УДК *519.87*

Д. В. Шаргунова[1], Е. В. Таирова[1]

[1]Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОММИВОЯЖЕРА ТРАНСПОРТНОЙ ЛОГИСТИКИ МЕТОДОМ ВЕТВЕЙ И ГРАНИЦ

Аннотация. *В статье рассматривается постановка задачи коммивояжера для решения проблемы оптимальной доставки грузов по участку Восточного полигона РЖД. Для решения поставленной задачи применяется метод ветвей и границ. Приводятся результаты расчетов и геометрическая иллюстрация в виде оптимальной ветви дерева.*

Ключевые слова: *задача коммивояжера, транспортная логистика, метод ветвей и границ.*

D. V. Shargunova[1], E. V. Tairova[1]

[1]Irkutsk State Transport University, Irkutsk, the Russian Federation

SOLUTION OF THE TRANSPORT LOGISTICS COMMITTEE PROBLEM BY THE METHOD OF BRANCHES AND BORDERS

A*bstract.* *The article considers the formulation of the traveling salesman problem for solving the problem of optimal delivery of goods along the section of the Eastern range of Russian Railways. To solve the problem, the branch-and-bound method is used. The results of calculations and a geometric illustration in the form of an optimal branch of a tree are given.*

Keywords: *traveling salesman problem, transport logistics, branch and bound method.*

Введение

Транспорт играет важную роль в российской экономике. Грузооборот транспорта в России показывает стабильный рост на протяжении последних лет. В условиях сложной экономической ситуации во всем мире тема эффективной доставки грузов играет особую роль как для компаний и юридических лиц, так и для граждан.

Очень важной проблемой при транспортировке грузов является экономия ресурсов. Поэтому в системах поддержки принятия решений в транспортной логистике основной задачей является составление оптимального маршрута транспорта.

Одной из известных и практически значимых задач данного направления является задача коммивояжера. Суть задачи сводится к нахождению оптимального пути, проходящего через промежуточные пункты по одному разу и возвращающегося в точку отправления. В качестве критерия оптимальности может приниматься минимальное время поездки, минимальные транспортные расходы или минимальная длина маршрута. Очень часто, в настоящее время, стоимость доставки грузов сопоставима со стоимостью самого товара и требуется сократить скорость доставки. Поэтому, рассматриваемая в статье задача нахождения оптимальной логистической цепочки приобретает большое значение [1 – 3].

Идея метода ветвей и границ

Метод ветвей и границ является достаточно известным и эффективным методом для решения задач оптимизации и, в частности, дискретной оптимизации. Он базируется на достаточно популярном в этой области знания направлении “отсечения” и состоит из двух этапов: подготовительного и повторяющегося.

В результате реализации алгоритма определяется маршрутное дерево, при построении которого используются исходные данные задачи. На каждом шаге отсекается бесперспективное направление (ветвь дерева).

Таким образом, в основе метода лежит идея: разбить все множество допустимых решений на подмножества, оценить получаемые при разбиении части и выбрать направление, содержащее оптимальное решение (рис. 1) [3 – 9].

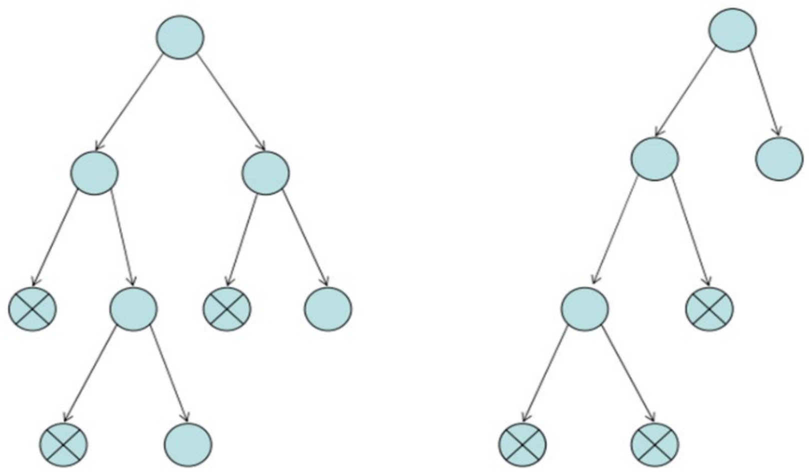

Рис. 1. Пример логистической схемы, представленной в виде дерева

Постановка задачи

Руководитель транспортной организации отправился в командировку на поезде по станциям Восточного полигона для выбора оптимального пути доставки грузов. Ему нужно посетить 6 станций (Ачинск I, Копьево, Абакан, Саянская, Тайшет, Уяр), отправившись со станции Копьево. Требуется найти путь, по которому в дальнейшем будет осуществляться доставка грузов при минимальных затратах километров и времени.

