

*Д.О. Маломыжев, А.А. Пыхалов*

*Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация*

## **АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ И УСТАЛОСТНОЙ ПРОЧНОСТИ ПОДВИЖНОГО СОСТАВА**

**Аннотация.** В статье представлены обзор состояния вопроса и анализ проблем связанных с долговечностью и надежностью конструкций подвижного состава (ПС) на основе исследования их напряженно-деформированного состояния (НДС) с применением известных экспериментально-аналитических методов и метода конечных элементов (МКЭ) при воздействии переменного по времени рабочего нагружения высокого уровня интенсивности.

Расчет на усталостную прочность, при проектировании деталей и узлов подвижного состава, входит в перечень расчетов в их конструкторской документации и относится к наиболее сложным и ответственным расчетным этапам. Проблема заключается в том, что после его проведения возрастает вероятность (необходимость) увеличения габаритных размеров деталей, которые, в свою очередь, имеют жесткие требования по габаритным размерам относительно готового изделия. Поэтому, часто возникают случаи, когда невозможно соответствовать усталостной прочности без увеличения габаритов. По этой причине возникает необходимость подбора материала или проводить различные конструктивно-технологические мероприятия по упрочнению ослабленных областей деталей, чтобы, в результате, деталь соответствовала критерию усталостной прочности.

Представленная проблема во много зависит от расчетного метода исследования усталостной прочности деталей. Поэтому, в представленной работе предлагается сравнения по точности и эффективности известного экспериментально-аналитического метода и метода конечных элементов, как одного из современных численных расчетных методов, используемых в промышленности. Главным фактором преимущества его использования является высокий уровень точности при определении напряженно-деформированного состояния для сложных форм деталей и условий их нагружения.

**Ключевые слова:** экспериментально-аналитический метод, метод конечных элементов, долговечность, надежность, напряженно-деформированное состояние.

*D.O. Malomyzhev, A.A. Pykhalov*

*Irkutsk State Transport University, Irkutsk, the Russian Federation*

## **ANALYSIS OF METHODS FOR DETERMINING THE STRESS-STRAIN STATE AND FATIGUE STRENGTH OF ROLLING STOCK**

**Abstract** The article presents an overview of the state of the issue and an analysis of the problems associated with the durability and reliability of rolling stock structures (PS) based on the study of their stress-strain state (VAT) using known experimental and analytical methods and the finite element method (FEM) under the influence of variable-time working loading of a high intensity level.

Calculation of fatigue strength, when designing parts and components of rolling stock, is included in the list of calculations in their design documentation and refers to the most complex and responsible calculation stage. The problem lies in the fact that after it is carried out, the probability (necessity) of increasing the overall dimensions of the parts increases, which, in turn, have strict requirements for overall dimensions relative to the finished product. Therefore, there are often cases when it is impossible to match the fatigue strength without increasing the dimensions. For this reason, it becomes necessary to select the material or carry out various structural and technological measures to strengthen the weakened areas of the parts so that, as a result, the part meets the fatigue strength criterion.

The presented problem largely depends on the computational method of studying the fatigue strength of parts. Therefore, in the presented work, comparisons are proposed on the accuracy and efficiency of the well-known experimental analytical method and the finite element method, as one of the modern numerical calculation methods used in industry. The main advantage factor of its use is a high level of accuracy in determining the stress-strain state for complex shapes of parts and their loading conditions.

**Key words:** experimental and analytical method, finite element method, durability, reliability, stress-strain state.

## **Введение**

Анализ литературы показывает, что развитие экспериментально-аналитических методов анализа усталостной прочности деталей происходило на основе зависимостей сопротивления материалов, которые успешно использовались до современного уровня развития подвижного состава по конструктивным решениям и интенсивности нагружения и, в связи с этим, возможности этих методов ограничены.

На сегодняшний день перспективным методом получения усталостных характеристик на основе оценки НДС, является метод конечных элементов для моделирования конструкций. Перспективы данного метода заключаются в экономии материальных и временных ресурсов, так как изделие многократно анализируется с дальнейшими доработками. Однако традиционные экспериментально-аналитические методы не требуют сложной вычислительной техники, в отличие от метода КЭ, который получил свое применение с развитием вычислительной техники.

