого и второго порядков).

5. Удовлетворить в полной мере адекватности получаемого решения истинному позволяют системные методы Ю.В. Ракитского [3].

Постановка задачи

Цель настоящей статьи состоит в обосновании при выборе метода численного интегрирования целесообразности проведения исследования уравнений ВГ на жесткость [3] и объяснении физического смысла данного явления при моделировании любой синхронной машины.

Жесткость уравнений, описывающих электрические цепи, – скорее правило, чем исключением [3]. При этом явление жесткости

связывается с существованием быстро и медленно изменяющихся функций переменных состояния цепей.

Предварительный анализ свойств жесткости уравнений ВГ показал, что в такой электромеханической системе существует своя специфика в определении данных свойств:

1. Возможно явное разделение функций электромеханических процессов на «быстрые» (переменные состояния, характеризующие электромагнитные процессы) и «медленные» – монотонно изменяющиеся (движение ротора электрической машины) функции с существенно различными временными характеристиками [4].

2. Электромагнитные процессы ВГ описываются функциями состояния, характер поведения различных участков которых также свидетельствует о возможном разделении на «быстрые» (с большими производными) и «медленные» (с малыми производными) компоненты. Однако, если при анализе электромеханических процессов разделению подлежат разные функции (процессы), то при исследовании электромагнитных процессов приходится говорить о разделении функций одного и того же процесса, а также каждой из них. Последнее обстоятельство вызвано следующими причинами:

– уравнения электрических машин содержат периодические коэффициенты (их решения – периодические функции времени);

– вентильные преобразователи (ВП) характеризуются явно выраженными ключевыми свойствами вентиля, моменты естественной коммутации которых заранее неизвестны (рис. 1);

– зависимость моментов переключения вентиля от параметров генератора и нагрузки всегда требует предварительного, зачастую довольно сложного анализа работы ВП при использовании переменной структуры уравнений ВГ, что может привести к неадекватности получаемого численного решения результатам экспериментальных исследований.

Следовательно, встает задача программного разделения отдельных участков одной и той же функции, описывающей электромагнитные процессы ВГ, на основе обоснованно выбранного метода численного интегрирования.

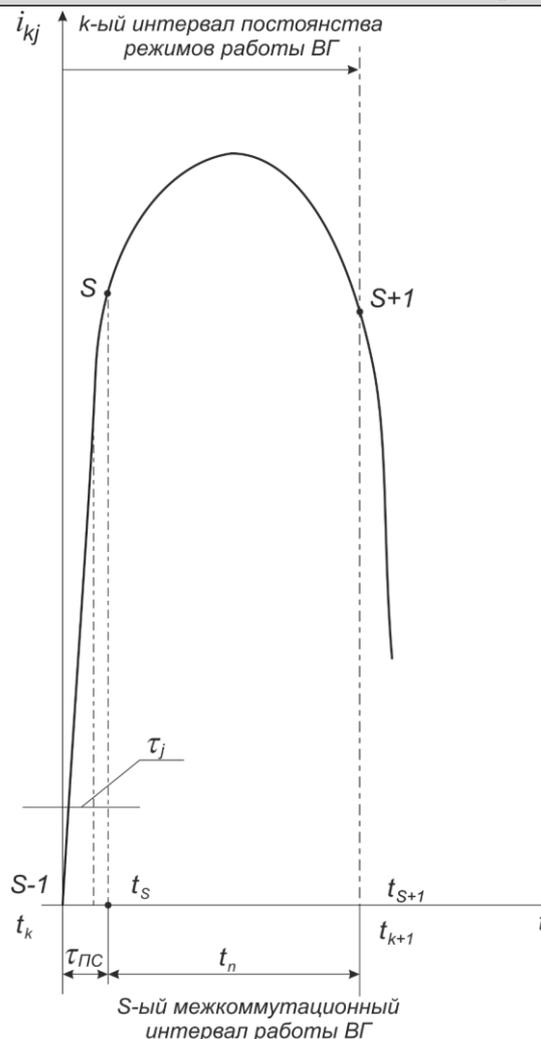


Рис. 1. Кривая тока через вентиль, поясняющая разнотемповость его производной

Fig. 1. A current-through-valve curve illustrating the different-tempo character of its derivative

С помощью явных численных методов не представляется возможным решение данной задачи. Так, выполненное на основе методов Рунге-Кутты и Эйлера исследование уравнений синхронного генератора с периодическими коэффициентами, показало, что при интегрировании данных уравнений затраты машинного времени в 13–14 раз больше, чем при расчете преобразованных уравнений с постоянными коэффициентами в осях d , q , 0 и в приведенных фазных координатах [5], когда реальные быстро осциллирующие процессы заменялись огибающими этих процессов. Первые попытки применения явных численных методов к моделированию уравнений ВГ не позволили вообще получить решения ввиду чрезмерно малого шага интегрирования (порядка 10^{-15} – 10^{-20} с.).

Исследование уравнений вентильного генератора на жесткость

Рассмотрим физическое содержание явления жесткости уравнений (1) и (2) ВГ согласно поставленной задаче.

Исследования показали, что при моделировании предпосылками явления жесткости являются две причины:

– малые (порядка 10^{-3} – 10^{-6} Гн) значения периодически изменяющихся индуктивных коэффициентов в матрице $L_1^*(t)$ при первых производных (1);

– большой разброс постоянных времени в правой части (1) из-за резко выраженных ключевых свойств вентилей.

Следствием малых значений индуктивных коэффициентов является плохая обусловленность матрицы $L_1^*(t)$. Большой разброс постоянных времени определяется принятой RL-моделью вентилей с большим обратным сопротивлением, отличающимся на 5–7 порядков от прямого.

При аппроксимации нестационарных коэффициентов матриц $L_1^*(t)$ и A_1 в уравнениях (1) кусочно-постоянными на k -ом шаге интегрирования получим:

$$L_{1k} \cdot \frac{di^*}{dt} = f_{1k}, \quad (3)$$

где $L_{1k} = L_1^*(t)_{t_k < t \leq t_{k+1}}$, $f_{1k} = f_1^*(i^*, t)_{t_k < t \leq t_{k+1}}$.

