

Н.В. Анциферова, И.Ю. Ермоленко

Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ТРЕХЭЛЕМЕНТНОЙ ТЕЛЕЖКИ ПРИ ДВИЖЕНИИ В РЕЛЬСОВОЙ КОЛЕЕ С УЧЕТОМ УПРУГОГО ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЯ

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы математического моделирования колебаний виляния и бокового отхода трехэлементной тележки грузового вагона с учетом упругого проскальзывания. Составлены дифференциальные уравнения движения и преобразованы для работы в среде MathCAD для определения критической скорости движения.

Ключевые слова: трехэлементная тележка, упругое проскальзывание, критическая скорость движения, безопасность движения.

N. V. Antsiferova, I. Yu. Ermolenko

Irkutsk State Transport University, Irkutsk, the Russian Federation

STUDY OF OSCILLATIONS OF A THREE-ELEMENT CART WHEN MOVING IN A RAIL TRACK TAKING INTO ACCOUNT ELASTIC SLIP

Abstract. The article deals with the issues of mathematical modeling of oscillations of wobbling and lateral drift of a three-element freight car bogie, taking into account elastic slip. Compiled differential equations of motion and converted to work in the MathCAD environment to determine the critical speed of motion.

Keywords: three-element bogie, elastic slip, critical speed, traffic safety.

Введение

Стандартный профиль поверхности катания колесных пар вагонов имеет конусности на расстоянии 70 и 100 мм от боковой грани гребня это приводит к возникновению случайных смещений относительно оси пути и процесс качения колесных пар по рельсовому пути сопровождается извилистым движением. При нагруженной колесной паре процесс качения сопровождается также скольжением колес вдоль и поперек пути, что вызывает возникновение сил крипа [1-2]. Извилистое движение описывается двумя координатами, которые принято называть отнесом – линейное движение по координате y и вилянием – угловым движением по координате φ .

При проектировании скоростного и высокоскоростного подвижного состава борьба с интенсивным вилянием колесных пар и тележек является одной из главных задач. Решается эта задача с помощью изменения различных параметров конструкций и конструктивных узлов с целью уменьшения амплитуд виляния или вывода критической скорости из области эксплуатационных скоростей.

В соответствии с конструкцией железнодорожного пути колесные пары вагонной тележки совершают три различных вида движений. На прямолинейном участке колесные пары совершают плоское движение, при котором оси колесной пары не изменяют своего направления движения в пространстве. Это движение состоит из поступательного движения осей колесных пар и вращательного движения вокруг этих осей [3-4].

Плоское движение хорошо изучено в соответствующих разделах теоретической механики. Другим видом движения колесных пар является движение по переходной кривой, которая представляет собой участок пути, соединяющий прямолинейный участок и круговую кривую постоянного радиуса. Переходная кривая имеет переменный радиус и изменение положения центра кривизны железнодорожного пути в каждой его точке. В каждый момент

времени колесные пары как твердые тела вращаются вокруг собственных осей и вокруг вертикальной оси, проходящей через центр кривизны пути, причем последний непрерывно изменяет свое положение в пространстве. Третий вид движения колесных пар представляет движение по железнодорожному пути, проходящему по дуге окружности, то есть по круговой кривой, особенно это хорошо прослеживается на горно-перевальном пути [5-6]. В этом случае центр кривизны не изменяет своего положения.

Движение колесной пары на криволинейных участках представляет собой сумму двух вращательных движений – вращений вокруг собственной оси колесной пары и вокруг вертикальной оси, проходящей через центр кривой железнодорожного пути (рис. 1-2) [7].