На карте представлен участок Восточного полигона железной дороги, о котором говорится в постановке задачи (рис. 2).

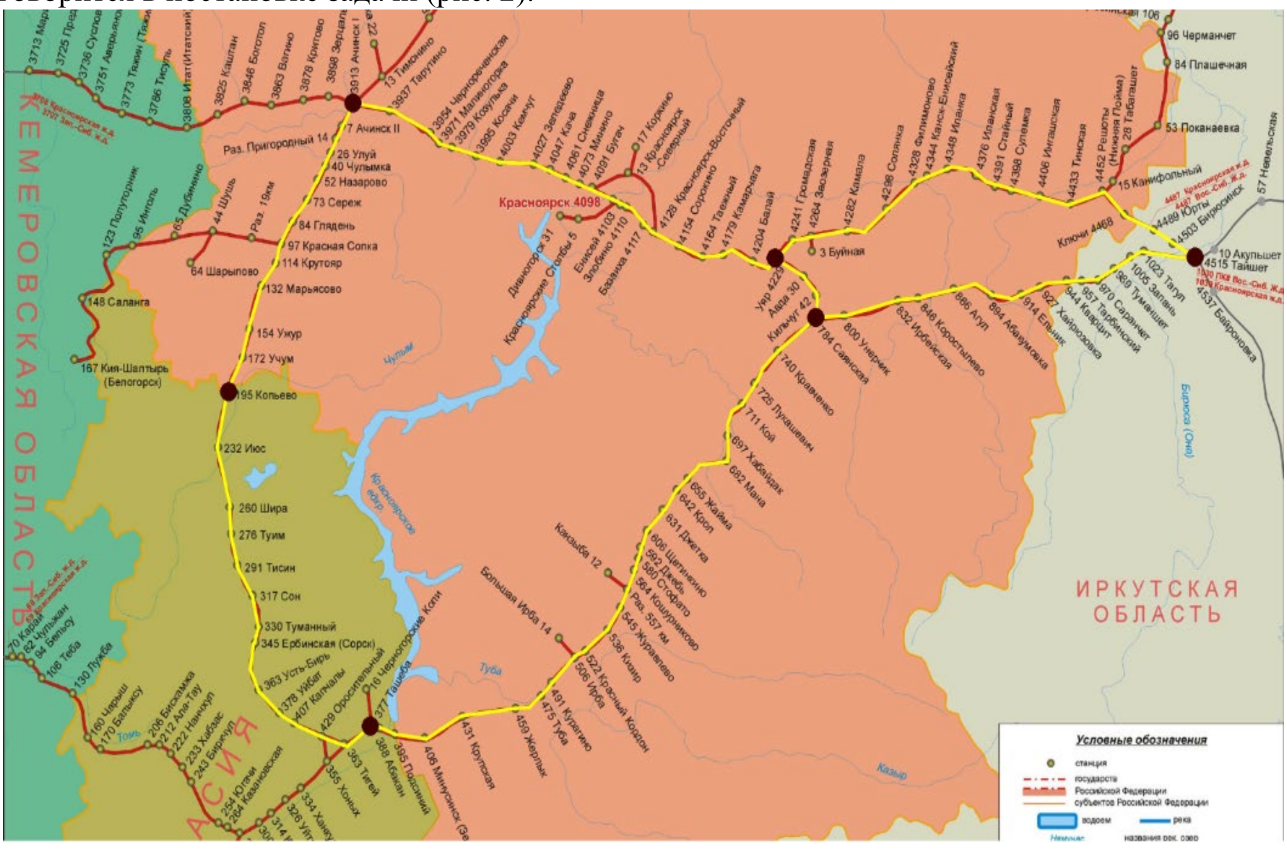

Рис. 2. Участок Восточного полигона

Этот участок схематично изображен на графе (рис. 3), в вершинах которого изображены населенные пункты, а над ребрами указаны расстояния между этими пунктами в километрах: A — Копьево; B — Ачинск I; C — Абакан; D — Уяр; E — Саянская; F — Тайшет.