Для определения достоверности решения алгебраического матричного уравнения (3) (если принять $x = \frac{di^*}{dt}$) необходимо найти оценку чувствительности данного решения к малым изменениям параметров векторной функции $\frac{d(\Delta i^*)}{dt}$.

Возмущение в правой части (3) на Δf_{1k} приведет к изменению решения на $\frac{d(\Delta i^*)}{dt}$:

$$L_{1k} \left(\frac{di^*}{dt} + \frac{d(\Delta i^*)}{dt} \right) = f_{1k} + \Delta f_{1k}. \quad (4)$$

Вычитая из уравнения (4) выражение (3), получим

$$L_{1k} \left(\frac{d(\Delta i^*)}{dt} \right) = \Delta f_{1k} \quad \text{или} \quad \frac{d(\Delta i^*)}{dt} = L_{1k}^{-1} \cdot \Delta f_{1k}. \quad (5)$$

Для того чтобы сравнить относительное изменение $\|\Delta f_{1k}\| / \|f_{1k}\|$ с относительной погрешностью решения $\left\| \frac{d(\Delta i^*)}{dt} \right\| / \left\| \frac{di^*}{dt} \right\|$, запишем норму матрицы L_{1k} :

$$\|L_{1k}\| = \max_{\frac{di^*}{dt} \neq 0} \frac{\left\| L_{1k} \frac{di^*}{dt} \right\|}{\left\| \frac{di^*}{dt} \right\|},$$

ограничивающую «степень возрастания» [6] при умножении на матрицу L_{1k}

$$\left\| L_{1k} \cdot \frac{di^*}{dt} \right\| \leq \|L_{1k}\| \cdot \left\| \frac{di^*}{dt} \right\|$$

для любого вектора производных токов $\frac{di^*}{dt}$, не равного нулю.

Из последнего неравенства следует

$$\|f_{1k}\| \leq \|L_{1k}\| \cdot \left\| \frac{di^*}{dt} \right\|.$$

Аналогичным образом, используя понятие нормы матрицы из уравнения (5) запишем:

$$\|L_{1k}\| = \max_{\Delta f_{1k} \neq 0} \frac{\left\| L_{1k}^{-1} \Delta f_{1k} \right\|}{\|\Delta f_{1k}\|},$$

откуда следует $\left\| \frac{d(\Delta i^*)}{dt} \right\| / \left\| \frac{di^*}{dt} \right\| \leq k(L_{1k})$,

где $k(L_{1k}) = \|L_{1k}\| \cdot \|L_{1k}^{-1}\|$ – число обусловленности матрицы L_{1k} .

Точно таким же способом проводится оценка чувствительности решения уравнений (1) и (2)

$$A_1(i^*, t) \cdot i^* = C(t), \quad C(t) = L_1^*(t) \frac{di^*}{dt} - B_1(i^*, t) \cdot e_M;$$

$$A(i^*, t) \cdot i^* = D(t), \quad D(t) = \frac{di^*}{dt} - B(i^*, t) \cdot e_M.$$

к возмущениям в правой части $\Delta C(t)$ и $\Delta D(t)$ через числа обусловленности матриц A_1 и A на k -ом интервале интегрирования $t_k < t \leq t_{k+1}$:

$$k(A_{1k}) = \|A_{1k}\| \cdot \|A_{1k}^{-1}\|, \quad k(A_k) = \|A_k\| \cdot \|A_k^{-1}\|. \quad (6)$$

Первое формальное определение жестких систем дифференциальных уравнений (ДУ) следует из вычисления чисел обусловленности матриц L_{1k} , A_{1k} или матрицы A_k .

Система уравнений ВГ, записанная в канонической форме, считается жесткой, если на k -ом интервале интегрирования $k(L_{1k}) \gg 1$ и (или) $k(A_{1k}) \gg 1$.

Нормальная система уравнений ВГ вида (2) является жесткой, если

$$k(A_k) \gg 1. \quad (7)$$

Однако остается неясной количественная правдоподобность таких оценок. Так, например, при числах обусловленности $k(A_k) = 100$ и $k(A_k) = 20\,000$ одинаково приходится говорить о свойствах жесткости системы (2).

Таким образом, по существу, такой подход означает попытку установить причинно-следственную связь между свойствами обусловленности матриц и жесткости систем (1) или (2).

Остановимся более детально на оценке свойств жесткости системы ДУ в нормальной форме (2). Как известно, такая форма представления уравнений ВГ требует применения явных методов численного интегрирования. Недостатком традиционно используемых явных методов является последовательная пошаговая организация вычислительной процедуры определения приращения вектора состояния. При численном интегрировании предположительно жесткой системы ДУ (2), в силу существования в произвольный момент времени при любых коммутациях вентилей больших производных токов для получения устойчивого численного решения возникает необходимость задавать малые приращения вектора состояния. Это, в свою очередь, при принятой организации численных расчетов, приводит к очень малому шагу интегрирования. При любом превышении шага величины минимальной постоянной времени цепи $\tau_{\min} = \min_j(\tau_j)$ наблюдается числен-

ная неустойчивость решения – «взрыв» погрешности [3]. Поэтому для решения на электронной вычислительной машине (ЭВМ) системы уравнений (2) необходимо предварительно рассмотреть задачу обоснованного выбора шага интегрирования на основе достоверной количественной оценки свойств жесткости уравнений ВГ, а также задачу рациональной организации вычислительных процедур с целью обеспечения приемлемых затрат машинного времени при имитационном моделировании.

Более конкретная количественная оценка уравнений (2) получается из предварительного

качественного анализа электромагнитных процессов, протекающих в ВГ.

Электромагнитные процессы ввиду наличия в электромеханической системе вентильного звена с резко выраженными ключевыми свойствами полупроводниковых элементов характеризуются существованием в произвольный момент времени разнотемповых функций – токов вентилей. В момент переключения с одного вентиля на другой происходит нарушение непрерывности (коммутации) токов в ключевых элементах ВГ. Затем проводится очередной вентиль до тех пор, пока не наступит следующая коммутация.