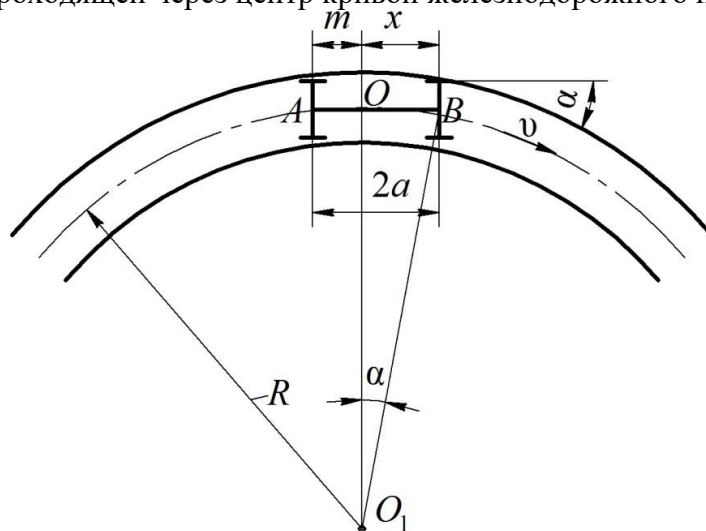


Рис. 1. Кинематическая схема вращения экипажа вокруг центра кривой и вокруг полюса поворота при его вписывании в круговую кривую

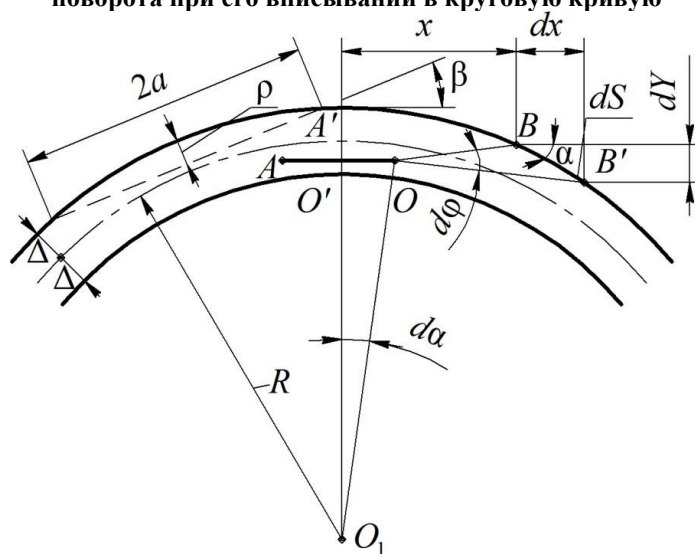


Рис. 2. Кинематическая схема изменения положения экипажа в колесе, представленного в виде отрезка, движущегося между двумя концентрическими окружностями (способ Руа), при вписывании его в кривую

На рисунках 1 и 2 обозначено: $2a$ – база экипажа, R – радиус кривой, α – угол набегания экипажа на наружный рельс, 2Δ – ширина колеи, составленной из двух концентрических окружностей, v – скорость экипажа, O_1 – центр кривой, $d\phi$ – угол поворота экипажа, x – расстояние от передней оси колесной пары до полюса поворота O на оси экипажа AB .

Используемые соотношения угловых и линейных скоростей включают скорость экипажа, значение которой неопределенно при движении по криволинейному железнодорожному пути. Представление вагонной тележки отрезком прямой не учитывает пространственных размеров вагонной тележки и колесных пар и истинного их движения, что приводит к большим ошибкам в расчетах. На неточность этого метода указывает работа ввиду существенной трудности определения мгновенных осей колесных пар.

Для более полной характеристики рассматриваемого вопроса была изучена работа по отцепкам грузовых вагонов в непланный ремонт за 2021 г. Важно отметить, что к концу 2021 год в текущий отцепочный ремонт (ТОР) поступило порядка 1334,5 тыс. вагонов, что в сопоставлении за этот же период 2020 г – на 34,5 тыс. вагонов (2,5%) меньше. Отцепки имеют следующие соотношения по видам ремонта:

- ТР-1 – 494,9 тыс. вагонов (37,1 %);
- ТР-2 – 839,6 тыс. вагонов (62,9 %).

