

Моделирование динамического поведения бруса при повторно-переменных нагрузках в лабораторных условиях

М.А. Дудаев✉, Д.В. Немитовская, А.Э. Верянская

Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация

✉dudaev_ma@mail.ru

Резюме

В статье представлен процесс доработки стенда, позволяющего в лабораторных условиях проводить моделирование динамического нагружения бруса повторно-переменными нагрузками с изменяемой частотой. Частота нагружения установки регулируется, позволяя, таким образом, моделировать динамическое поведение бруса при изгибе на дорезонансном, резонансном и зарезонансном режимах. Для учета влияния распределенной массы балки на частоту собственных колебаний и амплитуду вынужденных колебаний проведено моделирование поведения установки методом конечных элементов; рассчитаны коэффициенты приведения массы балки к точке установки осциллятора. Доработанная конструкция стенда позволяет тарировать установку в режиме статического нагружения непосредственно перед проведением эксперимента, что исключает влияние неподконтрольных параметров. Возбуждение установки осуществляется вращением ротора шагового двигателя, что обеспечивает повышенную точность измерения частоты возбуждения, а также поддерживает ее постоянство. Поведение системы при статическом и динамическом нагружениях отслеживается изменением деформаций в контрольном сечении с применением тензорезисторов и осциллографа, фиксирующего уровень сигнала с тензорезисторов с течением времени. В работе рассмотрены принципиальные схемы драйвера осциллятора и усилителя сигнала с тензорезисторов. Принципиальная электронная схема драйвера шагового двигателя доработана модулем определения частоты вращения двигателя. Установка снабжена демпфирующим элементом, ограничивающим амплитуду колебаний в режимах, близких к резонансу; коэффициент демпфирования определяется в ходе предварительной тарировки по осциллограмме собственных затухающих колебаний. Для подбора эксцентрика, обеспечивающего требуемую величину неуравновешенности, проведен численный расчет методом конечных элементов, выявляющий допустимый диапазон дисбалансов по условию прочности и жесткости установки.

Ключевые слова

демпфирование, динамика, изгиб, колебания, метод конечных элементов, сопротивление материалов, резонанс, тензометрирование, частотный отклик, электроника

Для цитирования

Дудаев М.А. Моделирование динамического поведения бруса при повторно-переменных нагрузках в лабораторных условиях / М.А. Дудаев, Д.В. Немитовская, А.Э. Верянская // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2022. – № 2(74). – С. 22–32. – DOI 10.26731/1813-9108.2022.2(74).22-32.

Информация о статье

поступила в редакцию: 31.05.2022 г.; поступила после рецензирования: 2.06.2022 г.; принята к публикации: 3.06.2022 г.

The bar dynamic behavior simulation by repeatable loading at the laboratory conditions

М.А. Dudaev✉, D.V. Nemitovskaya, A.E. Veryanskaya

Irkutsk State Transport University, Irkutsk, the Russian Federation

✉dudaev_ma@mail.ru

Abstract

The article deals with revision of the stand for modelling at the laboratory conditions of repeatable loads dynamic loading simulation with various frequencies. Load frequency can be regulated, which allow to simulate of bar bend dynamic behavior at the subcritical, critical and supercritical modes. To take into account the influence of the distributed mass of the beam on the vibration eigenfrequency and the forced vibrations amplitude, the installation behavior was simulated by the finite element method; the beam mass coefficients of reduction to the oscillator installation point were calculated. Construction of stand allows calibrating it at the static load mode before experience that exclude influence uncontrollable parameters. Stand oscillates by rotor of the step motor that provides high accuracy of excitation frequency measurement and maintain it constant. The system behavior at static and dynamic loading is monitored by measuring the deformations at the control section using strain gauges and an oscilloscope that records the signal level from the resistive-strain sensors over time. The article deals with principal schemes of oscillator driver and resistive-strain sensor signal amplifier. The oscillator driver principal scheme has module of motor rotation frequency measurement. The installation is equipped with a damping element that limits the oscillations amplitude at modes close to

resonance; the damping coefficient is determined during preliminary calibration using the oscillogram of natural damped vibrations. To select an eccentric that provides the required value of imbalance, a numerical calculation was made using the finite element method, revealing the permissible range of imbalances in terms of the strength and rigidity of the installation.

Keywords

damping, dynamics, bending, vibrations, finite element method, resistance of materials, resonance, strain gauging, frequency response, electronics

For citation

Dudaev M.A., Nemitovskaya D.V., Veryanskaya A.E. Modelirovanie dinamicheskogo povedeniya brusa pri povtornopremennykh nagruzkakh v laboratornykh usloviyakh [The bar dynamic behavior simulation by repeatable loading at the laboratory conditions]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie* [Modern Technologies. System Analysis. Modeling], 2022, no. 2(74), pp. 22–32. – DOI: 10.26731/1813-9108.2022.2(74).22-32.

Article info

Received: May 31, 2022; revised: June 2, 2022; accepted: June 3, 2022.

Введение

Разделы механики твердого деформируемого тела, такие как сопротивление материалов [1, 2], теория колебаний [3, 4], теория упругости [5, 6] были и остаются на сегодняшний день фундаментом при подготовке инженеров-механиков, конструкторов, технологов, строителей. При изучении таких дисциплин важное значение имеют лабораторные работы, которые позволяют моделировать физические процессы, протекающие при деформировании материалов, а также оценивать точность теоретических и эмпирических подходов к решению практических задач.

В рамках исследования рассматривается разработка лабораторной установки, предназначенной для моделирования и анализа динамического поведения балки при вынужденных колебаниях, вызванных массивным осциллятором [4].

Лабораторный стенд с контролируемыми по амплитуде и частоте возмущающей силы возбуждения параметрами позволяет определять:

- частоты собственных колебаний;
- амплитуды напряжений, деформаций и перемещений при заданной частоте возмущения, отличной от частоты собственных колебаний;
- параметры демпфирования колебаний, ограничивающих их амплитуду вблизи зоны резонанса.

Указанные проблемы динамики позволяют сформулировать следующие технические требования к проектируемой лабораторной установке:

1. Установка должна содержать упругий элемент (балку) возможно меньшей массы, которая располагается на жестком и массивном

основании и массивном осцилляторе (двигатель с эксцентриком).

2. Жесткость установки должна изменяться для получения различных частот собственных колебаний.

3. Частота работы осциллятора должна изменяться для получения различных частот вынужденных колебаний так, чтобы перекрывать весь диапазон частот собственных колебаний.