Таким образом, можно выделить два основных интервала проводимости вентилей: коммутационный и межкоммутационный, причем время протекания коммутационных процессов в ВГ значительно меньше времени, когда коммутация вентилей не происходит.

Двум режимам работы ВГ должны соответствовать и существенно различные поведения процессов численного решения системы (2).

Первому, коммутационному режиму работы ВГ, соответствует участок с быстрым изменением токов вентилей (см. рис. 1).

Именно этот участок определяет существование больших производных решения и минимальных постоянных времени вентильной цепи. Так как участок (К-1) с быстрым изменением переменных состояния как бы отражает стремление токов вентилей перейти во второй, межкоммутационный режим работы ВГ, то такой участок называют пограничным слоем [3]. Интервал времени, соответствующий длительности пограничного слоя, принимаем равным минимальной постоянной времени цепи:

$$\tau_{ПС} \hat{=} \tau_{\min} = \min_j(\tau_j), \quad (\tau_{ПС} < \tau_{\min}).$$

Второй участок изменения токов вентилей характеризуется малыми производными при решении уравнений (2) и достаточно большой, доступной наблюдению длительностью электромагнитных процессов $t_{II} = t_{k+1} - t_k$ на k -ом межкоммутационном интервале работы ВГ. Оценкой длительности процессов на интервале времени t_{II} (оценкой «сверху») может служить следующее соотношение:

$$t_{II} = \frac{2\pi}{\omega N_{II}},$$

где N_{II} – число пульсаций выпрямленного напряжения за один период изменения ЭДС источника

питания, определяемое выбранной силовой схемой ВП.

Из приведенных рассуждений и физического содержания, протекающих в ВГ электромагнитных процессов, следует практический критерий определения свойств жесткости системы уравнений (2). Система ДУ ВГ является жесткой, если имеет место следующее неравенство:

$$\tau_{ПС} \ll t_{II} \quad (8)$$

Интервал времени пограничного слоя оценивается следующими выражениями:

$$\tau_{ПС} = \|A_K\|^{-1}, \quad (9)$$

$$\tau_{ПС} = |tr(A_K)|, \quad (10)$$

где $\|A_K\|$ – норма матрицы A , вычисленная на k -ом интервале непрерывности решения системы

$$(2); tr(A_K) = \sum_{j=1}^m (a_{jj})_K \text{ – след матрицы } A \text{ на том}$$

же интервале численного интегрирования [3].

Выбранному практическому критерию определения свойств жесткости системы уравнений (2) удовлетворяют следующие оценки данных свойств, выражаемые или через коэффициент жесткости [7] на k -ом интервале «постоянства режимов» (см. рис. 1).

$$K_{ЖИ} = \frac{t_{II}}{\min_j(\tau_j)} = \frac{t_{II}}{\tau_{ПС}}, \quad (11)$$

или через обобщенный коэффициент жесткости на всем временном интервале работы ВГ

$$K_{Ж0}(t) = \sum_{k=1}^M K_{ЖИ}^k P_k(t). \quad (12)$$

Здесь

$$P_k(t) = \begin{cases} 1, & \text{при } t_k \leq t \leq t_{k+1} \\ 0, & \text{при } t < t_k, t > t_{k+1} \end{cases} \quad \text{– кусочно-}$$

постоянная функция, где t_k и t_{k+1} – моменты времени, соответствующие началу и концу интервала постоянства режимов ВГ.

В формуле (11) t_{II} и $\tau_{ПС}$ оцениваются по соотношениям (7), (9) или (10) соответственно.

Смысл введения коэффициентов жесткости $K_{ЖИ}$ и $K_{Ж0}(t)$ заключается в том, что данные коэффициенты позволяют ответить на вопрос: во сколько раз межкоммутационный интервал работы вентиля (на одном интервале постоянства режимов или в среднем за рассматриваемый промежуток времени) больше интервала пограничного слоя, а, следовательно, косвенно

и на вопрос: на сколько порядков производные токов вентиля в коммутационный интервал больше производных этих токов, когда не происходит переключения с одного вентиля на другой.

Для жесткой системы уравнений вида (2):

$$K_{ЖИ} \gg 1, K_{Ж0}(t) \gg 1.$$

Пример исследования уравнения вентильного генератора на жесткость

Матричное нелинейное уравнение ВГ (2) в нормальной форме Коши записывается системой кусочно-линейных уравнений, инвариантных на шаге интегрирования к выбранным переменным состояния – токам вентиля [5], если время t относится к интервалу времени t_{II} между соседними коммутациями вентиля (межкоммутационный интервал)

$$t_{II} = t_{s+1} - t_s = \frac{2\pi}{\omega N_{II}},$$

т.е. $t_s < t < t_{s+1}$, то обозначив вектор тока вентилей на этом интервале i_V^* , получим:

$$\frac{di_V^*}{dt} = A(i_V^*, t)i_V^* + B(i_V^*, t)e_{mk}, \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} A(i_V^*, t) &= -[L_k + L_V(i_V^*) + KL_{II}K^T]^{-1} \\ &\left[R_{\phi} + R_V(i_V^*) + \left(\frac{dL(t)}{dt} \right)_{t=t_k} + KR_{II}K^T \right]; \\ B(i_V^*, t) &= [L_k + L_V(i_V^*) + KL_{II}K^T]^{-1}; \\ e_{mk} &= e_{II}(t_k), t_k < t \leq t_{k+1}, \\ L_k &= L(t_k), t_k < t \leq t_{k+1} \end{aligned}$$

– кусочно-постоянные на k -ом интервале интегрирования вектора ЭДС, индуцируемые постоянными магнитами, и матрица индуктивностей и взаимноиндуктивностей фаз магнитоэлектрического генератора (МЭГ); R_{II} , L_{II} – параметры активно-индуктивной нагрузки; R_V , L_V – параметры вентиля; K – фундаментальная матрица контуров [1].