Следует отметить, сравнивая аналогичный период 2020 г. объём ТР-1 снизился на 4,9% (-25,4 тыс. отцепок), а также ТР-2, где наблюдается сокращение на 1,1% (-9,1тыс.). Количество отцепок в ТОР в 2020 и 2021 годах представлены в таблице 1.

Таблица 1

Количество отцепок в ТОР вагонов России по их основным узлам за 2020 и 2021 гг.

Основные узлы грузовых вагонов	Количество отцепок в ТОР, тыс.		±, тыс. отцепок
	2020 г.	2021 г.	
Колёсная пара	542,8	544,9	2,1
Кузов	442,2	430	-12,1
Тележка	220,6	198,3	-22,3
Автотормозное оборудование	41	45,6	4,6
Автосцепное оборудование	40	40,1	0,2
Рама	42,1	40,3	-1,8
Буксовый узел	33,4	30,4	-3
Прочие отцепки	6,9	4,8	-2,2
Итого	1369	1334,4	-34,5

На основании данных из таблицы 1 можем наблюдать, что в 2021 году по сравнению с 2020 годом произошёл рост количества поступлений в ТОР по трём основным узлам, в остальных случаях наблюдаются существенные снижения поступлений.

Математическое описание модели тележки

Для обеспечения безопасного движения вдоль рельсового пути существует понятие критической скорости, при которой силы воздействия на путь возрастают и не гарантируют безопасность движения. При проектировании ходовой части подвижного состава критическая скорость должна превышать конструкционную скорость в корень из трех раз [8-9].

На критическую скорость влияют следующие параметры:

- конусность бандажа колеса колесной пары i , а с учетом радиуса поверхности головки рельса, подуклонки рельса и износа поверхности катания колеса – эквивалентная конусность;
- коэффициенты жесткости и демпфирования продольных и поперечных связей колесных пар с рамой тележки;
- база тележки $2a$;
- масса колесной пары M_n ;
- масса и момент инерции тележки относительно вертикальной оси Z системы координат.

Для исследования колебаний тележки в горизонтальной плоскости составим систему дифференциальных уравнений движения на основании расчетной схемы (рис. 3.).