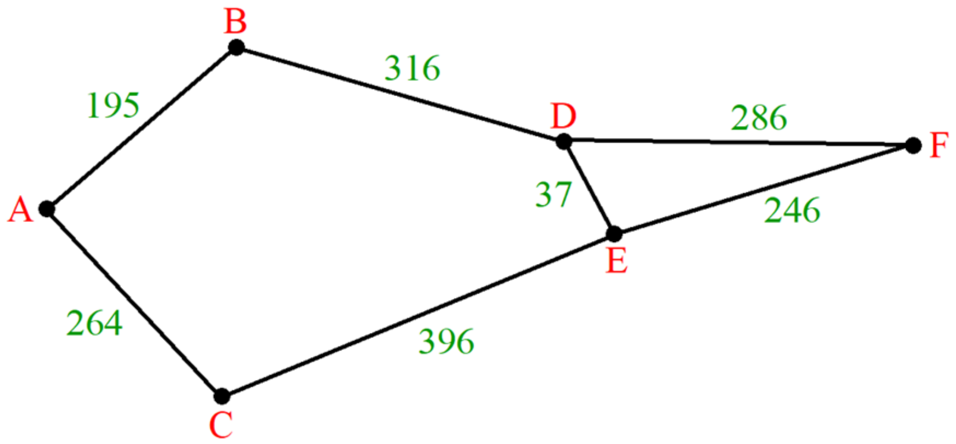

Рис. 3. Граф, на котором схематично изображен участок Восточного полигона

Практическая реализация поставленной задачи

I Этап (подготовительный)

Главной целью этого этапа является нахождение локальной нижней границы минимальной длины пути, к которой будут прибавляться последующие локальные границы для образования полного оптимального маршрута [7-13].

1. Построение матрицы с исходными данными (таблица 1).

По строкам и столбцам располагаются станции назначения; в основных клетках таблицы расстояния между этими станциями в километрах.

Таблица 1 – Матрица с начальными данными

Станция	A	B	C	D	E	F
A	–	195	944	511	660	983
B	1013	–	749	316	855	599
C	264	459	–	433	812	719
D	697	892	775	–	37	283
E	548	353	396	532	–	246
F	797	602	642	286	323	–

2. Нахождение минимальных значений по строкам (таблица 2).

Таблица 2 – Матрица с минимальными значениями по строкам

Станция	A	B	C	D	E	F	d_i
A	–	195	944	511	660	983	195
B	1013	–	749	316	855	599	316
C	264	459	–	433	812	719	264
D	697	892	775	–	37	283	37
E	548	353	396	532	–	246	246
F	797	602	642	286	323	–	286

3. Редуцирование строк (таблица 3)

Редуцирование строк состоит в том, что из каждого элемента в каждой строке вычитается соответствующее ей значение найденного минимума.

Таблица 3 – Матрица с редуцированными элементами по строкам

Станция	A	B	C	D	E	F	d_i
A	–	0	749	316	465	788	195
B	697	–	433	0	539	283	316
C	0	195	–	169	548	455	264
D	660	855	738	–	0	246	37
E	302	107	150	286	–	0	246
F	511	316	356	0	37	–	286

4. Нахождение минимальных значений по столбцам (таблица 4).

Таблица 4 – Матрица с минимальными значениями по столбцам

Станция	A	B	C	D	E	F
A	–	0	749	316	465	788
B	697	–	433	0	539	283
C	0	195	–	169	548	455
D	660	855	738	–	0	246
E	302	107	150	286	–	0
F	511	316	356	0	37	–
d_j	0	0	150	0	0	0

5. Редуцирование столбцов (таблица 5).

Редуцирование столбцов состоит в том, что из каждого элемента каждого столбца вычитается соответствующее ему значение минимума.

Таблица 5 – Матрица с редуцированными элементами по столбцам

Станция	A	B	C	D	E	F
A	–	0	599	316	465	788
B	697	–	283	0	539	283
C	0	195	–	169	548	455
D	660	855	588	–	0	246
E	302	107	0	286	–	0
F	511	316	206	0	37	–
d_j	0	0	150	0	0	0

6. Нахождение нижней границы (таблица 6).

На этом этапе выполняется важное вычисление по определению нижней границы длины маршрута. Для этого нужно суммировать константы приведения d_i и d_j.