С целью обоснования выбора метода численного интегрирования исследуем уравнение (13) на жесткость [3]. Число обусловленности матрицы A на k -ом интервале интегрирования определяется по формуле (6):

$$k(A_K) = \|A_K\| \cdot \|A_K^{-1}\|,$$

где

$$\|A_k\| = \|A(i_v^*(t_k), t_k)\| = \left(\sum_{j=1}^m \sum_{l=1}^m |a_{jl}|^2 \right)^{1/2} -$$

евклидова норма матрицы A_k :

$$\|A_k\| = \|A^{-1}(i_v^*(t_k), t_k)\| -$$

евклидова норма матрицы A_k^{-1} .

Условие жесткости системы определяется на k -ом интервале коэффициентом жесткости (11):

$$K_{\text{жн}} = \frac{t_{\text{н}}}{\tau_{\text{пс}}},$$

где $\tau_{\text{пс}} = \|A_k\|^{-1}$ - интервал пограничного слоя [6].

Так как принимается значение $\tau_{\text{пс}}$ из условия $\tau_{\text{пс}} = \min_j(\tau_j)$, а норма матрицы A_k на

k -ом коммутационном интервале работы ВГ вычисляется « q » раз, то в качестве интервала $\tau_{\text{пс}}$ при оценке коэффициента жесткости целесообразно выбирать величину, обратную максимальному значению полученной численным путем нормы, т. е.

$$\tau_{\text{пс}} = \frac{1}{\max_k \|A_k\|}.$$

Математическое моделирование показывает, что числа обусловленности матрицы A_k изменяются в диапазоне 14–40 в любой межкоммутационный интервал и в диапазоне $2 \cdot 10^4$ – 10^5 в коммутационные интервалы. При этом $K_{\text{жн}}$ измеряется в пределах $8 \cdot 10^2$ – 10^4 , т.е. система является жесткой.

В качестве метода численного интегрирования жесткой системы уравнений (13) выбран системный метод первого порядка Ю.В. Ракитского [3]. На основе данного метода сформулирован алгоритм автоматического выбора начального шага интегрирования $H_k = \alpha \|A_k\|^{-1}$, общего шага h_k на k -ом основном интервале интегрирования и алгоритм определения моментов коммутации вентиляей.

Структурная схема алгоритма цифрового моделирования шестифазного МЭГ с однополупериодным выпрямителем и основные блоки моделирующей программы показаны на рис. 2, где обозначены: $R_{\text{н}}$, $L_{\text{н}}$ – параметры активно-индуктивной нагрузки; R_0 – активное сопротивление фазы генератора; K_V , K_F – количество вентиляей в схеме и число фаз генератора; $L_{\text{ад}}$, $L_{\text{аг}}$, L_s – индуктивные параметры

МЭГ; $E_{\text{фм}}$ – амплитудное номинальное напряжение фазы генератора; $[SK]$ – фундаментальная матрица контуров; $\gamma_a = 57,295^\circ$ – константа, определяющая число градусов в одном радиане; i_δ , u_δ – базисные ток и напряжение; K_Q , α – настроечные коэффициенты; $[i_0]$ – вектор начальных значений токов вентиляей; НК – параметр, характеризующий число шагов печати на каждом коммутационном интервале; $GGK1$, $GGK2$ – задаваемые коммутационный и межкоммутационный шаги печати; $KG1$, $KG2$, K – соответственно параметры счетчиков коммутационного шага, межкоммутационного шага и общего шага печати; T_{10} – вспомогательная переменная контроля текущего времени; $PR = 1$ при выводе результатов расчета на графопостроитель (ГП); $PR = 0$ при выводе результатов расчета на алфавитно-цифровом печатающем устройстве (АЦПУ); NPT – число точек, выводимых на графики; $T_{\text{кон}}$ – конечное время счета; IDP – шаг дискретности вывода результатов на АЦПУ.

Для уменьшения погрешности вычислений, а также с целью сопоставления характеристик ВГ с различными исходными мощностями и деленными значениями параметров, расчеты на ЭВМ целесообразно проводить после записи уравнений (13) в относительных единицах.

На основе предложенной структурной схемы (см. рис. 2) разработана моделирующая программа решения системы уравнений (13). Время численного интегрирования за два периода изменения ЭДС составляет 36–51 с при исследовании нормальных режимов работы ВГ, до 3 мин. – для аварийных режимов. Настроечные коэффициенты при этом равны $\alpha = 0,0001$, $K_Q = 1$.

Шаг численных расчетов в каждый межкоммутационный интервал постоянства режимов при $\alpha = 0,0001$ автоматически изменяется в диапазоне 2,5–2,6 электрических градусов для нормальных режимов, уменьшаясь до величины порядка 1,8 при аварийных режимах. При исследовании аварийных режимов коэффициент рекомендуется на 3–4 порядка увеличить. Затраты машинного времени при этом значительно сокращаются.

Рассмотрим применение разработанной модели ВГ с однополупериодным выпрямителем при анализе аварийных режимов.