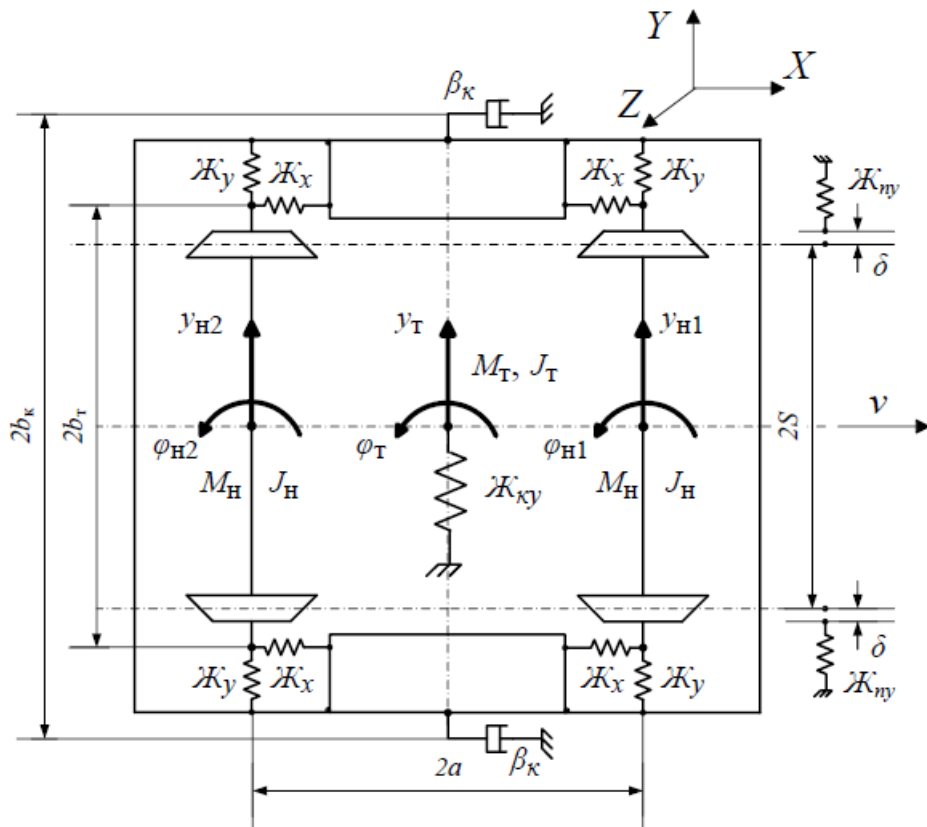


Рис. 3. Расчетная схема трехэлементной тележки вагона

- 1) $M_H \ddot{y}_{H1} + \mathcal{K}_y (y_{H1} - y_T - a\varphi_T) + \beta_y (\dot{y}_{H1} - \dot{y}_T - a\dot{\varphi}_T) + 2\Pi k_o \left(\frac{\dot{y}_{H1}}{v} - \varphi_{H1} \right) + \mathcal{K}_{ny} (y_{H1} - S\varphi_{H1} - \delta) + \beta_{ny} (\dot{y}_{H1} - S\dot{\varphi}_{H1} - \delta) = 0;$
- 2) $M_H \ddot{y}_{H2} + \mathcal{K}_y (y_{H2} - y_T - a\varphi_T) + \beta_y (\dot{y}_{H2} - \dot{y}_T - a\dot{\varphi}_T) + 2\Pi k_o \left(\frac{\dot{y}_{H2}}{v} - \varphi_{H2} \right) + \mathcal{K}_{ny} (y_{H2} - S\varphi_{H2} - \delta) + \beta_{ny} (\dot{y}_{H2} - S\dot{\varphi}_{H2} - \delta) = 0;$
- 3) $J_H \ddot{\varphi}_{y1} + \mathcal{K}_x b_T^2 (\varphi_{H1} - \varphi_T) + \beta_x b_T^2 (\dot{\varphi}_{H1} - \dot{\varphi}_T) + 2\Pi k_o S \left(\frac{S}{v} \dot{\varphi}_{H1} + \frac{i}{r} y_{H1} \right) = 0;$
- 4) $J_H \ddot{\varphi}_{y2} + \mathcal{K}_x b_T^2 (\varphi_{H2} - \varphi_T) + \beta_x b_T^2 (\dot{\varphi}_{H2} - \dot{\varphi}_T) + 2\Pi k_o S \left(\frac{S}{v} \dot{\varphi}_{H2} + \frac{i}{r} y_{H2} \right) = 0;$
- 5) $M_T \ddot{y}_T - \mathcal{K}_y (y_{H1} - y_T - a\varphi_T) - \mathcal{K}_y (y_{H2} - y_T - a\varphi_T) - \beta_y (\dot{y}_{H1} - \dot{y}_T - a\dot{\varphi}_T) - \beta_y (\dot{y}_{H2} - \dot{y}_T - a\dot{\varphi}_T) + \mathcal{K}_{ky} y_T + \beta_{ky} \dot{y}_T = 0;$
- 6) $J_T \ddot{\varphi}_T - \mathcal{K}_y a (y_{H1} - y_T - a\varphi_T) + \mathcal{K}_y a (y_{H2} - y_T - a\varphi_T) - \beta_y a (\dot{y}_{H1} - \dot{y}_T - a\dot{\varphi}_T) + \beta_y a (\dot{y}_{H2} - \dot{y}_T - a\dot{\varphi}_T) - \mathcal{K}_x b_T^2 (\varphi_{H1} - \varphi_T) - \mathcal{K}_x b_T^2 (\varphi_{H2} - \varphi_T) - \beta_x b_T^2 (\dot{\varphi}_{H1} - \dot{\varphi}_T) - \beta_x b_T^2 (\dot{\varphi}_{H2} - \dot{\varphi}_T) - 2\beta_K b_K^2 \dot{\varphi}_T = 0.$

