УДК 517: 378.146

А.А. Хватцев
Псковский государственный университет,
г. Псков, Российская Федерация

О формировании профессиональных компетенций

Аннотация. Формирование профессиональных компетенций обучающихся является важной составляющей учебного процесса в вузе. В данной работе рассматривается возможность включения элементов функционального анализа в курс математического анализа для формирования профессиональных компетенций у выпускников, использующих математические методы и компьютерные технологии. Предложены некоторые понятия функционального анализа, которые формируют у студентов способность к определению общих форм и закономерностей, для включения их в курс математического анализа.

Ключевые слова. Оценивание компетенций, математический анализ, функциональный анлиз.

Главной целью основной профессиональной образовательной программы подготовки бакалавров (ОПОП) является формирование у студентов универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций, а также развитие у будущих выпускников личностных качеств. Средством контроля качества результатов обучения, оценкой того, как студенты усваивают знания и как могут применять эти знания на практике, служит мониторинг процесса формирования компетенций обучающихся. Обычно такой мониторинг осуществляется с помощью различных контрольных мероприятий: домашних заданий, самостоятельных работ, диктантов по теоретической части дисциплины, тестирования остаточных знаний и т.п.

В работах [1 – 3] мониторинг формирования компетенций предлагается осуществлять с помощью фонда оценочных средств, индивидуальных домашних контрольных заданий, обучения рациональным методам решения задач.

Для успешной профессиональной деятельности в областях, использующих математические методы и компьютерные технологии, выпускник должен уметь математически корректно ставить естественнонаучные задачи, использующие постановки классических задач математического анализа, а также обладать способностью к определению общих форм и закономерностей. Именно умение применять известные решения к исследованию новых задач, умение делать обобщения частных проблем и способность строить общие теории является показателем профессиональной подготовки студентов, использующих математические методы в своей практической деятельности. Формирования этой компетенции у обучающихся можно добиться включением в курс математического анализа элементов функционального анализа.

Принято считать, что функциональный анализ является абстрактной, сугубо теоретической наукой, очень сложной для изучения дисциплиной. Функциональный анализ – это удобный язык современной математики, который способствует дальнейшему развитию алгебре, математическому анализу, теории рядов, теории дифференциальных уравнений и других разделов математической науки. Функциональный анализ позволяет понять с единой точки зрения многие имеющиеся в этих областях достижения и часто способствует получению новых результатов. Так теория самосопряженных операторов, действующих в гильбертовом пространстве, которая занимает важное место в функциональном анализе, стала толчком к созданию квантовой механики. Многие приложения теории вероятностей (в частности вычисления математических ожиданий случайных процессов) основаны на абстрактной теории меры и интегрирования, разработанной в функциональном анализе. Идеи и методы функционального анализа используются при приближенном решении многих задач, возникающих в теории управления, математической экономике, механики сплошных сред и др.

С другой стороны. Первые результаты в функциональном анализе появились именно из решения практических задач как обобщение идей, связанных с вариационным исчислением [4,5] и теорией линейных интегральных уравнений. Таким образом, знание основ функционального анализа необходимо любому исследователю и прикладнику, использующему в своей работе достижения современной математической науки.

В курс математического анализа элементы функционального анализа могут быть включены совершенно естественным образом при изучении многих разделов. Приведём только несколько примеров такого включения.

Метрические пространства в функциональном анализе занимают особое место. Фактически на их основе вводятся линейные нормированные, а, значит, и банаховы и гильбертовы пространства. Наиболее естественно ввести понятие метрического пространства перед началом изучения функций нескольких переменных. Традиционно изучению функций нескольких переменных предшествует рассмотрение вопросов топологии евклидова пространства, на котором определяются эти функции [6]. Поэтому потребуется ввести понятие расстояния меду точками множества. Представляется целесообразным изложение этого понятия начинать с введения аксиоматического определения метрики множества. Затем в качестве примеров рассмотреть основные метрические пространства. Кроме традиционно в вводимого между точками $x=(x_1,x_2,...,x_n)$ и

$y=(y_1,y_2,...,y_n)$ евклидова пространства R^n расстояния $\rho(x,y)=\sqrt{\sum_{j=1}^{n}(x_j-y_j)^2}$, следует рассмотреть также метрики $\rho_1(x,y)=\sum_{j=1}^{n}|x_j-y_j|$ и $\rho_0(x,y)=\max_{1\le j\le n}|x_j-y_j|$. При проверке выполнимости аксиом для евклидовой метрики понадобится неравенство Минковского для сумм. Следовательно, необходимо предварительно, можно без вывода, ввести неравенства Гёльдера и Минковского для сумм и интегралов.

После этого можно вводить понятие сходимости в метрических пространствах и изучить, что означает сходимость в каждом из перечисленных пространств.