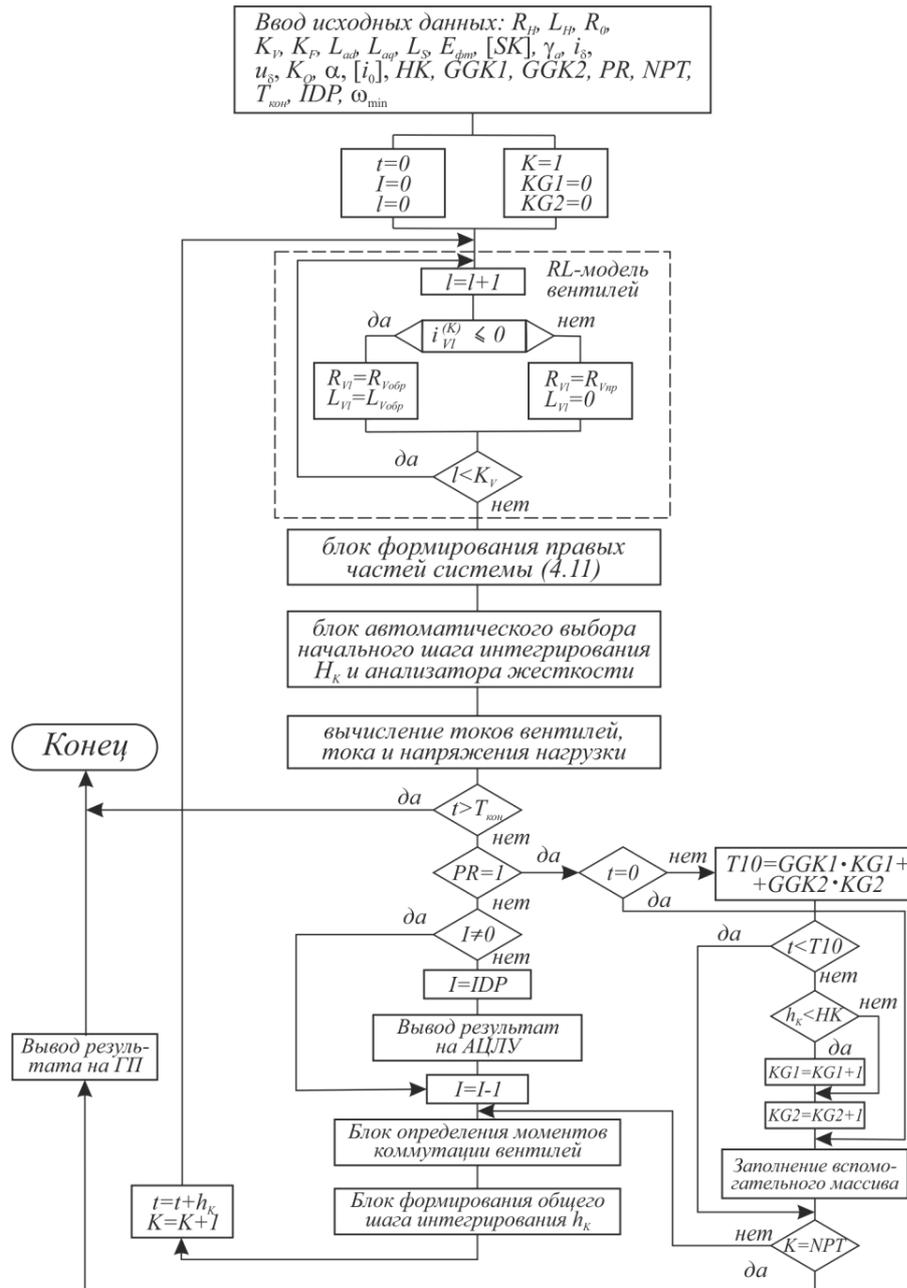


Рис. 2. Алгоритм цифровой модели вентильного магнетоэлектрического генератора
 Fig. 2. A digital model algorithm of a valve magneto-electric generator

Внешнее короткое замыкание (КЗ), пробой вентилей и обрывы фаз являются типичными аварийными режимами работы ВГ. С помощью математического моделирования установлено, что любой из этих режимов может стать причиной другой аварии. Так, при высоких нагрузках и обрыве фаз ВГ в схеме возникают большие ударные токи, которые приводят к пробоям наиболее нагруженных в данный момент времени вентилей. Пробой вентилей ведет к нарушению кондиционной устойчивости, т. е.

к отсутствию упорядоченного чередования коммутационных и межкоммутационных интервалов постоянства режимов.

Рассмотрим случай внешнего КЗ при малом значении сопротивления нагрузки. На рис. 3 представлены зависимости мгновенных значений токов вентилей и тока нагрузки от угла поворота ротора γ .

Если при исследовании нормальных режимов работы ВГ кривая мгновенных значений тока нагрузки являлась огибающей электро-

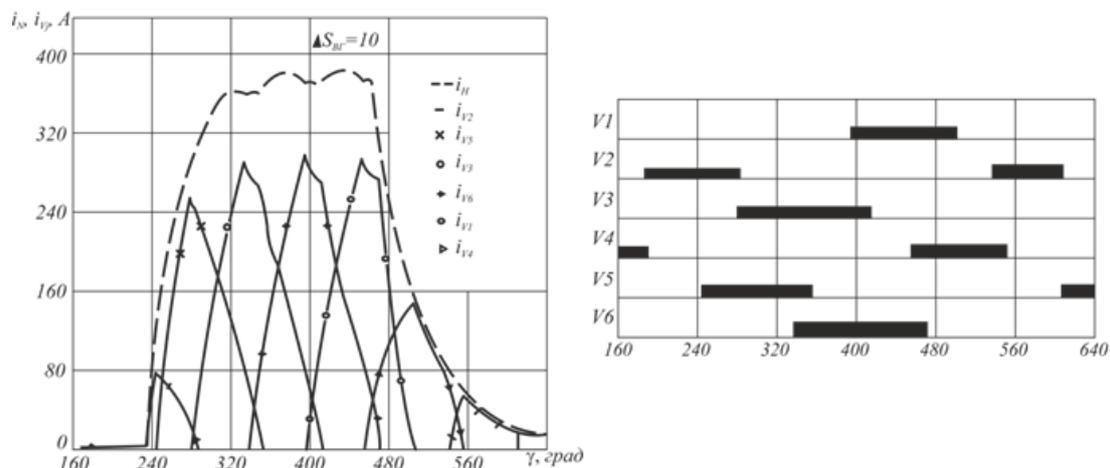


Рис. 3. Токи вентилях, нагрузки и циклограмма работы выпрямителя в режиме, близком к короткому замыканию

Fig. 3. Valve currents, loads and a cyclogram of a rectifier operation in the mode close to a short circuit

магнитных процессов токов вентилях, и амплитудные значения тока нагрузки и токов вентилях практически совпадали, то при анализе режима внешнего КЗ ($\Delta S_{BG} = R_{ном} / R_n$) амплитудные значения данных токов существенно отличаются. При этом помимо роста пульсаций выпрямленного напряжения для $\Delta S_{BG} = 10$ сильно возрастают пульсации выпрямленного тока. Это происходит из-за того, что индуктивные параметры МЭГ и нагрузки становятся соизмеримыми по величине.