Развитие методов анализа НДС и усталостной прочности разделяется на два основных направления: экспериментально-аналитические и конечно-элементные. Существующие методы значительно отличаются в реализации, хотя аналитические и КЭ методы зависят от экспериментального так, как только во втором можно получить параметры материалов для расчетов. Получение усталостной прочности изделий зависит от различного рода факторов, таких как форма и размеры ослабленных мест конструкции, сложности нагружения, работа детали в условия сопряжения сборных конструкций и другие. Каждый из методов имеет свои преимущества и недостатки. Основные критерии время получения результата и материальные затраты на реализацию.

Статья содержит последовательное хронологическое развитие научного направления и его методы, а также представлены достоинства и недостатки в реализации и получении результатов методами экспериментально-аналитическими и КЭ.

## **Методики определения усталостной прочности**

Усталостные испытания материалов были применены в лабораториях в конце в конце 19 века. В России первыми учеными, занимавшимися изучением усталости и выносливости металлов, были Воропаев, Симиньский и другие. Начиная с 1925 по 1930 годы, исследования в данной области были описаны в трудах профессоров: Беляева Н.М., Одингга И.А., Белянкина П.Ф., Серенсена С.В., Хрущева М.М., Щапова Н.П. и других [1]. Основные виды машин для испытания на усталость различают: по виду деформации реализуемой машиной; по виду сил, деформирующих образец; по видам цикла нагружения. Испытания применяются для определения параметров материала или же конструктивного элемента [1]. Также существуют эксплуатационные испытания конструкций, в которых используются измерительные приборы устанавливаемые на испытываемые изделия, данные обрабатываются и их результаты сравниваются с теоретическим расчетами.

В основном детали машин находятся в работе при переменных напряжениях, которые часто изменяются во времени. Разрушение деталей при таких условиях работы может наступить при меньших напряжениях в сравнении с неизменными во времени напряжениями [2]. Исследования в области разрушения деталей при переменных напряжениях показали, что началом появления разрушения является наиболее ослабленное место, в котором возникают микротрещины с дальнейшим их развитием, в конечном итоге происходит разрушение детали. Способностью материала противодействовать переменному во времени напряжению называется выносливостью. Ослабленные места могут появляться в деталях как по причине внутренней структуры материала (дефекты), так и внешних факторов (концентраторы напряжений) [2]. Достаточно часто причинами образования трещин могут являться контактные силы, которые появляются в месте нагружения (взаимодействие деталей между собой)

**Прочностные (натурные) испытания** являются частью комплекса для испытаний, им должны подвергаться все новые или модернизируемые детали. Испытаниям подвергаются

натурные конструкции в сборе, а также их отдельные части. Объекты испытаний должны быть исполнены в соответствии с конструкторской документацией и приняты органами контроля за исполнением заказа. Требуемый размер проводимых испытаний в соответствии с ГОСТ 16504 заказчиком, изготовителем и испытательным центром должен иметь техническое задание, которое учитывает объем работ и качество исполненных прочностных расчетов, инновации конструкции, стабильности технологии и существующего опыта применения. Последовательность задания испытаний устанавливаются в соответствии с ГОСТ Р 15.201. В период испытания какой-либо части конструкции производят испытания для подтверждения прочности и долговечности. Одним из основных методов определения напряжений – тензометрия. Тензодатчики устанавливаются в зонах концентрации напряжений и главных сечениях деталей. Испытания на прочность: стендовые; статические и усталостные; ходовые; ударные [3].

Стендовые испытания на прочность являются приближенными к эксплуатационным по условиям нагружения, также нагружение должно быть по величине не меньше, чем при эксплуатации, учитывая динамическое перераспределение нагрузки. Число циклов принимается не менее  $10^7$ , если на усталостные проявления влияют иные факторы, такие как износ сопрягаемых поверхностей, то число циклов увеличивают до  $10^8$ . Данные испытания выполняются для оценивания прочностных характеристик и устойчивости конструкции, также ее составных частей по напряженно-деформированному состоянию при эксплуатационных (расчетных) режимах нагружения. Стенды имеют гидравлический, механический или иной тип привода для нагружения. Испытания могут быть циклическими на усталость, на живучесть и исследование на величину нагружения, при котором не возникают усталостные трещины или не развиваются. Циклическое испытание производят в асимметричном режиме. По завершению циклов нагружения производят визуальный и неразрушающий контроль, зарегистрированные разрушения или дефекты анализируют для выяснения причины их возникновения [3].