Таблица 6 – Матрица с определенной нижней границей

Станция	A	B	C	D	E	F	d_i
A	–	0	599	316	465	788	195
B	697	–	283	0	539	283	316
C	0	195	–	169	548	455	264
D	660	855	588	–	0	246	37
E	302	107	0	286	–	0	246
F	511	316	206	0	37	–	286
d_j	0	0	150	0	0	0	1494

II Этап (повторяющийся)

На этом этапе рассматривается идея “отсечения”. Определяется перспективное направление (ребро ветвления). Все множество маршрутов разбивается на два подмножества (i, j) и (i^*, j^*) [7-13].

Для этого для клеток матрицы с элементами, равными нулю, определяется сумма найденных наименьших элементов (констант приведения), которые отмечены в скобках, и последовательно нули заменяются на прочерк $(-)$ (таблица 7).

Таблица 7 – Матрица с константами приведения

Станция	A	B	C	D	E	F	d_i
A	–	0(423)	599	316	465	788	316
B	697	–	283	0(283)	539	283	283
C	0(471)	195	–	169	548	455	169
D	660	855	588	–	0(283)	246	246
E	302	107	0(206)	286	–	0(246)	0
F	511	316	206	0(37)	37	–	37
d_j	302	107	206	0	37	246	0

Среди сумм констант приведения выбирается наибольшая. В данном случае ее значение 471 соответствует ребру (C, A), следовательно, множество разбивается на два подмножества (C, A), и (C^*, A^*),.

Ребро (C, A) исключается и в соответствующей клетке таблицы ставится прочерк $(-)$. Затем осуществляем очередное приведение матрицы расстояний для образовавшегося подмножества (C^*, A^*), в результате получим редуцированную матрицу (таблица 8).

Таблица 8 – Матрица, рассматривающая исключение ребра

Станция	A	B	C	D	E	F	d_i
A	–	0	599	316	465	788	0
B	697	–	283	0	539	283	0
C	–	195	–	169	548	455	169
D	660	855	588	–	0	246	0
E	302	107	0	286	–	0	0
F	511	316	206	0	37	–	0
d_j	302	0	0	0	0	0	471

Нижняя граница цикла этого подмножества:

$H(C^*, A^*) = 1494 + 471 = 1965$

Включение ребра (C, A) проводится путем исключения из матрицы третьей строки и первого столбца. В результате получим другую сокращенную матрицу (5×5), которая подлежит операции приведения (таблица 9).

Таблица 9 – Матрица, рассматривающая включение ребра

Стан-ция	B	C	D	E	F	d_i
A	0	–	316	465	788	0
B	–	283	0	539	283	0
D	855	588	–	0	246	0
E	107	0	286	–	0	0
F	316	206	0	37	–	0
d_j	0	0	0	0	0	0

Сумма найденных наименьших элементов сокращенной матрицы:

$\sum_i d_i + \sum_j d_j = 0$

Нижняя граница подмножества (C, A) равна:

$H(C, A) = 1494 + 0 = 1494 \le 1965$

Поскольку нижняя граница этого подмножества (C, A) меньше, чем подмножества (C^*, A^*), то ребро (C, A) включаем в маршрут с новой границей $H = 1494$ (рис. 4).

Рис. 4. Подмножества допустимых решений

Дальнейшее решение задачи сводится к аналогичным действия, проделываемые в предыдущих пунктах:

1. Замена поочередно нулей на $(-)$ и определение для них суммы найденных наименьших элементов;
2. Выбор наибольшей суммы из полученных значений;
3. Рассмотрение варианта исключения какого-либо ребра, прибавляя к предыдущей границе наибольшую сумму констант;
4. Рассмотрение вариант включения ребра, исключая все элементы строки и столбца, на клетке пересечения которых находится наибольшая сумма констант;
5. Вычисление суммы найденных наименьших элементов сокращенной матрицы $\left(\sum_i d_i + \sum_j d_j\right)$ и прибавление ее к предыдущей границе;

6. Сравнение вариантов, в которых были рассмотрены исключение и включение какого-либо ребра, и выбор наименьшего;

7. Ребро с наименьших значением включается в основной маршрут.

Проделав данный алгоритм, получилось ещё 3 ребра: $(A, B), (B, D). (D, E)$.

В результате получилась сокращенную матрицу (2×2) (таблица 10).