4. Комплекс измерительных устройств должен предоставлять возможность регистрации частоты работы осциллятора и параметров динамического поведения с течением времени.

5. При недостаточном естественном демпфировании колебаний установка должна быть снабжена амортизирующим устройством.

Исходя из требований, предъявляемых к лабораторной установке, можно заключить, что комплекс работ по ее разработке и реализации подразумевает проектирование и изготовление механических устройств (крепления осциллятора, эксцентрика, демпфера), электрических схем и устройств, управляющих работой осциллятора и обеспечивающих регистрацию параметров эксперимента, а также проведение инженерного анализа, позволяющего осуществлять прогнозирование динамического поведения установки в реальных условиях.

Кроме перечисленных особенностей в статье рассмотрены калибровка установки и проведение пробного динамического эксперимента.

Доработка базового стенда

За основу для разработки принят стенд для определения перемещений при статическом приложении сосредоточенной силы [7]. Конструктивно базовый стенд представляет собой

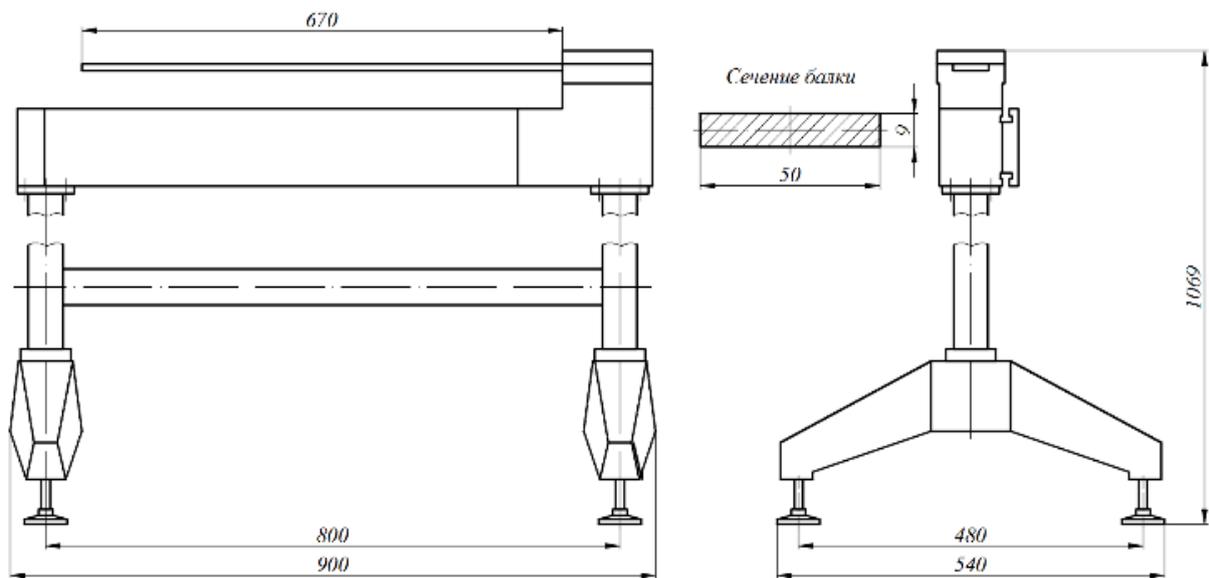


Рис. 1. Исходная установка

Fig. 1. Base installation

стальную балку, консольно закрепленную на массивное литое основание, установленное на опоры (рис. 1).

Для доработки стенда на него устанавливается осциллятор, представляющий из себя шаговый двигатель ШД-5Д1МУ3, узел крепления (рис. 2), эксцентрик и демпфер. Выбор в пользу шагового двигателя сделан ввиду строгого соответствия частоты управляющих импульсов и частоты вращения, что упрощает конструкцию тахометра, позволяющего контролировать эту частоту. Узел крепления представляет собой направляющую, способную перемещаться вдоль балки, соединенную сваркой со стальной плитой, к которой изогнутыми шпильками прикрепляется двигатель. Для фиксации узла крепления в нужном положении в нижней части направляющей предусмотрено резьбовое отверстие, в которое ввинчивается изогнутая шпилька. Каждый эксцентрик представляет собой кронштейн с радиально установленным болтом и контролочной гайкой (его расчет и рисунок приводится в предпоследнем разделе).

В лабораторных условиях были проведены измерения параметров рабочих частей установки: размеры балки ($L \times b \times h$): $670 \times 50 \times 9$ мм; масса балки $m_6 = 2,38$ кг; материал – сталь 45, модуль Юнга $E = 210$ ГПа; масса осциллятора в сборе $m_0 = 3,18$ кг.

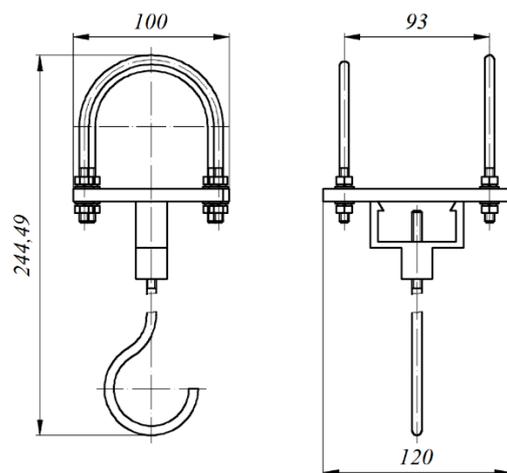


Рис. 2. Кронштейн осциллятора

Fig. 2. Oscillator bracket

Поскольку сосредоточенная масса осциллятора соизмерима с распределенной массой балки, система содержит бесконечное число степеней свободы [4]. Решение уравнения динамики для этого случая оказывается достаточно сложным и зачастую в курсе сопротивления материалов не рассматривается. При использовании зависимостей для систем с одной степенью свободы предлагается вместо массы осциллятора использовать условную приведенную массу:

$$m_{пр} = m_0 + k_{пр} \cdot m_6 \quad (1)$$

где $k_{пр}$ – коэффициент приведения массы балки к точке установки осциллятора.

При этом под приведенной принимается такая масса условного груза, образующего систему с одной степенью свободы, аналогичную заданной по жесткости, при которой частота и форма колебаний близка к частоте и форме колебаний реальной системы. Для системы с известной круговой частотой собственных колебаний p приведенная масса, определяемая из выражения [4]:

$$p = \sqrt{\frac{k}{m_{пр}}}, \quad (2)$$

где k – жесткость балки, Н/м.