где M_H – масса колесной пары, т; J_H – момент инерции колесной пары относительно оси Z , т·м²; M_T – подрессоренная масса тележки, т; J_T – момент инерции тележки относительно оси Z , т·м²; \mathcal{K}_y, β_y – коэффициент жесткости и коэффициент демпфирования связи колесной пары с рамой тележки по оси Y , кН/м; \mathcal{K}_x, β_x – коэффициент жесткости и коэффициент демпфирования связи колесной пары с рамой тележки по оси X , кН/м; $\mathcal{K}_{ky}, \beta_{ky}$ – коэффициент жесткости и коэффициент демпфирования связи тележки с кузовом по оси Y , кН/м; β_K – коэффициент демпфирования связи тележки с кузовом по оси X , кН/м; \mathcal{K}_{ny} – коэффициент эквивалентной жесткости рельса по оси Y , кН/м; k_o – коэффициент крипа; v – линейная скорость движения колесной пары по оси X , м/с; Π – нагрузка от колеса на рельс, кН; a – полубаза тележки, м; S – половина расстояния между кругами катания колес, м; b_T – половина расстояния между серединами шеек оси колесной пары, м; b_K – половина расстояния между гасителями колебаний по оси Y , м; i – конусность поверхности катания колеса колесной пары; r – радиус колеса по кругу катания, м; δ – боковой зазор между гребнем колеса и боковой гранью головки рельса, м.

Результаты расчета колебаний отбоя и виляния представлены на рисунках 4-6.

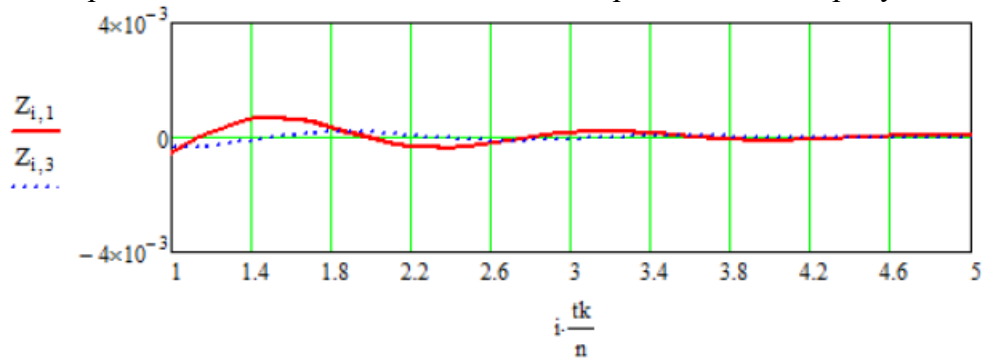


Рис. 4. Свободные колебания отбоя (красная линия) и виляния (синяя линия) первой по ходу движения колесной пары трехэлементной тележки

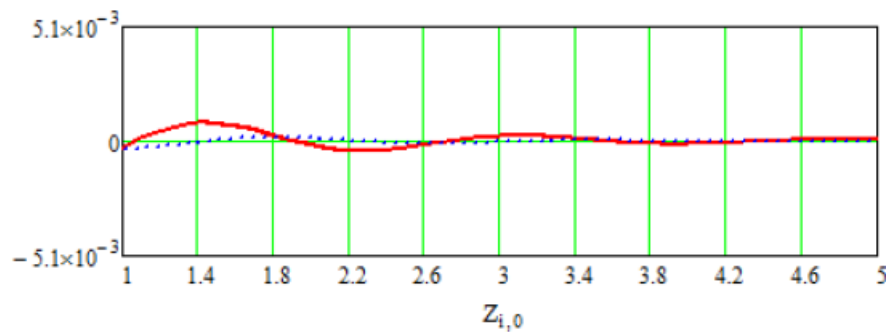


Рис. 5. Свободные колебания отбоя (красная линия) и виляния (синяя линия) второй по ходу движения колесной пары трехэлементной тележки