Переходные процессы при обрыве одной (a_1) и двух (a_1, b_1) фаз ВГ при увеличении и сбросе нагрузки ($\Delta S_{BG} = 0,5$) приведены на рис. 4, 5.

Работа схемы выпрямления ВГ при обрыве фаз a_1 и b_1 также поясняется графиками

тока нагрузки, токов вентилях и циклограммой проводимости вентилях на рис. 6.

Видно, что при включении и отключении нагрузки $\Delta S_{BG} = 0,5$ в процесс коммутации вступают вентили неповрежденных фаз ВГ. Вентили 1 и 2, соответствующие цепям обрыванных фаз a_1 и b_1 , на формирование выпрямленного тока и напряжения влияния не оказывают. Ток нагрузки, как и в случае анализа нормальных режимов работы ВГ, определяется как огибающая переходных процессов токов вентилях (штриховая линия).

Аналогичные разработки по тематике моделирования объектов подобной природы изучались в трудах [10–17].

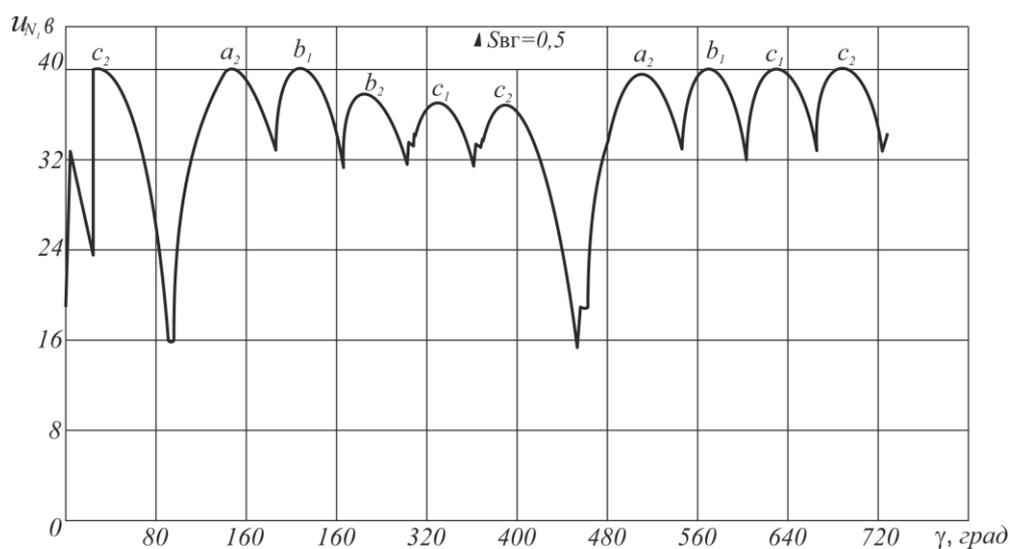


Рис. 4. Напряжение на нагрузке при обрыве фазы a_1 генератора

Fig. 4. Load voltage under the a_1 phase failure of the generator

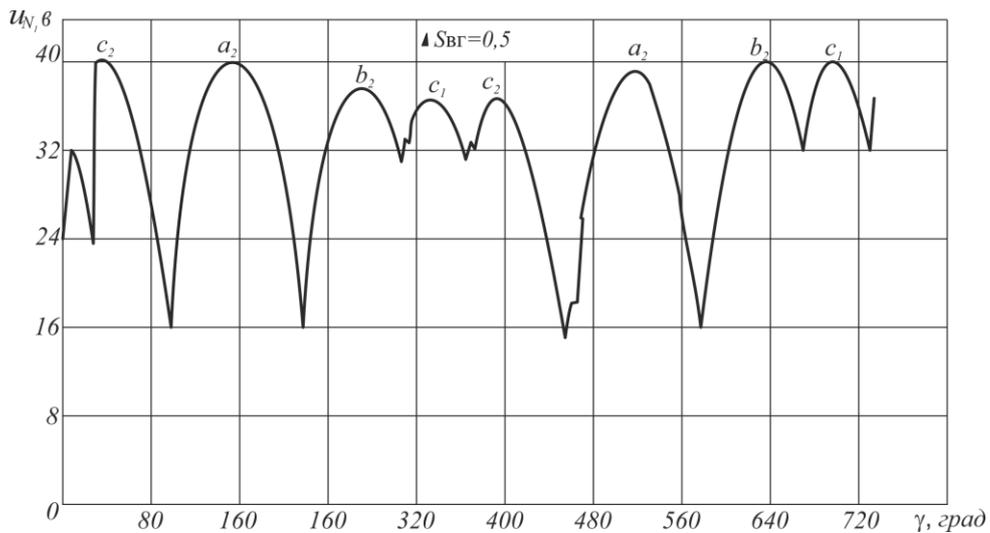


Рис. 5 Напряжение на нагрузке при обрыве фаз a_1 и b_1 генератора
Fig. 5. Load voltage under the a_1 and b_1 phases failure of the generator