При ходовых испытаниях определяется величина эксплуатационных динамических напряжений, происходящих в элементах объекта исследования при изменении скорости движения и профиля пути, данные регистрируются тензодатчиками. По результатам ходовых испытаний строится диаграмма блока нагружения. Число блоков, которое выдержит объект исследования до разрушения в соответствии с ГОСТ 25.507 должно быть не менее 10 [3].

Теоретическими расчетами на прочность, занимались такие ученые, как Пономарев С.Д., Бедерман В.Л., Лихарев К.К., Макушин В.М., Малинин Н.Н., Феодосьев В.И., Серенсен С.В., Когаев В.П. Шнейдерович Р.М., Писаренко Г.С., Агарев В.А., Квитка А.Л., Попков В.Г., Уманский Э.С. [4]. Одинг И.А. рассматривал влияние форм изделий на усталостную прочность и выявил особенности усталостных изломов [5]. Беляев Н.М. в своих трудах раскрыл необходимость в изучении механических свойств применяемых материалов, изучению картины явлений при разных видах деформаций [6]. Екобори Т., Качанов Л.М., Серенсен С.В., Партон В.З. своих работах озвучили и раскрыли проблему физики, механики разрушения и прочности твердых тел, также подробно описали механику возникновения трещин [7, 8].

При натурных испытаниях воспроизводятся вид и характер разрушения, преобладающие в эксплуатации для исследуемой детали. Испытания не всегда подразумевают полное воспроизведение характерных эксплуатации условий нагружения. Однако, данный характер разрушений можно получить и без полного его воссоздания. Данный факт позволяет упростить подбор схемы нагружения и расширить применение универсальных испытательных установок для исследования вопросов прочности разнообразных по назначению и конфигурации деталей.

Например, технологически оправданы испытания валов и осей на плоский изгиб вместо кругового. Испытания для коленчатых валов подверженных изгибу с кручением, только на изгиб. Для болтов проводят испытания плоским изгибом вместо циклического растяжения.

Используя такие замещения, берется во внимание то, что для рассмотренных примеров при нагружении изгибом реализуется эксплуатационный характер разрушения.

Главным достоинством натурального испытания является получение истинных значений напряжений и усталостных характеристик, в результате нет погрешности проводимых измерений.

При натуральных усталостных испытаниях не всегда имеется возможность наблюдать за процессом разрушения деталей, например происходящий процесс в зоне контакта деталей отследить невозможно. Также для наблюдения за разрушением требуется высокоточное оборудование. К испытательным машинам предъявляются требования: высокая скорость работы; надежность; возможность изменения вида нагружения и его режима; точность закрепления образца для отсутствия погрешностей измерения; постоянство заданного режима и нагружения; малое время технического обслуживания. Данные требования выдвигаются исходя из длительности усталостных испытаний. Для этого метода требуются большие материальные и трудовые затраты, что является недостатком.