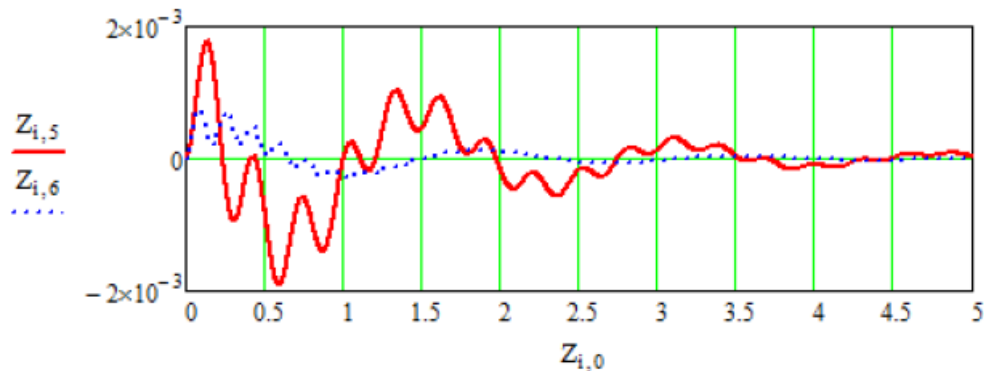


Рис. 6. Свободные колебания отбоя (красная линия) и виляния (синяя линия) подрессоренной части трехэлементной тележки

Критическую скорость тележки определяем с использованием функции MathCAD – eigenvals (собственные числа). Для этого нужно преобразовать представленную выше систему 6-ти дифференциальных уравнений второго порядка в систему 12-ти дифференциальных уравнений первого порядка.

Понизим порядок системы, с этой целью введем дополнительные переменные

$$\begin{aligned} \dot{y}_{H1} &= V_1 & \ddot{y}_{H1} &= \dot{V}_1 \\ \dot{y}_{H2} &= V_2 & \ddot{y}_{H2} &= \dot{V}_2 \\ \dot{\phi}_{H1} &= V_3 & \ddot{\phi}_{H1} &= \dot{V}_3 \\ \dot{\phi}_{H2} &= V_4 & \ddot{\phi}_{H2} &= \dot{V}_4 \\ \dot{y}_T &= V_5 & \ddot{y}_T &= \dot{V}_5 \\ \dot{\phi}_T &= V_6 & \ddot{\phi}_T &= \dot{V}_6 \end{aligned}$$

Далее переписываем уравнения в соответствии с новыми переменными и составляем матрицу:

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	y_{H1}	y_{H2}	φ_{H1}	φ_{H2}	y_T	φ_T
\dot{V}_1	$-a_{32}$	0	$-a_{24}$	0	a_2	a_{21}	$-a_{31}$	0	a_{33}	0	a_1	a_{20}
\dot{V}_2	0	$-a_{32}$	0	$-a_{24}$	a_2	$-a_{21}$	0	$-a_{31}$	0	a_{33}	a_1	$-a_{20}$
\dot{V}_3	0	0	$-a_{34}$	0	0	a_7	$-a_{26}$	0	$-a_6$	0	0	a_6
\dot{V}_4	0	0	0	$-a_{34}$	0	a_7	0	$-a_{26}$	0	$-a_6$	0	a_6
\dot{V}_5	a_{12}	a_{12}	0	0	$-a_{36}$	0	a_{11}	a_{11}	0	0	$-a_{35}$	0
\dot{V}_6	a_{17}	$-a_{17}$	a_{18}	a_{18}	0	$-a_{38}$	a_{15}	$-a_{15}$	a_{16}	a_{16}	0	$-a_{37}$
y_{H1}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
y_{H2}	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_{H1}	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_{H2}	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
y_T	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
φ_T	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Получив корни этого характеристического уравнения (вектор собственных значений или характеристические показатели), определяем вид характеристических показателей (рис. 7). Если характеристический показатели комплексные числа, то определяют знак действительных частей (при отрицательном значении хотя бы одного показателя колебания в системе затухают, при положительном значении амплитуды колебаний возрастают).

```

P := [ i ← 0
      for v ∈ 50..200
      N ← eigenvals(A(v/3.6))
      D ← Re(N)
      DA_i ← max(D)
      V_i ← v
      PO_i ← 0
      i ← i + 1
      ( V
        DA
        PO )
    ]