Из справочника по сопротивлению материалов [8] жесткость консольной балки:

$$k = \frac{3EJ_x}{l^3};$$

где J_x – осевой момент инерции сечения. При указанной на рис. 1 форме и размерах сечения $J_x = 3037,5 \text{ мм}^4$.

Для определения собственных частот колебаний реальной установки используется моделирование методом конечных элементов (МКЭ) [9, 10], в ходе которого получен диапазон реальных собственных частот колебаний системы при разных положениях осциллятора, а на основании выражений (1) и (2) соответственно вычислена приведенная масса груза и коэффициент приведения массы балки. Моделирование балки выполнено с применением специального элемента Тимошенко [11], учитывающего дополнительную податливость сдвига. Результаты расчета приведены в табл. 1.

Таблица 1. Расчетные характеристики системы
Table 1. Estimated system characteristics

| l , мм | f , Гц | p , с^{-1} | $m_{пр}$, 10^{-3} т | k , Н/мм | $k_{пр}$ |
|----------|----------|-----------------------|------------------------|------------|----------|
| 200 | 15,93 | 100,06 | 23,89 | 239,2 | 8,703 |
| 250 | 15,03 | 94,39 | 13,74 | 122,5 | 4,439 |
| 300 | 13,87 | 87,12 | 9,34 | 70,9 | 2,588 |
| 350 | 12,61 | 79,18 | 7,12 | 44,6 | 1,655 |
| 400 | 11,37 | 71,39 | 5,87 | 29,9 | 1,129 |
| 450 | 10,22 | 64,19 | 5,10 | 21,0 | 0,805 |
| 500 | 9,19 | 57,73 | 4,59 | 15,3 | 0,594 |
| 550 | 8,29 | 52,04 | 4,25 | 11,5 | 0,448 |

На рис. 3 показан график зависимости коэффициента приведения массы балки в зависимости от положения осциллятора.

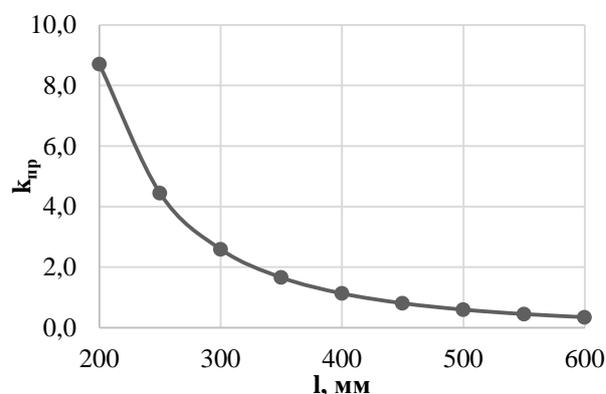


Рис. 3. График зависимости коэффициента приведения массы балки в зависимости от положения осциллятора

Fig. 3. Beam mass reduction coefficient diagram vs oscillator position

Результаты расчета МКЭ позволяют установить потребный диапазон рабочих частот вращения вала двигателя $n_{дв}$ так, чтобы перекрыть диапазон собственных частот колебаний системы, на основании соотношения:

$$n_{дв} = \frac{30p}{\pi}.$$

При диапазоне собственных круговых частот колебаний балки $47,06 - 100,06 \text{ с}^{-1}$ частота вращения вала двигателя должна лежать в пределах $450 - 956 \text{ об./мин}$.

Драйвер шагового двигателя

Разработана принципиальная схема драйвера по управлению шаговым двигателем (рис. 4) [12].

В основу схемы положен генератор импульсов [13] DD1 на микросхеме-таймере NE555. Частота генерируемых импульсов регулируется переменным резистором R1. Для ограничения максимальной частоты генератора последовательно с резистором R1 устанавливается постоянный резистор R2. Сигнал с генератора поступает на счетчики-делители DD2 и DD3, выполненные на микросхемах – двоично-десятичных счетчиках CD4017. Счетчик DD2 делит частоту импульсов генератора на шесть для управления шестифазным шаговым двигателем. Счетчик DD3 делит частоту импульсов генератора на четыре для возможности контроля частоты вращения двигателя частотомером так,

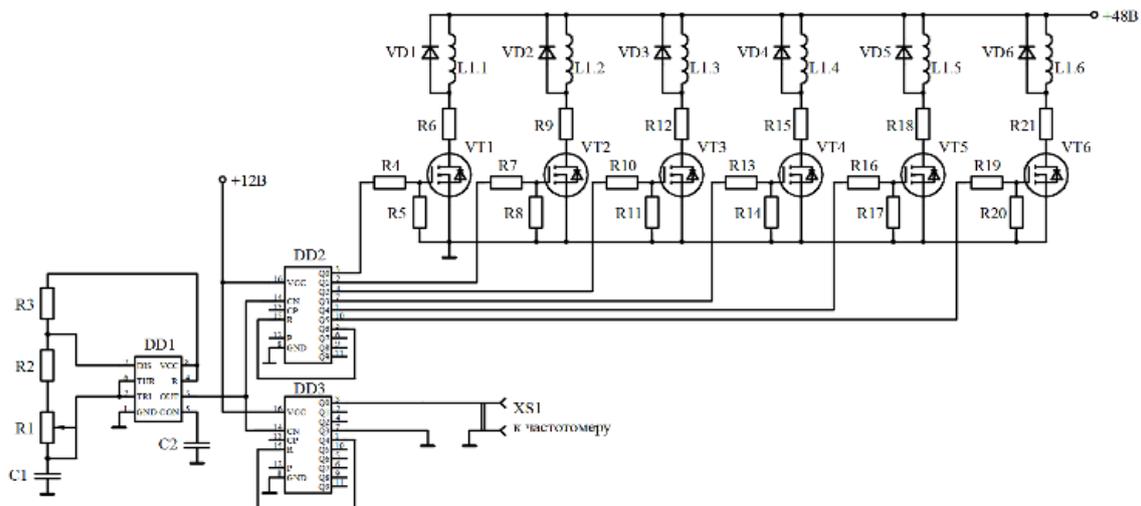


Рис. 4. Принципиальная схема драйвера шагового двигателя
Fig. 4. Step motor driver principal scheme

чтобы показания частотомера в Гц соответствовали частоте вращения двигателя в оборотах в минуту. К выходам Q0 – Q5 генератора подключается блок коммутации, выполненный на MOSFET-транзисторах IRF3205. Для ограничения тока управляющего заряда в цепь затвора каждого транзистора включен резистор сопротивлением 100 Ом, а для обнуления потенциала на затворе в режиме отсутствия сигнала он соединен с общим проводом через резистор сопротивлением 10 кОм. Для ограничения тока в цепи стока последовательно с обмоткой двигателя включен резистор сопротивлением 5,1 Ом. Диоды VD1...VD6 в обратном включении шунтируют обмотки двигателя и предназначены для защиты транзисторов от противоЭДС обмоток. Управляющая часть питается напряжением 12 В, коммутирующая часть – напряжением +48 В, что соответствует номинальному напряжению двигателя ШД-5Д1МУ3.