Таблица 10 – Матрица, полученная после нахождения ребра (D, E)

Станция	C	F	d_i
E	0	–	0
F	169	–	169
d_j	0	0	169

При включении ребра (E, C) невольно исключается станция F (Тайшет) из основного маршрута, что противоречит условию задачи. Поэтому сначала нужно со станции E (Саянская) доехать до станции F (Тайшет), а потом со станции F (Тайшет) до станции C (Абакан), т.к со станции C (Абакан) началось решение задачи.

В соответствии с этим условием в маршрут включаются ребра (E, F) и (F, C).

Решив задачу, получился полный маршрут и логистическая схему, которая представлена в виде дерева (рис. 5).

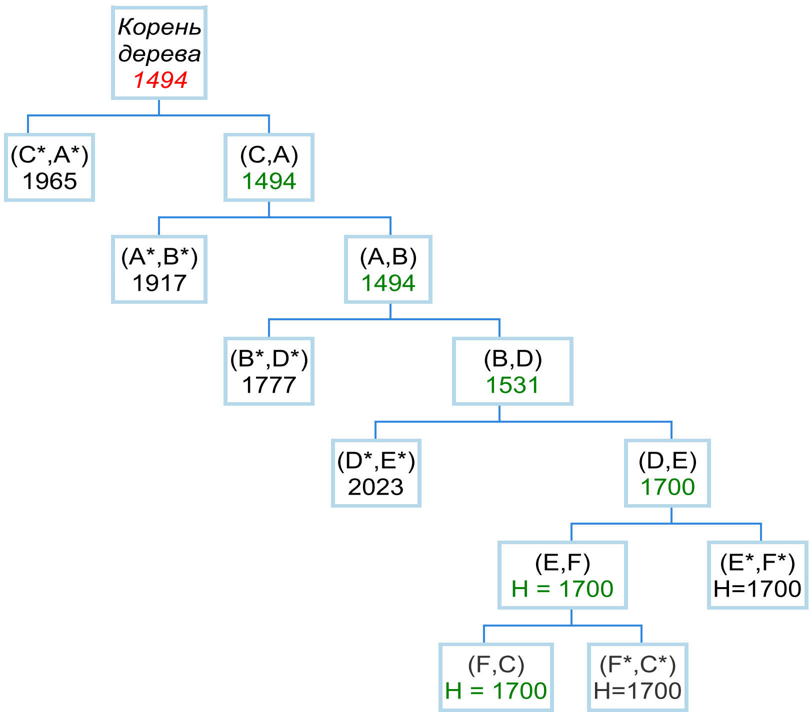

Рис. 5. Логистическая схема

В результате по дереву получился маршрут:

C→A→B→D→E→F→C.

Так как руководитель должен отправиться со станции A(Копьево) меняется точка выезда C(Абакан), полученная в ходе решения, на точку A(Копьево), удовлетворяя условие задачи:

A→B→D→E→F→C→A.

Длина маршрута равна $L = 195 + 316 + 37 + 246 + 642 + 264 = 1700$ км.

Решив данную задачу, был найден логистический маршрут, по которому в дальнейшем будет осуществляться доставка грузов при минимальных затратах километров и времени.

Практическая и теоретическая значимость задачи коммивояжера

В настоящее время применение задачи коммивояжера распространено на другие области знания и человеческой деятельности, такие как, экономика, энергетика, электроника, финансовая сфера, туристическая отрасль и ряд других. Разработанная на примере рассмотренной задачи экономико-математическая модель с успехом используется для соединения населенных пунктов линиями электропередач, тепло- и газоснабжения, оптимизации существующих туристических маршрутов, проектирования различных коммуникационных сетей и т.п.

Нельзя не отметить и большое теоретическое значение рассмотренной задачи. Например, для разработки новых методов оптимизации вообще и, в частности, дискретной оптимизации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Задача коммивояжера – метод ветвей и границ | Галяутдинов – сайт преподавателя экономики: [Электронный ресурс]. URL: https://galyautdinov.ru/post/zadacha-kommivoyazhera

2. А. В Колесников, И. А. Кириков, С. В. Листопад, С. Б. Румовская, А. А. Доманицкий. Решение сложных задач коммивояжера методом функциональных гибридных интеллектуальных систем. – М.: ИПИ РАН, 2011.

3. Мудров В. И. Задача о Коммивояжере.- М.: Знание, 1969.

4. К. Берж. Теория графов и ее применения. М., Изд-во иностр. лит., 1962.

5. С. Джонсон. Оптимальное расписание для двух-и трехступенчатых процессов с учетом времени накладки.-Кибернетический сборник (новая серия), вып. 1, 1965.