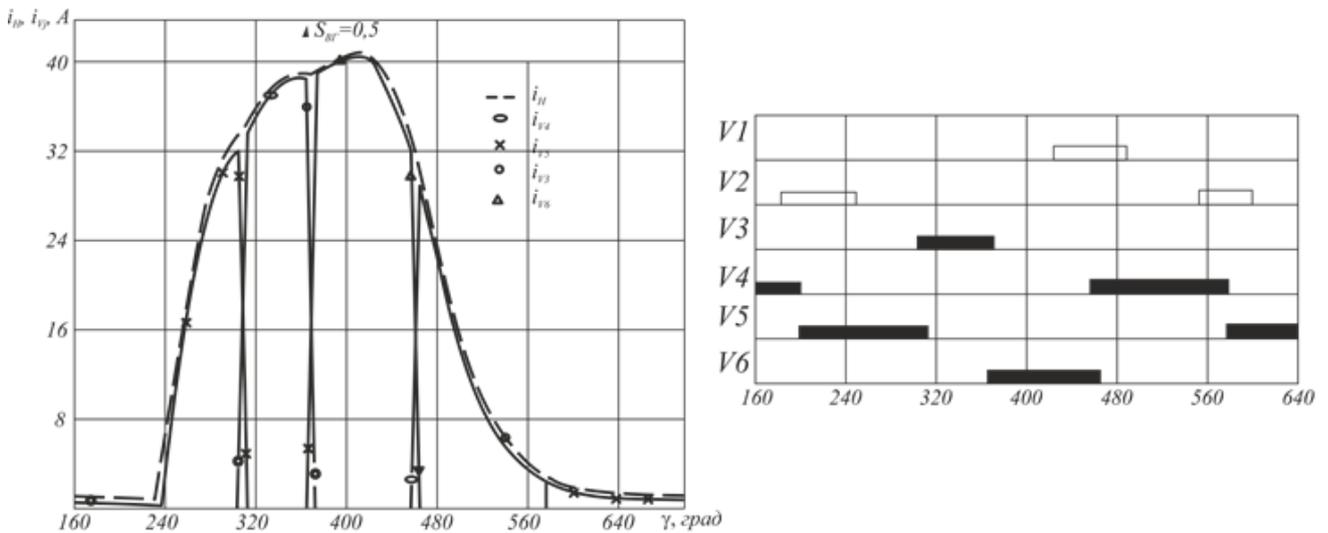


Рис. 6. Токи вентилей, нагрузки и циклограмма работы выпрямителя при обрыве фаз a_1 и b_1 генератора

Fig. 6. Valve currents, loads and a cyclogram of a rectifier operation under the a_1 and b_1 phases failure of the generator

Заключение

Предложенный в работе подход позволяет исследовать уравнения вентильного генератора на жесткость. Формулы (6)–(12) составляют, по существу, математическое описание блока анализатора жесткости моделирующей

программы расчета электромагнитных процессов ВГ [1].

Ряд близких и смежных вопросов моделирования объектов такой физической природы рассмотрен в работах [8–20].

Список литературы

1. Данеев А.В., Данеев Р.А., Сизых В.Н. Моделирование многофазных синхронных машин в различных системах координат // Изв. Самар. науч. центра Рос. Акад. наук. 2020. Т. 22. № 4. С. 104–115.
2. Конев Ф.Б., Ярлыкова Н.Е. Методы численного решения систем дифференциальных уравнений, применяемые в цифровых моделях вентильных преобразователей. М.: Информэлектрон, 1978. 50 с.
3. Ракитский Ю.В., Устинов С.М., Черноуцкий И.Г. Численные методы решения жестких систем. М.: Наука, 1979. 208 с.

4. Демирчян К.С., Бутырин П.А. Моделирование и машинный расчет электрических цепей. М. : Высш. шк., 1988. 335 с.
5. Александров А.А., Данеев Р.А., Сизых В.Н. К вопросу моделирования вентильных синхронных машин на основе квазианалитического метода // Изв. Самар. науч. центра РАН. 2019. Т. 21. № 4. С. 63–69.
6. Лукин В.Н., Романов М.Ф., Толкачев Э.А. Системный анализ электрических цепей и машин. Л. : Изд-во ЛГУ, 1985. 136 с.
7. Беляев П.В. Некоторые свойства математических моделей динамики статических преобразователей энергии // Динамика электрических машин. Омск : ОПИ, 1984. С. 68–74.
8. Дедовский А.Н. Электрические машины с высококоэрцитивными постоянными магнитами. М. : Энергоатомиздат, 1985. 168 с.
9. Некоторые вопросы упрощения математического описания автономной электроэнергетической системы / М.Я. Вайман и др. // Изв. ВУЗов СССР. Сер. Энергетика. 1974. № 11. С. 8–15.
10. Daneev A.V., Sizykh V.N., Oboltin R.U. Parametric synthesis of stabilizing neuroocular control of a technological module // IOP Conf. Series: 2094. 2021. P. 1–6. DOI:10.1088/1742-6596/2094/5/052066.
11. Данеев А.В., Сизых В.Н. Алгоритмическое обеспечение конструирования оптимальных регуляторов по неклассическим функционалам качества в вырожденной формулировке // Информационные технологии, их приложения и информационное образование : материалы II Междунар. науч. конф. Улан-Удэ, 2021. С. 74–79.
12. Daneev A.V., Sizykh V.N. Associating automat for technological processes adaptive control on based of neural networks // Helix The scientific Explorer. 2018. Vol. 8(2). P. 3046–3054.
13. Дижур Д.П. Цифровое моделирование электропередач постоянного тока // Передача энергии постоянным током. М. : Энергоатомиздат, 1985. С. 51–63.
14. Ильин В.Н. Машинное проектирование электронных схем. М. : Энергия, 1972. 274 с.
15. Важнов А.Ш. Переходные процессы в машинах переменного тока. Л. : Энергия, 1980. 320 с.
16. Якубович В.А., Старжинский В.М. Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами и их приложения. М. : Наука, 1972. 720 с.
17. Лупкин В.М. Аналитическое решение линейных дифференциальных уравнений вентильного двигателя // Электричество. 1981. № 6. С. 22–31.
18. Бреус К.А. О приводимости канонической системы дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами // Докл. АН СССР. 1958. Т. 123. № 1. С. 21–24.
19. Балагуров В.А. Проектирование специальных электрических машин переменного тока. М. : Высш. шк., 1982. 272 с.
20. Балагуров В.А., Галтеев Ф.Ф. Электрические генераторы с постоянными магнитами. М. : Энергоатомиздат, 1988. 279 с.