Номиналы деталей задающей цепи генератора рассчитаны следующим образом. В соответствии с паспортом двигателя ШД-5Д1МУ3 его угловой шаг составляет $1,5^\circ$. Тогда для совершения одного полного оборота в 360° требуется сгенерировать 240 импульсов. Для работы двигателя в диапазоне частоты 8,29 – 15,93 Гц (см. табл. 1) частота генерации импульсов должна составлять: $f_{\min} = 240 \cdot 8,29 = 1989,6$ Гц; $f_{\max} = 240 \cdot 15,93 = 3823,2$ Гц.

Частота генерации сигналов таймера NE555 определяется по формуле [9]:

$$f_{NE555} = \frac{1}{\ln 2 \cdot (R1 + R2 + R3) \cdot C1}$$

На основании указанной зависимости подобраны следующие номиналы деталей: $R1 = 60$ кОм, $R2 = 5,1$ кОм, $R3 = 4,3$ кОм, $C1 = 22$ нФ. Реальный диапазон частот генерации сигналов при двух крайних положениях движка переменного резистора R1 составляет $f_{\min} = 889,8$ Гц; $f_{\max} = 4786,6$ Гц, что с запасом перекрывает требуемый диапазон.

Для соответствия численных показаний частотомера частоте вращения вала двигателя в оборотах в минуту сигнал генератора делится на четыре, поскольку 1 об./с требует генерации 240 импульсов в секунду, а 1 об./мин. – четыре импульса в секунду.

Мощность токоограничивающих резисторов номиналом 5,1 Ом в цепях стоков рассчитана на основании максимального паспортного тока, потребляемого двигателем ($I_{\max} = 3$ А). Суммарная мощность, рассеиваемая резисторами:

$$P_{\Sigma} = I_{\max}^2 R = 3^2 \cdot 5,1 = 45,9 \text{ Вт.}$$

Поскольку резисторы установлены отдельно для каждой из шести фаз двигателя, мощность одного резистора

$$P_R = \frac{P_{\Sigma}}{6} = \frac{45,9}{6} = 7,65 \text{ Вт.}$$

Окончательно для установки применены токоограничивающие резисторы мощностью 10 Вт, коммутирующие транзисторы установлены на радиаторы, а в корпус блока управле-

ния двигателем встроен вентилятор для принудительной циркуляции охлаждающего воздуха.

Тензометр

Для регистрации динамического поведения установки она снабжается тензометрическим устройством, представляющим собой тензомост с балансиром и тензоусилителем [13]. Принципиальная схема тензометра показана на рис. 5.

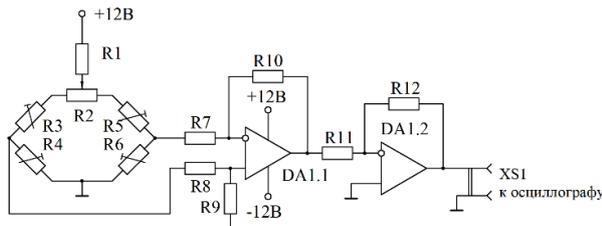


Рис. 5. Принципиальная схема тензоусилителя
Fig. 5. Strain gauging amplifier principal scheme

Тензомост состоит из четырех тензорезисторов R3 – R6 КФ5П1 с номинальным сопротивлением 200 Ом, включенных в полный мост Уитстона. При наклейке тензорезисторов на балку резисторы R3 и R6 размещаются на верхней ее поверхности, а R4 и R5 – на нижней. Для балансировки тензомоста используется переменный резистор R2 сопротивлением 33 Ом, а для ограничения тока устанавливается резистор R1. Номинальный паспортный ток питания тензорезистора КФ5П1 составляет 20 мА. Тогда суммарный ток, протекающий через обе ветви тензомоста составляет 40 мА. При напряжении питания 12 В требуемое сопротивление тензомоста составляет 300 Ом. Сопротивление одних только тензорезисторов, включенных в мост Уитстона составляет 200 Ом (резистор R2 не учитывается). Тогда требуемое сопротивление резистора R1 составляет 100 Ом. При разбалансировке тензомоста вследствие деформации балки сигнал с диагонали поступает через резисторы R7 и R8 на входы операционного усилителя DA1.1 (TL072), включенного по дифференциальной схеме. Соотношения сопротивлений резисторов R9:R8 и R10:R7, определяющие коэффициент усиления каскада, выбраны равными 10. Сигнал с выхода DA1.1 через резистор R11 поступает на инвертирующий вход операционного усилителя DA1.2, включенного по схеме инвертирующего усилителя. Соотношения сопротивлений резисторов R12:R11, определяющие

коэффициент усиления каскада, выбраны равными 10. Общий коэффициент усиления тензоусилителя составляет 100. К выходу усилителя DA1.2 подключается осциллограф, посредством которого регистрируется полезный сигнал. Питание тензоусилителя – двухполярное, напряжением ± 12 В.

Подбор эксцентрика

Для расчета параметров эксцентрика проведен анализ частотного отклика установки МКЭ [14] при единичном статическом дисбалансе эксцентрика ($D_s = m_e e = 1$ г·мм). Частота возмущающей силы f_F изменялась линейно от нуля до 20 Гц, а амплитуда F_A – пропорционально квадрату угловой скорости [15]:

$$F_A = m_e e \cdot 4\pi f_F^2 = 4\pi f_F^2.$$

Для задания параметров демпфирования при расчете МКЭ с установки были сняты осциллограммы свободных затухающих колебаний. В качестве демпфера на установке используется поролоновая прокладка, проложенная между станиной и балкой вблизи ее свободного конца. При этом поролон приклеен только к станине, а с балкой лишь вступает в контакт, чтобы в систему не привносилась существенная дополнительная упругая связь.