**Теоретический метод** основывается на формулах и справочных данных материалов, полученных экспериментальным способом. Основная часть расчета усталостного расчета выполняется методом сопротивления материалов. Деталь в виде балок, рассматривается в сечениях, с учетом форм сечения, строятся эпюры от сил и от моментов [2]. Дальнейший расчет деталей ведется с применением поправочных коэффициентов и формул методом расчета усталостной прочности, то есть применение справочных материалов и поправочных коэффициентов [2]. Напряжение рассматривается в виде периодической функции времени. Общий итог напряжений за один период называется циклом. Экспериментальным методом доказано, что долговечность материалов практически не имеет зависимости от закона изменения напряжений. Основным влиянием является величина максимального и минимального напряжений. При рассмотрении постоянного и среднего напряжения цикла, постоянные напряжения может принимать положительное или отрицательное значение, а переменное в свою очередь всегда будет иметь положительное значение. Параметром цикла является коэффициент асимметрии цикла, который определяется как отношение минимального напряжения к максимальному. В случае, когда циклы имеют аналогичный коэффициент асимметрии, они будут называться подобными. Существуют частные случаи циклов: симметричный, асимметричный. В первом случае максимальное и минимальное напряжение равны по модулю, но противоположны по знаку, в ином случае цикл будет асимметричным. Помимо циклов влияние на прочность деталей машин оказывают концентраторы напряжений, их разделяют на две группы: геометрические и силовые [2]. Геометрические концентраторы: шпоночные пазы, отверстия, галтели, выступы и т.п. К силовым концентраторам относятся контактные силы взаимодействия деталей. Местные напряжения возникают в непосредственной близости к концентраторам напряжений. Их величина и влияние на прочность детали охарактеризована коэффициентами концентрации напряжений. Теоретический коэффициент концентрации – это отношение наибольшего местного напряжения к номинальному. Эффективный коэффициент концентрации показывает, во сколько раз концентратор напряжений снижает прочность детали, применяется для постоянных во времени напряжений. Последний, эффективный коэффициент концентрации, который отражает в какое число раз прочность образца без концентратора больше прочности образца с концентратором напряжений, применимо для напряжений переменных во времени. Использование коэффициентов концентрации не охватывает все вопросы прочностных расчетов, поэтому для связи теоретических и эффективных коэффициентов введен коэффициент чувствительности материала к концентрации напряжений. Данный коэффициент характеризует чувствительность к местным напряжениям при определенном типе цикла и в большей части зависит от свойств материала, а также от геометрических размеров детали. Теория контактной задачи (КЗ) позволяет определить НДС соединенных между собой деталей, что в дальнейшем помогает в расчетах соединений (требуемая затяжка болтовых соединений и необходимое их число).

Новшеством в решении задач усталостной прочности, послужило развитие теории контактных задач, которое было описано в работах в Герца Г. в 1881 г.. Важный вклад для развития теории контактных задач теории упругости внесли Динник А. Н., Беляев Н. М., Штаерман И. Я., Лурье А. И., Галин Л. А., Мухомелов Н. И., Кильчевский Н. А., Воронич И. И., Александров В. М., Попов Г. Я., Моссаковский В. И.. Также решение задач теории пластин и оболочек теорией контактных задач представлено в работах Григолюка Э. И., Толкачёва В. М., Пелеха Б. Л., Эссенберга Ф., Гудрамовича В. С., Саркисяна В. С..

Математический способ, основанный на методе сопротивления материалов прост в применении, и позволяет достаточно точно определить напряженно-деформированное состояние и коэффициент запаса усталостной прочности. Имеет малые материальные и трудовые затраты, так как расчет основывается на давно изученных параметрах материалов. Так же данный метод является основным при разработке деталей, на его основе создаются реальные модели и реализуются натурные усталостные испытания.

Недостатком является то, что имеются допущения (упрощения). На результат расчета напряженно-деформированного состояния влияют факторы, такие как поправочные коэффициенты, вид цикла нагружения, формы и размеры объекта. На данный момент не созданы конкретные условия оценки чувствительности материала к концентрации напряжений, так как нет коэффициента, учитывающего множество факторов, все существующие имеют ограничения. Полученный результат не всегда позволяет сказать о реальном состоянии картины НДС из-за особенностей расчета. Невозможно определить НДС в концентраторе напряжений. Данный метод не позволяют наблюдать картину НДС.

**Метод конечных элементов (МКЭ)** на сегодняшний день является востребованным. Ученые занимавшие первые ряды в изучении данного метода Мэйни и Остенфельд, они сформулировали основы численного расчета рамных и фермовых конструкций. В 1932 годы Харди кросс предложил применять метод моментных распределений, что позволило анализировать более сложные конструкции по сравнению с методом Мэйни и Остенфельда. Интенсивное развитие началось в 1950 годы с появлением ЭВМ, позволившим производить сложные расчеты, в результате чего МКЭ претерпел ряд изменений. Было принято конечно-элементное соотношение для твердого деформируемого тела, пластин, оболочек и иным формам конструкции [9]. Так как основой решения МКЭ являются дифференциальные уравнения, которые позволяют производить расчеты на прочность. Современники применение метода в прочности материалов Галлагер Р., Зенкевич О., Стренг Г., Сегерлинд Л..