References

1. Daneev A.V., Daneev R.A., Sizykh V.N. Modelirovanie mnogofaznykh sinkhronnykh mashin v razlichnykh sistemakh koordinat [Modeling of multi-phase synchronous machines in different coordinate systems]. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiiskoi Akademii nauk* [Proceedings of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences], 2020, vol. 22, no. 4, pp. 104 – 105.
2. Konev F.B., Yarlykova N.E. Metody chislenного resheniya sistem differentsial'nykh uravnenii, primenyaemye v tsifrovyykh modelyakh ventil'nykh preobrazovatelei [Methods for the numerical solution of systems of differential equations used in digital models of valve converters]. Moscow: Informelektro Publ., 1978. 50 p.
3. Rakitskii Yu.V., Ustinov S.M., Chernorutskii I.G. Chislennyye metody resheniya zhestkikh sistem [Numerical methods for solving stiff systems]. Moscow: Nauka Publ., 1979. 208 p.
4. Demirchyan K.S., Butyrin P.A. Modelirovanie i mashinnyi raschet elektricheskikh tsepei [Modeling and machine calculation of electrical circuits]. Moscow: Vysshaya shkola, 1988. 335 p.
5. Aleksandrov A.A., Daneev R.A., Sizykh V.N. K voprosu modelirovaniya ventil'nykh sinkhronnykh mashin na osnove kvazianaliticheskogo metoda [On the issue of modeling valve synchronous machines based on a quasi-analytical method]. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra RAN* [Proceedings of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences], 2019, vol. 21, no. 4, pp. 63-69.
6. Lukin V.N., Romanov M.F., Tolkahev E.A. Sistemy analiz elektricheskikh tsepei i mashin [System analysis of electrical circuits and machines]. Leningrad: LGU Publ., 1985. 136 p.
7. Belyaev P.V. Nekotorye svoystva matematicheskikh modelei dinamiki staticheskikh preobrazovatelei energii [Some properties of mathematical models of the dynamics of static energy converters]. *Dinamika elektricheskikh mashin* [Dynamics of electrical machines]. Omsk: OPI, 1984, pp. 68-74.
8. Dedovskii A.N. Elektricheskie mashiny s vysokokoertsitivnymi postoyannymi magnitami [Electrical machines with high-coercivity permanent magnets]. Moscow: Energoatomizdat Publ., 1985. 168 p.
9. Vayman M.Ya. i dr. Nekotorye voprosy uproscheniya matematicheskogo opisaniya avtonomnoi elektroenergeticheskoi sistemy [Some questions of simplifying the mathematical description of an autonomous electric power system]. *Izvestiya VUZov SSSR. Seriya Energetika* [Bulletin of Universities of the USSR. Series Energy], 1974, no. 11, pp.8-15.
10. Daneev A.V., Sizykh V.N., Oboltin R.U. Parametric synthesis of stabilizing neuroocular control of a technological module // IOP Conf. Series: 2094. 2021. Pp. 1–6. DOI:10.1088/1742-6596/2094/5/052066.
11. Daneev A.V., Sizykh V.N. Algoritmicheskoe obespechenie konstruirovaniya optimal'nykh regulyatorov po neklassicheskim funktsionalam kachestva v vyrozhdennoi formulirovke // *Materiyaly II Mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii «Informatsionnye tekhnologii, ikh prilozheniya i informatsionnoe obrazovanie»* [Proceedings of the II International Scientific Conference «Information technologies, their applications and information education»]. Ulan-Ude, 2021, pp. 74-79.

12. Daneev A.V., Sizykh V.N. Associating automat for technological processes adaptive control on based of neural networks // Helix The scientific Explorer. Vol. 8(2), 2018. Pp. 3046-3054.
13. Dizhur D.P. Tsifrovoye modelirovaniye elektropredach postoyannogo toka [Digital modeling of direct current power transmission]. *Peredacha energii postoyannym tokom* [Energy transmission by direct current]. Moscow: Energoatomizdat, 1985, pp. 51-63.
14. Il'in V.N. Mashinnoye proektirovaniye elektronnykh skhem [Machine design of electronic circuits]. Moscow: Energiya Publ., 1972. 274 p.
15. Vazhnov A.Sh. Perekhodnyye protsessy v mashinakh peremennogo toka [Transient processes in AC machines]. Leningrad: Energiya Publ., 1980. 320 p.
16. Yakubovich V.A., Starzhinskii V.M. Lineinye differentsial'nye uravneniya s periodicheskimi koeffitsientami i ikh prilozheniya [Linear differential equations with periodic coefficients and their applications]. Moscow: Nauka Publ., 1972. 720 p.
17. Lupkin V.M. Analiticheskoye resheniye lineinykh differentsial'nykh uravnenii ventil'nogo dvigatelya [Analytical solution of linear differential equations of a brushless motor]. *Elektrichestvo* [Electricity], 1981, no. 6, pp. 22-31.
18. Breus K.A. O privodimosti kanonicheskoy sistemy differentsial'nykh uravnenii s periodicheskimi koeffitsientami [On the reducibility of a canonical system of differential equations with periodic coefficients]. *AN SSSR* [AS of USSR], 1958, vol. 123, no. 1, pp. 21-24.
19. Balagurov V.A. Proektirovaniye spetsial'nykh elektricheskikh mashin peremennogo toka [Designing special electrical machines for alternating current]. Moscow: Vysshaya shkola Publ., 1982. 272 p.
20. Balagurov V.A., Galteev F.F. Elektricheskoye generatory s postoyannymi magnitami [Electric generators with permanent magnets]. Moscow: Energoatomizdat Publ., 1988. 279 p.

Информация об авторах

Данеев Алексей Васильевич, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры информационных систем и защиты информации, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск; e-mail: daneev@mail.ru.

Данеев Роман Алексеевич, канд. техн. наук, доцент кафедры информационно-правовых дисциплин, Восточно-Сибирский институт МВД России, г. Иркутск; e-mail: romasun@mail.ru.

Сизых Виктор Николаевич, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры автоматизации производственных процессов, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск; e-mail: sizykh_vn@mail.ru.

Information about the authors

Alexei V. Daneev, Doctor of Engineering Science, Full Professor, Professor of Department of Information Systems and Information Protection, Irkutsk State Transport University, Irkutsk; e-mail: daneev@mail.ru.

Roman A. Daneev, Ph.D. in Engineering Science, Associate Professor of Department of Information and Legal Disciplines, East Siberian Institute of the Ministry of Internal Affairs of Russia, Irkutsk; e-mail: romasun@mail.ru.

Victor N. Sizykh, Doctor of Engineering Science, Full Professor, Professor of Department of Automation of Production Processes, Irkutsk State Transport University, Irkutsk; e-mail: sizykh_vn@mail.ru.