На рис. 6 показана осциллограмма затухающих колебаний, полученная при расположении осциллятора на отметке 500 мм. Встроенными средствами приложения-осциллографа были измерены амплитуды двух колебаний A_i и A_{i+j} [16], отделенных друг от друга j циклами. Результаты измерений составили: $A_i = 683$ мВ; $A_{i+j} = 156$ мВ; $j = 13$. Тогда логарифмический декремент затухающих колебаний [4]:

$$\delta = \frac{1}{j} \ln \left(\frac{A_i}{A_{i+j}} \right) = \frac{1}{13} \ln \left(\frac{683}{156} \right) = 0,1136.$$

Относительный коэффициент демпфирования [4]:

$$\gamma = \frac{\delta}{2\pi} = \frac{0,1136}{2 \cdot 3,14} = 0,0181.$$

т. е., составляет 1,81 % от критического коэффициента демпфирования.

Аналогичные расчеты проведены для остальных расположений осциллятора на установке.

Результаты обработки экспериментальных данных представлены в табл. 2.

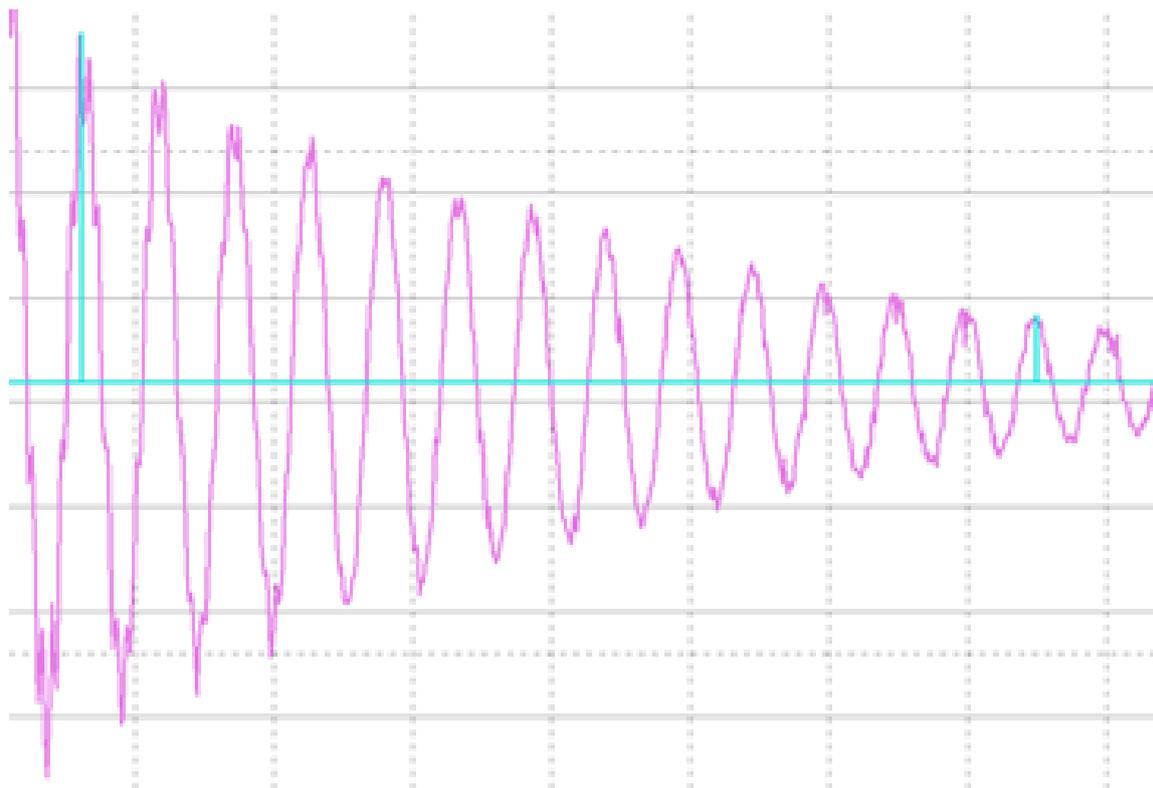


Рис. 6. Осциллограмма затухающих колебаний
(установки осциллографа: X – 200мс/дел; Y – 200 мВ/дел)

Fig. 6. Decay vibrations oscillogram
(oscilloscope settings: X – 200 ms/div; Y – 200 mV/div)

Таблица 2. Коэффициенты демпфирования
Table 2. Damping coefficients

| l , мм | A_i , мВ | A_{i+j} , мВ | j | δ | γ |
|----------|------------|----------------|-----|----------|----------|
| 550 | 744,14 | 132,81 | 12 | 0,1436 | 0,0229 |
| 500 | 683 | 156 | 13 | 0,1136 | 0,0181 |
| 450 | 305,67 | 111,73 | 11 | 0,0915 | 0,0146 |
| 400 | 630,3 | 183,4 | 14 | 0,0882 | 0,0140 |
| 350 | 497,5 | 177,08 | 15 | 0,0689 | 0,0110 |
| 300 | 440,58 | 164,43 | 15 | 0,0657 | 0,0105 |
| 250 | 470,09 | 225,56 | 12 | 0,0612 | 0,00974 |
| 200 | 276,15 | 139,13 | 17 | 0,0403 | 0,00642 |

С учетом реальных значений относительных коэффициентов демпфирования проведен расчет частотного отклика МКЭ. Амплитудно-частотные диаграммы, построенные по результатам расчета показаны на рис. 7 [17]. Из анализа диаграмм видно, что при единичном статическом дисбалансе максимальный теоретический прогиб свободного конца балки составляет 33 000 мм, а максимальное напряжение у заделки – 256 000 МПа. По конструктивным соображениям максимальный допускаемый прогиб принят

равным $[v] = 15$ мм, а максимальное допускаемое напряжение (при пределе выносливости стали 45, равном 245 МПа и запасе прочности 2,0) $[\sigma] = 120$ МПа.