Метод конечных элементов основан на определении промежуточных значений непрерывной функции дискретной моделью, которая строится на большом числе кусочно-непрерывных функций, определенных на конечном числе подобластей – элементах. В роли функции применяется полином, его порядок зависит от числа используемых в каждом узле элемента данных о непрерывной функции. Идея метода конечных элементов, в общем случае непрерывная величина заранее неизвестна и нужно определить значения этой величины в некоторых внутренних точках области [10, 11]. Дискретную модель можно без труда построить, предположив, что численные значения данной величины известны во всех внутренних точках области. Общий случай, в котором поступают так: определяется число точек в нужной области, данные точки являются узловыми; во всех узловых точках значения непрерывных величин принимается переменным, которое необходимо определить; элементами называется, область определения непрерывной величины, которая разбита на конечное количество подобластей, данные подобласти имеют общие узловые точки, они в свою очередь создают форму области в простом или более удобном виде; непрерывную величину аппроксимируют полиномом на всех разбитых областях. Полином формируется при помощи значений узлов данной величины. Функцией элемента, является полином, который привязан к каждому элементу [12, 13]. Элементам присваивается свой индивидуальный полином для сохранения непрерывности величины вблизи границ отдельно взятого элемента. Значительным аспектом метода конечных элементов представляется

возможность выделить из набора элементов обыкновенный элемент при нахождении функции элемента. Это дает возможность установить функции элемента вне зависимости от относительного расположения элемента в общей связанной модели и от иных функций элементов. Выбор функции элемента через свободное количество узловых значений и координат дает возможность применять функции элемента для аппроксимации геометрии области [14, 15].

Контактной задачей твердых деформируемых тел с применением МКЭ и иных методов, основанных на численном решении, занимались Адлуцкий В.Я., Александров В.М., Алексидзе М.А., Барлам Д.М., Блох М.В., Божкова Л.В., Власенко Ю.Е., Галанов Б.А., Галкина Н.С., Гнучий Ю.Б., Можаровский Н.С., Нагина Е.Л., Потапов С.Д., Рудаков К.Н., Щеглов Б.А..

Метод конечных элементов ряд достоинств по сравнению с рассмотренными ранее методами определения НДС и усталостной прочности. Для анализа детали достаточно построения конечно-элементной модели, которой задаются граничные условия такие как: свойства материала, вид нагружения, а также условия нагружения детали. Отсутствие привязки к поправочным коэффициентам при определении НДС, как итог возможно определить напряжения любой формы сечений детали, аналитический метод не имеет такой возможности. Усталостная прочность определяется на основе конечно-элементного решения с применением диаграмм Гудмана (Goodman diagram) или Хейга (Haigh diagram) и уравнений накопления поврежденности. Важнейшим достоинством МКЭ является полная и наглядная картина НДС и разрушения детали.

Основным недостатком метода является сложность получения точного результата. Результат расчета зависит от разбиения 3D модели детали на КЭ сетку. Погрешность метода конечных-элементов возникает из-за:

- 1) ошибок дискретизации (частичное несовпадение КЭ сетки с 3D моделью), данная ошибка уменьшается при уменьшении размеров конечных элементов;
- 2) ошибки округления в связи с большим числом операций во время расчета, если отсутствуют ошибки округления, то последовательность операций при решении сходится к точному результату.

Теоретически подтвержденных методов для оценки погрешности расчета методом конечных элементов в настоящее время отсутствует. Поэтому в основном применяется экстраполяция результатов для различных размеров КЭ стремящихся к нулю. Поэтому наиболее часто для оценки погрешности используется следующий прием: выполняется несколько расчетов при различных разбиениях области на КЭ, по результатам этих расчетов строится зависимость рассчитанных напряжений (перемещений, деформаций) от размера элемента, затем выполняется экстраполяция на случай размера элемента, стремящегося к нулю.