Здесь же есть смысл вернуться к рассмотрению функций одного аргумента и ввести пространство $C[a,b]$ – множество всех непрерывных на отрезке $[a,b]$ функций. Далее можно определить пространства Лебега $L^p[a,b]$ – множество всех функций, для которых ограничен интеграл $\int_a^b |x(t)|^p dt,\ p\ge 1$. При выяснении характера сходимости необходимо обратить внимание студентов на то, что сходимость в пространстве $C[a,b]$ означает равномерную сходимость функциональной последовательности к некоторой функции, а сходимость в пространствах $L^p[a,b]$ носит более слабый характер. Другими словами, если последовательность $\{x_n(t)\}$ сходится в пространстве $C[a,b]$, то она сходится и пространствах $L^p[a,b]$.

Теперь приведём несколько примеров практических заданий, выполнение которых будет способствовать закреплению понятий и методов функционального анализа.

1. Задана функция $x(t)=|t^2-4|$. Определить, каким из перечисленных пространств $C[-3,3]$, $C^1[-3,3]$, $L^1[-3,3]$, $L^2[-3,3]$ она принадлежит.

2. Найти расстояние между векторами x и y в пространстве R^n, $n=3$ с метриками ρ,ρ_0,ρ_1, если $x=(\sqrt{10},\sqrt{2},2)$, $y=(\sqrt{8},2,0)$, $n=3$.

3. Найти расстояние между функциями $x(t)=0{,}5x^2-11x+9$ и $y(t)=-28\ln x$ в пространствах $C[4,7]$, $L^1[4,7]$.

4. Определить сходится ли функциональная последовательность $\left\{\frac{t+1}{e^{nt}}\right\}_{n=1}^{\infty}$ к функции $x(t)=0$ в пространстве $C[-2,0]$.

Во время изучения темы «Числовые ряды» [6,7] можно вернуться к примерам метрических пространств и рассмотреть пространства ℓ^p, $p \ge 1$– множества, элементами которых являются бесконечные числовые последовательности $x = (\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n, ..)$, обладающие свойством $\sum_{j=1}^{\infty} |\xi_j|^p < K$, где K – положительное число. В качестве практических заданий здесь можно предложить следующие задачи [8].

1. Определить наименьшее целое число p, при котором бесконечная числовая последовательность $\left\{ \frac{1}{\sqrt[4]{n}} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{3\sqrt{n}} \right\}_{n=1}^{\infty}$ принадлежит пространству ℓ^p, $p \ge 1$.

2. Найти расстояние между бесконечными числовыми последовательностями x и y в пространстве ℓ^1, если $x = \left(1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, ...\right)$, а $y = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{24}, \frac{1}{48}, ...\right)$.

3. Установить является ли в пространстве ℓ^1 сходящейся последовательность $x^{(n)} = \left(\frac{n+1}{1}, \frac{n+\sqrt{2}}{4}, \frac{n+\sqrt{3}}{9}, \frac{n+\sqrt{4}}{16}, ...\right)$.

4. Установить, является ли последовательность $x^{(n)}$ сходящейся в указанном пространстве $x^{(n)} = \left(1, \frac{1}{5}, \frac{1}{5^2}, \frac{1}{5^3}, ..., \frac{1}{5^n}, 0, 0, ...\right)$; ℓ^2

Предлагаемая методика формирования профессиональных компетенций была апробирована со студентами направления 02.03.01 математика и компьютерные науки и свидетельствует об эффективности её использования. Многие другие понятия, изучаемые в курсе функционального анализа также можно успешно включить в другие разделы математического анализа.

Список использованной литературы

1. Хватцев А. А.. О формировании компетенций при математической подготовке экономистов // Математическая подготовка студентов экономических направлений: Материалы международной научно-методической конференции: – СПб.: Изд-во СПбГЭУ, 2016. С.210 – 213.

2. Хватцев А. А.. Опыт использования фонда оценочных средств для мониторинга компетенций обучающихся. В сборнике «Перспективы развития высшей школы». Материалы X международной научно-методической

конференции. Гродненский государственный аграрный университет, 2017. – С.110 - 112
3. Хватцев А. А.. Домашняя контрольная работа как средство мониторинга формирования компетенций. Вестник Псковского государственного университета. Серия: естественные и физико-математические науки, 10/2017, С.98-101
4. Хватцев А.А. Элементы вариационного исчисления: учебное пособие / А.А. Хватцев.– Псков: Издательство ПсковГУ, 2019. – 72с.
5. Хватцев А.А. О важности изучения вариационного исчисления бакалаврами. В сборнике «Перспективы развития высшей школы». Материалы XIII международной научно-методической конференции. Гродненский государственный аграрный университет, 2020. – С.75 - 77
6. Воронов М.В. Математика для бакалавров: учебное пособие / М.В. Воронов, А.А. Хватцев.– Псков: Изд -во ПсковГУ, 2018. – 404с.
7. Хватцев А.А. Ряды: учебное пособие / А.А. Хватцев.– Псков: Издательство ПсковГУ, 2012. – 92с.
8. Филимоненкова Н.В. Сборник задач по функциональному анализу: учебное пособие / Н.В. Филимоненкова. – СПб.: Издательство «Лань», 2015. – 240с.

Информация об авторе

Хватцев Александр Алексеевич – кандидат физико-математических наук , доцент, кафедра математики и теории игр, Псковский государственный университет, 180000, г. Псков, пл. Ленина, д.2, e-mail: a.hwattcev@yandex.ru