При указанных допускаемых значениях реальный статический дисбаланс по условию жесткости требуется уменьшить в 2 200 раз, по выносливости – в 2 130 раз. Для выполнения обоих условий принимается меньшая величина статического дисбаланса:

$$D_s = \frac{1}{2200} = 4,545 \cdot 10^{-3} \text{ т}\cdot\text{мм}$$

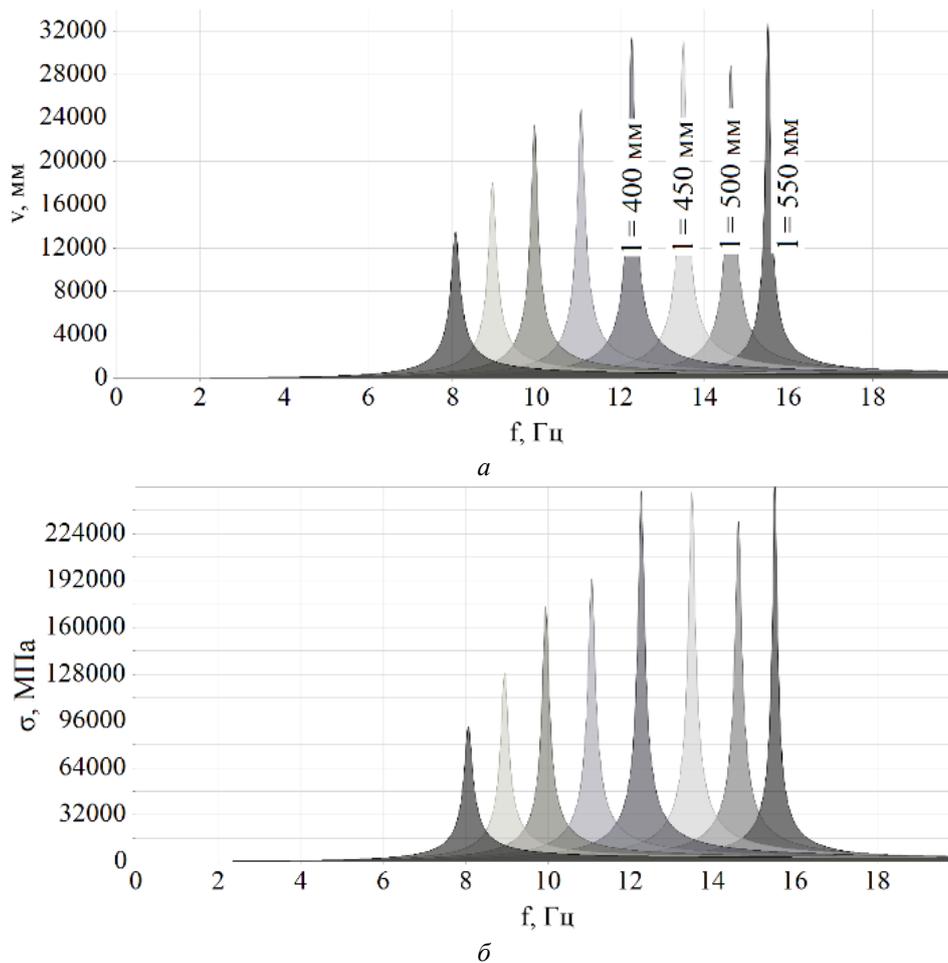


Рис. 7. Амплитудно-частотные характеристики при различных положениях осциллятора: *a* – амплитудные значения максимального прогиба в зависимости от частоты осциллятора; *б* – амплитудные значения максимальных напряжений в зависимости от частоты осциллятора

Fig. 7. Amplitude-frequency characteristics at the different oscillator position
a – amplitude of maximal flexure vs. oscillation frequency; *b* – amplitude of maximal stresses vs. oscillation frequency

Эксцентрики устанавливаются симметрично с двух сторон на вал двигателя. Корпус изготовлен на 3D принтере из пластика PLA [18]. Масса одного эксцентрика в сборе – 31,3 гр (рис. 8).

Фиксация эксцентрика на валу осуществляется затягиванием винта М3. Регулирование положения центра масс (и величины дисбаланса) осуществляется ввинчиванием болта М6. Диапазон положений центров масс от оси вала двигателя составляет 20–26,5 мм, что при указанной массе и при наличии двух эксцентриков обеспечивает диапазон дисбалансов $(1,252–1,659) \cdot 10^{-3}$ г·мм. Пробный запуск показал достаточность указанного диапазона, обеспечивающего надежное и безопасное возбуждение

упругой системы во всем диапазоне возможных положений осциллятора.

Натурный эксперимент

Для проведения эксперимента осциллятор был установлен на расстоянии 500 мм от заделки. Положение центра масс эксцентрика выбрано максимальным $r_{\text{экс}} = 26,5$ мм. При этом собственная частота колебаний установки в соответствии с табл. 1 составляет 9,19 Гц ($p = 57,73 \text{ с}^{-1}$), а коэффициент демпфирования (см. табл. 2) $\gamma = 0,0181$.

Непосредственно перед проведением динамического эксперимента производится тарирование установки под действием статической нагрузки, необходимое для установления соответствия между величиной напряжения уси-