## **Заключение**

Произведенный обзор и анализ методов определения напряженно-деформированного состояния и усталостной прочности деталей показал, что начало их развития идет от экспериментальных методов. Они имеют высочайшую точность в получении результатов, так как они носят объективный непосредственный характер. Однако, учитывая значительные материальные и временные затраты, получили развитие теоретические методы и, в частности полуэмпирические, построенные на уравнениях сопротивления материалов с использованием поправочных коэффициентов, полученных экспериментально на образцах. Этот подход успешно использовался, но для современного развития подвижного состава по конструктивным решениям и интенсивности эксплуатационной нагрузки, он имеет существенные ограничения по точности и другим характеристикам. Представленная проблема может быть решена с развитием вычислительной техники и численных методов, где наиболее эффективным является метод конечных элементов. Его преимущества определяются в возможностях воспроизведения граничных условий и параметров

материалов, также благодаря особенностям метода, приложение сил к исследуемому узлу или детали с дальнейшим их перераспределением в области приложения реализуется с учетом деформации области действия силы. Еще одним из важных преимуществ, является возможность расчета конструкции любой конфигурации форм. Данный факт повышает точность определения НДС от приложенной нагрузки к детали.

Нельзя сказать, что какой-то из методов может заменить другой. Каждый из методов занимает свою нишу в определении НДС и усталостной прочности конструкций. В той или иной степени каждый из методов имеет преимущества в зависимости от решаемой задачи.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ужик Г.В. Методы испытаний металлов и деталей машин на выносливость/ Г.В. Ужик. – М.: Изд. Академии наук СССР. 1948. – 263 с.
2. Писаренко Г.С. Сопrotивление материалов/ Г.С. Писаренко, В.А. Агарев, А.Л. Квитка, В.Г. Попков, Э.С. Уманский. – Киев: Вышш. Шк., 1982. – 325 с.
3. Оганьян Э.С. Расчеты и испытания на прочность несущих конструкций локомотивов/ Э.С. Оганьян, Г.М. Волохов. – М.: ФГБОУ «Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте, 2013. – 326 с.
4. Пономарев С.Д. Расчеты на прочность в машиностроении/ С.Д. Пономарев, В.Л. Бидерман, К.К. Лихарев, В.М. Макушин, В.И. Феодосьев. – М.: Машгиз, 1959. – 1078 с.
5. Одинг, И. А. Допускаемые напряжения в машиностроении и циклическая прочность металлов/ И. А. Одинг. – М.: Машгиз, 1962. – 260 с.
6. Беляев Н.М. Сопrotивление материалов/ Н.М. Беляев. – М.: Наука. 1976. – 608 с.
7. Екобори Т. Физика и механика разрушения и прочности твердых тел/ Т. Екобори. – М.: Металлургия, 1971. – 264 с.
8. Серенсен С.В. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность/ С.В. Серенсен, В.П. Когаев, Р.М. Шнейдерович. – М.: Машиностроение, 1975. – 488 с.
9. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы/ Р. Галлагер. – М.: Мир, 1984. – 428 с.
10. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов/ Л. Сегерлинд. – М.: Мир. 1979. – 392 с.
11. Шимановский А.О. Применение метода конечных элементов в решении задач прикладной механики/ А.О. Шимановский, А.В. Путято. – Гомель: БелГУТ, 2008. – 61 с.
12. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике/ О. Зенкевич. – М.: Мир. 1975. – 541 с.
13. Стренг Г. Теория метода конечных элементов/ Г. Стренг. – М.: Мир. 1977. – 347 с.
14. Чернявский А.О. Метод конечных элементов. Основы практического применения/ А.О. Чернявский. – М.: Машиностроение, 2003. – 24 с.
15. Келлер И.Э. Критерии прочности и пластичности/ И.Э. Келлер, Д.С. Петухов. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2020. – 157 с.