6. Дж. Литл, К. Мурти, Д. Суини, К. Кэрел. Алгоритм для решения задачи о коммивояжере. – «Экономика и математические методы», т. 1, вып. 1, 1965.

7. В. И. Мудров. Определение гамильтоновых путей кратчайшей длины в полном графе методами целочисленного программирования. – Известия А I I СССР. Техническая кибернетика, 1965, № 2.

8. Пономарев В.Ф. Дискретная математика для инженеров: Учебник для ВУЗов. – М.: Горячая линия-Телеком, 2009.

9. Харари Ф. Теория графов. – М.: Едиториал УРСС, 2003. 2-е изд.

10. Пападимитриу Х.Х., Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. – М.: Мир, 1984.

11. Аксенов В.В., Салмин И.Д. Постановка задачи коммивояжера с временными окнами и ее решение. . 12.08.2010.

12. Bianchi L., Gambardella L.M., Dorigo M. An ant colony optimization approach to the probabilistic traveling salesman problem // Proceedings of PPSN-VII, Seventh international conference on parallel problem solving from nature. – Berlin.: Springer, 2002. P. 883–892.

13. Сергиенко И.В., Шило В.П. Задачи дискретной оптимизации: проблемы, методы решения, исследования. – Киев: Наук. думка, 2003.

REFERENCES

1. The traveling salesman problem - branch and bound method | Galyautdinov - website of the teacher of economics: [Electronic resource]. URL: https://galyautdinov.ru/post/zadacha-kommivoyazhera

2. A. V. Kolesnikov, I. A. Kirikov, S. V. Listopad, S. B. Rumovskaya, and A. A. Domanitskii. Solving complex traveling salesman problems by the method of functional hybrid intelligent systems. – M.: IPI RAN, 2011.

3. V. I. Mudrov, The Traveling Salesman Problem. Moscow: Knowledge, 1969.

4. K. Berge. Graph theory and its applications. M., Izd-vo inostr. lit., 1962.

5. S. Johnson. Optimal schedule for two- and three-stage processes, taking into account the overlay time. - Cybernetic Collection (new series), no. 1, 1965.

6. J. Little, C. Murthy, D. Sweeney, K. Carel. Algorithm for solving the traveling salesman problem. - "Economics and Mathematical Methods", vol. 1, no. 1, 1965.

7. V. I. Mudrov. Determination of Hamiltonian paths of shortest length in a complete graph by integer programming methods. - Izvestia A I I of the USSR. Technical Cybernetics, 1965, No. 2.

8. Ponomarev V.F. Discrete Mathematics for Engineers: Textbook for Universities. - M .: Hot line-Telecom, 2009.

9. Harari F. Graph Theory. - M.: Editorial URSS, 2003. 2nd ed.

10. Papadimitriou H.Kh., Steiglitz K. Combinatorial optimization. Algorithms and complexity. – M.: Mir, 1984.

11. Aksenov V.V., Salmin I.D. Statement of the traveling salesman problem with time windows and its solution. . 08/12/2010.

12. Bianchi L., Gambardella L.M., Dorigo M. An ant colony optimization approach to the probabilistic traveling salesman problem // Proceedings of PPSN-VII, Seventh international conferencence on parallel problem solving from nature. - Berlin.: Springer, 2002. P. 883-892.

13. Sergienko I.V., Shilo V.P. Problems of discrete optimization: problems, methods of solution, research. - Kyiv: Nauk. thought, 2003.

Информация об авторах

Таирова Елена Викторовна – доцент кафедры “Математика” Иркутского государственного университета путей сообщения, кандидат физико-математических наук, доцент по специальности 05.13-18 “Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ”, г.Иркутск, e-mail: tairova_l@mail.ru

Шаргунова Диана Витальевна – студент 1-го курса факультета «Управление на транспорте и информационные системы», специальность «Эксплуатация железных дорог», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: diana.shargunova@mail.ru

Authors

Tairova Elena Victorovna – Associate Professor of the Subdepartment of Mathematics, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, the Russian Federation , Candidate of physical and mathematical sciences, Associate Professor in the specialty 05.13-18 “Mathematical modeling, numerical methods and program complexes”, Irkutsk, e-mail: tairova_l@mail.ru

Shargunova Diana Vitalievna - 1st year student of the Faculty of Transport Management and Information Systems, specialty "Operation of railways", Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: diana.shargunova@mail.ru