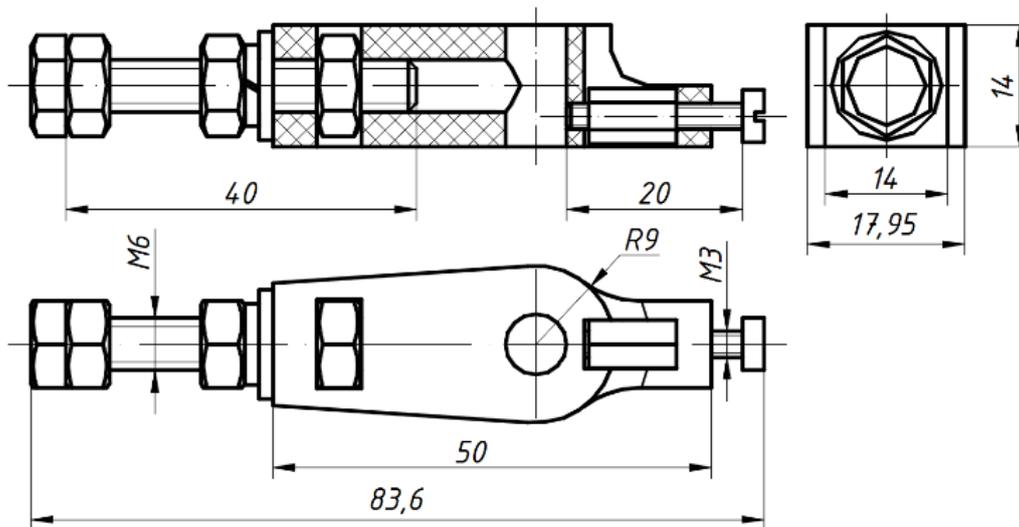


Рис. 8. Эксцентрик
Fig. 8. Eccentric

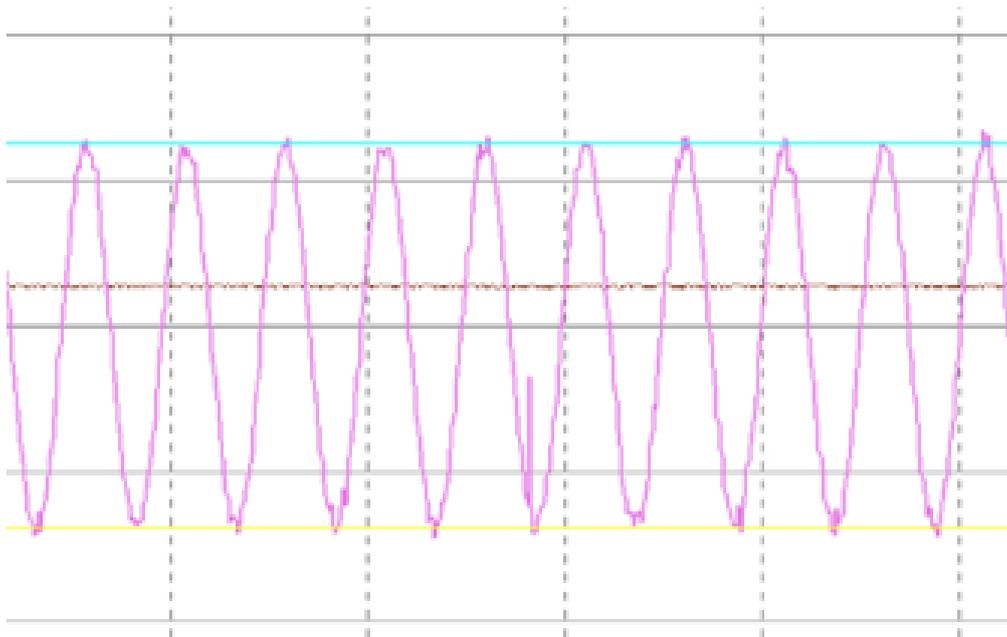


Рис. 9. Осциллограмма вынужденных колебаний
(Установки осциллографа: X – 200мс/дел; Y – 200 мВ/дел)
Fig. 9. Forced vibrations oscillogram
(Oscilloscope sets: X – 200ms/Div; Y – 200 mV/Div)

ленного сигнала с тензорезисторов, измеряемого осциллографом, и величиной, приложенной к установке нагрузки. Для тарирования лабораторного стенда в точку установки осциллятора статически прикладываются грузы массой 5 кг (вес 49 Н), а осциллографом измеряется величина изменения напряжения. Результаты измерений приведены в табл. 3.

Таблица 3. Результаты эксперимента

Table 3. Experience results

| Масса груза $m_{гр}$, кг | Вес груза G , Н | Показания осциллографа U , мВ |
|---------------------------|-------------------|---------------------------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 5 | 49 | 380 |
| 10 | 98 | 728 |
| 15 | 137 | 1096 |

Таким образом, при среднем приращении нагрузки $\Delta G = 49$ Н среднее приращение показаний осциллографа по напряжению составляет $\Delta U = 365,3$ мВ. Тарировочный коэффициент тензометрического узла равен

$$k_g = \frac{\Delta G}{\Delta U} = \frac{49}{365,3} = 0,1341 \frac{\text{Н}}{\text{мВ}}.$$

При проведении эксперимента осциллятор был выведен на частоту возмущения $\omega = 62 \text{ с}^{-1}$. В этом случае величина теоретического динамического коэффициента [1]:

$$K_{dt} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + \left(\frac{2\gamma\omega}{p}\right)^2}} = 6,32.$$

Осциллограмма сигнала тензометра показана на рис. 9.

Амплитуда сигнала осциллографа составляет $U_A = 262,5$ мВ. Тогда динамическое усилие с учетом тарировочного коэффициента $-F_d = U_A \cdot k_g = 262,5 \cdot 0,1341 = 35,2$ Н.

Величина центробежной силы, создаваемой эксцентриком при указанной угловой скорости, массе и положении центра масс составляет:

$$F_c = m_{\text{экс}} \cdot \omega^2 \cdot r_{\text{экс}} = 2 \cdot 31,3 \cdot 10^3 \cdot 62^2 \cdot 26,5 = 6,38 \text{ Н}$$

Экспериментальный динамический коэффициент

$$F_c = \frac{F_d}{F_c} = \frac{35,2}{5,411} = 6,51.$$

Погрешность теоретического и экспериментального коэффициента

$$\Delta = \left| \frac{K_{dt} - K_{db}}{K_{dt}} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{6,38 - 6,51}{6,38} \right| \cdot 100\% = 2,04\%.$$

что допустимо в технических расчетах.

Заключение

При использовании подхода приведения распределенной массы балки к точке установки осциллятора и математической модели динамического поведения системы с одной степенью свободы была получена достаточная степень точности расчетных и экспериментальных результатов.

Возможности разработанного в лаборатории стенда не ограничиваются исследованием динамического поведения систем с одной степенью свободы при вынужденных колебаниях, а позволяют исследовать и разрабатывать новые математические модели, в том числе систем с бесконечным числом степеней свободы и комбинированных систем. Кроме того, дальнейшая доработка установки электромагнитным демпфером с управляемыми характеристиками, позволит расширить исследование проблем динамики, касающихся, в частности, влияния разных механизмов и степени демпфирования на ее поведение.