```

Рис. 7. Функция определения корней характеристического уравнения в программном комплексе MathCAD

Далее определяем критическую скорость тележки по графику (рис. 8).

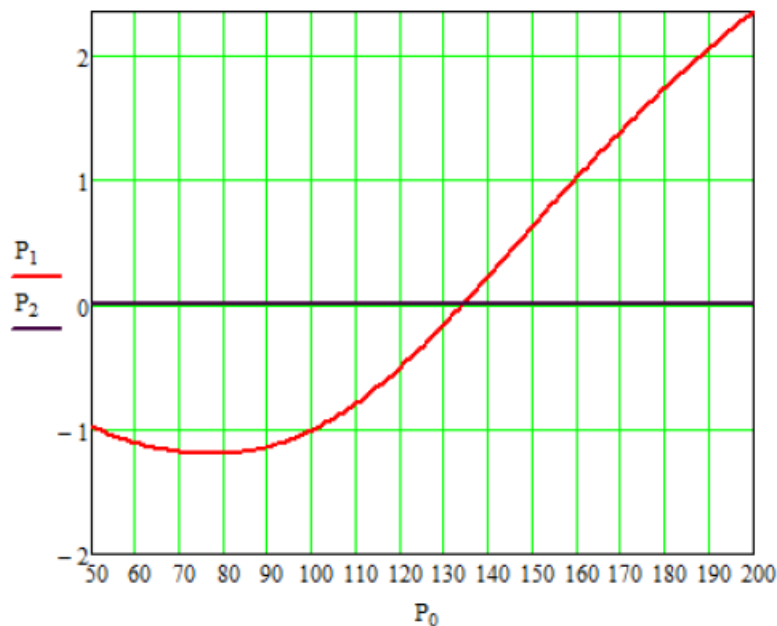


Рис. 8. Зависимость критической скорости движения тележки

Закключение

На основании проведенного исследования можно сделать следующий вывод: для стандартной конусности колеса 1/20 критической скоростью, при которой силы воздействия на путь возрастают и не гарантируют безопасность движения, является 37,22 м/с (134 км/ч).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Вериго М.Ф., Коган А.Я. Взаимодействие пути и подвижного состава. М.: Транспорт, 1986. 559 с.
2. Жаров И.А., Комаровский И.А., Захаров С.М. Моделирование изнашивания пары гребень колеса – боковая поверхность рельса в кривых малого радиуса // Вестник ВНИИЖТ / 1998. № 2. С. 15–18.
3. Грачева Л.О. Взаимодействие вагонов и железнодорожного пути (вынужденные колебания) // Науч. тр. / М.: ВНИИЖТ 1968. Вып. 356. 208 с.
4. Вершинский С.В., Данилов В.Н., Хусидов В.Д. Динамика вагона: Учебник для вузов ж.-д. трансп. М.: Транспорт, 1991. 360 с.
5. Ресельс А.П., Филатов Е.В., Ковенькин Д.А., Баранов Т.М. Экспериментальное определение боковых сил в системе "колесо-рельс" при движении поездов по горно-перевальному участку // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование / 2020. Т. 65 № 1. С. 75-84. DOI: 10.26731/1813-9108.2020.1(65).75-84.
6. Ovchinnikov D., Kovenkin D. stress-strain state of the «wheel-rail» system under different movement conditions // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2021. Т. 1151. С. 012020.
7. Панов Ю.Л., А.Ю. Панов. Кинематика колесных пар вагонной тележки // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского / 2013. № 4 (1). С. 180-185.
8. Мямлин С.В. Моделирование динамики рельсовых экипажей. Д.: Новая идеология, 2002. 240 с.
9. ГОСТ 33211-2014. Вагоны грузовые. Требования к прочности и динамическим качествам. М.: Стандартинформ, 2016. 57 с.