### REFERENCES

1. Uzhik G.V. Metody ispytaniy metallov i detalej mashin na vynoslivost' [Methods of testing metals and machine parts for endurance]/ G.V. Uzhik. – М.: Izd. Akademii nauk SSSR. 1948. – 263 s.
2. Pisarenko G.S. Soprotivlenie materialov [Resistance of materials]/ G.S. Pisarenko, V.A. Agarev, A.L. Kvitka, V.G. Popkov, E.S. Umanskij. – Kiev: Vyssh. SHk., 1982. – 325 s.
3. Ogan'yan E.S. Raschety i ispytaniya na prochnost' nesushchih konstrukcij lokomotivov [Calculations and strength tests of load-bearing structures of locomotives]/ E.S. Ogan'yan, G.M. Volohov. – М.: FGBOU «Uchebno-metodicheskij centr po obrazovaniyu na zheleznodorozhnom transporte, 2013. – 326 s.

4. Ponomarev S.D. Raschety na prochnost' v mashinostroenii [Strength calculations in mechanical engineering]/ S.D. Ponomarev, V.L. Biderman, K.K. Liharev, V.M. Makushin, V.I. Feodos'ev. – M.: Mashgiz, 1959. – 1078 s.
5. Oding, I. A. Dopuskaemye napryazheniya v mashinostroenii i ciklicheskaya prochnost' metallov [Permissible stresses in mechanical engineering and cyclic strength of metals]/ I. A. Oding. – M.: Mashgiz, 1962. – 260 s.
6. Belyaev N.M. Soprotivlenie materialov [Resistance of materials]/ N.M. Belyaev. – M.: Nauka. 1976. – 608 s.
7. Ekobori T. Fizika i mekhanika razrusheniya i prochnosti tverdyh tel [Physics and mechanics of fracture and strength of solids]/ T. Ekobori. – M.: Metallurgiya, 1971. – 264 s.
8. Serensen S.V. Nesushchaya sposobnost' i raschety detalej mashin na prochnost' [Bearing capacity and strength calculations of machine parts]/ S.V. Serensen, V.P. Kogaev, R.M. SHnejderovich. – M.: Mashinostroenie, 1975. – 488 s.
9. Gallager R. Metod konechnyh elementov. Osnovy [The finite element method. The basics]/ R. Gallager. – M.: Mir, 1984. – 428 s.
10. Segerlind L. Primenenie metoda konechnyh elementov [Application of the finite element method]/ L. Segerlind. – M.: Mir. 1979. – 392 s.
11. Shimanovskij A.O. Primenenie metoda konechnyh elementov v reshenii zadach prikladnoj mekhaniki [Application of the finite element method in solving problems of applied mechanics]/ A.O. Shimanovskij, A.V. Putyato. – Gomel': BelGUT, 2008. – 61 s.
12. Zenkevich O. Metod konechnyh elementov v tekhnike [The finite element method in engineering]/ O. Zenkevich. – M.: Mir. 1975. – 541 s.
13. Streng G. Teoriya metoda konechnyh elementov [Theory of the finite element method]/ G. Streng. – M.: Mir. 1977. – 347 s.
14. Chernyavskij A.O. Metod konechnyh elementov. Osnovy prakticheskogo primeneniya [The finite element method. Fundamentals of practical application]/ A.O. Chernyavskij. – M.: Mashinostroenie, 2003. – 24 s.
15. Keller I.E. Kriterii prochnosti i plastichnosti [Strength and ductility criteria]/ I.E. Keller, D.S. Petuhov. – Perm': Izd-vo Perm. nac. issled. politekhn. un-ta, 2020. – 157 s.

#### **Информация об авторах**

*Маломыжев Дмитрий Олегович* – аспирант кафедры «Физика, механика и приборостроение», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: kbprf13@gmail.com

*Пыхалов Анатолий Александрович* – доктор технических наук, профессор кафедры «Физика, механика и приборостроение», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: pykhalov\_aa@mail.ru

#### **Information about the author**

*Dmitrij O. Malomyzhev* – Post-Graduate Student of Department «Physics, mechanics and instrumentation», Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: kbprf13@gmail.com

*Anatolij A. Pykhalov* – Doctor of Engineering Science, the Full Professor of Department «Physics, mechanics and instrumentation», Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: pykhalov\_aa@mail.ru