Список литературы

1. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов. М.: Высшая школа, 2000. 560 с.
2. Сопротивление материалов / Г.С. Писаренко, В.А. Агарев, А.Л. Квитка [и др.]. Киев: Вища шк, 1986. 775 с.
3. Бабаков И.М. Теория колебаний. М.: Дрофа, 2004. 591 с.
4. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. М.: Машиностроение, 1985. 472 с.
5. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности. М.: Высш. шк., 1990. 400 с.
6. Тимошенко С.П., Гудьер Дж.Н. Теория упругости. М.: Наука, 1975. 576 с.
7. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1999. 592 с.
8. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. Киев: Наукова думка, 1988. 736 с.
9. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 542 с.
10. Chen Z. Finite Element Methods and Their Applications. Berlin: Springer, 2005. 411 p.
11. Дудаев М.А. Матрица жесткости балки Тимошенко в конечноэлементном анализе динамического поведения роторных турбомашин // Вестник ИрГТУ. 2014. № 6. С. 59–65.
12. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины учеб. для вузов по напр. подготовки диплом. спец. «Электротехника, электромеханика и электротехнологии»: в 2-х т. Т. 2. 2-е изд., перераб. и доп. М.: МЭИ, 2004. 532 с.
13. Опадчий Ю.Ф., Глудкин О.П., Гурув А.И. Аналоговая и цифровая электроника. Полный курс. М.: Горячая линия-Телеком, 2000. 768 с.
14. Bathe K.J. Finite Element Procedures. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice hall, 1996. 1037 p.
15. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики: в 2-х т. 6-е изд., перераб. и доп. М.: Наука, 1983. Т. 2. Динамика. 640 с.
16. Электрические измерения / Л.И. Байда, Н.С. Добротворский, Е.М. Душин [и др.]. Л.: Энергия. Ленингр. отд. 1980. 392 с.
17. Рудаков К.Н. FEMAP 10.2.0. Геометрическое и конечноэлементное моделирование конструкций. Киев: Киевский политехнический институт, 2011. 317 с.

18. Шумейко И.А., Зайченко Н.О. Анализ пластмасс при их выборе для 3d печати модели ветроэнергетической установки // *Universum: технические науки*. 2021. №3-1 (84). С. 74 – 77.

References

1. Aleksandrov A.V., Potapov V.D., Derzhavin B.P. *Soprotivlenie materialov* [Resistance of materials]. Moscow: Vysshaya shkola Publ., 2000. 560 p.
2. Pisarenko G.S., Agarev V.A., Kvitka A.L., Popkov V.G., Umanskiy E.S. *Soprotivlenie materialov* [Resistance of materials]. Kiev: Vysshaya. Shkola Publ., 1986. 775 p.
3. Babakov I. M. *Teoriya kolebaniy* [Theory of vibrations]. Moscow: Drofa Publ., 2004. 591 p.
4. Timoshenko S.P., Young D.H., Weaver W. *Kolebaniya v inzhenernom dele* [Vibration problems in engineering]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1985. 472 p.
5. Aleksandrov A.V., Potapov V.D. *Osnovy teorii uprugosti i plastichnosti* [Fundamentals of the Theory of Elasticity and Plasticity]. Moscow: Vysshaya. Shkola Publ., 1990. 400 p.
6. Timoshenko S. P., Goodier J.N. *Teoriya uprugosti* [Theory of Elasticity]. Moscow: Nauka Publ., 1975. 576 p.
7. Feodos'ev V.I. *Soprotivlenie materialov* [Resistance of materials]. Moscow: MGTU im. N.E. Baumana Publ., 1999. 592 p.
8. Pisarenko G.S. Jakovlev A.P., Matveev V.V. *Spravochnik po soprotivleniyu materialov* [Handbook of resistance of materials]. Kiev: Naukova Dumka Publ., 1988. 736 p.
9. Zienkiewicz O.C. *Metod konechnykh elementov v tekhnike* [The finite element method in engineering science]. Moscow: Mir Publ., 1975. 539 p.
10. Chen Z. *Finite Element Methods and Their Applications*. Berlin: Springer, 2005. 411 p.
11. Dudaev M.A. *Matritsa zhestkosti balki Timoshenko v konechnoelementnom analize dinamicheskogo povedeniya rotnykh turbomashin* [Timoshenko Beam Stiffness Matrix in Finite Element Analysis of Turbomachine Dynamic Behavior]. *Vestnik IrGTU* [Bulletin of the Irkutsk National Research Technical University], 2014, no. 6, pp. 59–65.
12. Ivanov-Smolenskiy A.V. *Elektricheskie mashiny* [Electric Machines] Moscow: MEI Publ., 2004. 532 p.
13. Opadchii Yu.F. Gludkin O.P., Gurov A.I. *Analogovaya i tsifrovaya elektronika* [Analog and Digital Electronics]. Moscow: Goryachaya liniya–Telekom Publ., 2000. 768 p.
14. Bathe K.J. *Finite Element Procedures*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice hall, 1996. 1038 p.
15. Loitsyanskiy L.G., Lur'e A.I. *Kurs teoreticheskoy mehaniki (v 2-kh tomakh)*. T. 2. [Theoretical mechanics course (in 2 vol.)]. Vol. 2]. Moscow: Nauka Publ, 1983. 640 p.
16. Baida L.I., Dobrotvorskiy N.S., Dushin E.M. Ismailov Sh.Yu., Mokienko D.N., Preobrazhenskii A.A., Starosel'tseva E.A., Fremke L.V., Tsvetkov E.I. *Elektricheskie izmereniya* [Electrical Measurements]. Leningrad: Energiya Publ., 1980. 392 p.
17. Rudakov K.N. *FEMAP 10.2.0. Geometricheskoe i konechnoelementnoe modelirovanie konstruksii* [FEMAP 10.2.0. Geometric and finite element modeling of structures]. Kiev: Kievskii Politekhnikeskii Institut Publ., 2011. 317 p.
18. Shumeiko I.A., Zaichenko N.O. *Analiz plastmass pri ikh vybore dlya 3d pechati modeli vetroenergeticheskoy ustanovki* [Analysis of Plastics when Choosing Them for 3d Printing of a Wind Power Plant Model]. *Universum: tehnikeskie nauki* [Universum: technical sciences], 2021, no. 3-1(84), pp. 74-77.

Информация об авторах

Дудаев Михаил Алексеевич, старший преподаватель кафедры физики, механики и приборостроения, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск; e-mail: dudaev_ma@mail.ru.

Немитовская Дарья Владимировна, кафедра строительства железных дорог, мостов и тоннелей, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск; e-mail: DVNemito@yandex.ru.

Верянская Алина Эдуардовна, кафедра строительства железных дорог, мостов и тоннелей, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск; e-mail: vralina2002@gmail.com.

Information about the authors

Mikhail A. Dudaev, Assistant Professor of the Department of Physics, mechanics and instrumentation, Irkutsk State Transport University, Irkutsk; e-mail: dudaev_ma@mail.ru.

Dar'ya V. Nemitovskaya, Department of Building of Railways, Bridges and Tunnels, Irkutsk State Transport University, Irkutsk; e-mail: DVNemito@yandex.ru.

Alina E. Veryanskaya, Department of Building of Railways, Bridges and Tunnels, Irkutsk State Transport University, Irkutsk; e-mail: vralina2002@gmail.com.