REFERENCES

1. Verigo M.F., Kogan A.Ya. Vzaimodeystviye puti i podvizhnogo sostava [Interaction of track and rolling stock]. Moscow: Transport, 1986, 559 p.
2. Zharov I.A., Komarovskiy I.A., Zakharov S.M. Modelirovanie iznashivaniya pary greben' koleasa – bokovaya poverhnost' rel'sa v krivykh malogo radiusa [Modeling wear of a pair of wheel flange - rail lateral surface in small radius curves] // Vestnik VNIIZhT / 1998, No. 2. pp. 15-18.
3. Gracheva L.O. Vzaimodeystviye vagonov i zheleznodorozhnogo puti (vynuzhdennyye kolebaniya) [Interaction of wagons and railway tracks (forced vibrations)] // Nauch. tr. / Moscow: VNIIZhT 1968, Issue 356, 208 p.
4. Vershinsky S.V., Danilov V.N., Khusidov V.D. Dinamika vagona: Uchebnik dlya vuzov zh.-d. transp. [Dynamics of the car: Textbook for universities of railway transport]. Moscow: Transport, 1991, 360 p.
5. Resels A.P., Filatov E.V., Kovenkin D.A., Baranov T.M. Eksperimental'noe opredelenie bokovykh sil v sisteme "koleso-rel's" pri dvizhenii poezdov po gorno-pereval'nomu uchastku [Experimental determination of lateral forces in the "wheel-rail" system during the movement of trains along the mountain pass section] // Modern Technologies. System Analysis. Modeling / 2020, Vol. 65, No. 1, pp. 75-84. DOI: 10.26731/1813-9108.2020.1(65).75-84.
6. Ovchinnikov D., Kovenkin D. stress-strain state of the «wheel-rail» system under different movement conditions // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2021. Т. 1151. С. 012020.

7. Panov Yu.L., A.Yu. Panov. Kinematika kolesnyh par vagonnoj telezhki [Kinematics of wheel pairs of a wagon bogie] // Bulletin of the Nizhny Novgorod University. N.I. Lobachevsky / 2013, No. 4 (1). pp. 180-185.

8. Myamlin S.V. [Modeling the dynamics of rail crews]. Dnepropetrovsk: Novaya ideologiya, 2002, 240 p.

9. GOST 33211-2014. Vagony gruzovye. Trebovaniya k prochnosti i dinamicheskim kachestvam [Freight wagons. Requirements for strength and dynamic properties]. Moscow: Standartinform, 2016, 57 p.

Информация об авторах

Анциферова Никита Вадимовна – студент гр. ПСЖ.4-18-1, кафедра «Автоматизация производственных процессов», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: e: nika.n1k1@yandex.ru

Ермоленко Игорь Юрьевич – к.т.н., доцент кафедры «Вагоны и вагонное хозяйство», Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: ermolenko_iy@list.ru

Information about the authors

Nikita Vadimovna Antsiferova – Student, Department of Automation of Production Processes, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: nika.n1k1@yandex.ru

Igor Yurievich Ermolenko – Ph.D. of Engineering Sciences, Associate Professor of the department «Cars and carriage facilities», Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: ermolenko_iy@list.ru