

## Анализ крутильных колебаний деталей автомобильной трансмиссии с гидротрансформатором

А.А. Реутов✉

Брянский государственный технический университет, г. Брянск, Российская Федерация

✉bgtu2012@yandex.ru

### Резюме

В статье представлены математическая и компьютерная модели для анализа крутильных колебаний автомобильной трансмиссии с планетарным редуктором и гидротрансформатором. Целью работы является анализ влияния неравномерности вращения коленвала двигателя на крутильные колебания деталей автомобильной трансмиссии с планетарным редуктором и гидротрансформатором. Компьютерное моделирование проводилось с использованием программного комплекса «Универсальный механизм». Проанализированы вынужденные крутильные колебания деталей трансмиссии во временной и частотной областях, вычислены статистические характеристики крутильных колебаний и собственные частоты трансмиссии для разных передач. Определены диапазоны значений угловой скорости коленвала, для которых осцилляции угловых скоростей и ускорений деталей трансмиссии имеют наибольшие значения. Использование гидротрансформатора позволяет существенно снижать быстрые осцилляции угловых скоростей и ускорений деталей трансмиссии. Угловые ускорения при блокировании гидротрансформатора возрастают сильнее, чем угловые скорости. При спектральном анализе крутильных колебаний автомобильной трансмиссии для определения значения шага представления результатов решающим является условие превышения частотой дискретизации удвоенного значения наибольшей частоты преобразуемой переменной. Модули спектров угловых ускорений турбины и других деталей передачи имеют до трех гармоник с амплитудами больше 0,1 амплитуды первой гармоники при заблокированном гидротрансформаторе. При разблокированном гидротрансформаторе модули спектров угловых ускорений не имеют высших гармоник с амплитудой больше 0,1 амплитуды первой гармоники. Результаты компьютерного моделирования могут быть использованы при проектировании автомобильных трансмиссий.

### Ключевые слова

компьютерная модель, трансмиссия автомобиля, гидротрансформатор, вынужденные крутильные колебания, спектральная плотность

### Для цитирования

Реутов А.А. Анализ крутильных колебаний деталей автомобильной трансмиссии с гидротрансформатором / А.А. Реутов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2022. № 4 (76). С. 23–34. DOI 10.26731/1813-9108.2022.4(76).23-34.

### Информация о статье

поступила в редакцию: 8.12.2022 г.; поступила после рецензирования: 26.12.2022 г.; принята к публикации: 27.12.2022 г.

## Analysis of torsional vibration of the automobile transmission parts with torque converter

А.А. Reutov✉

Bryansk State Technical University, Bryansk, the Russian Federation

✉bgtu2012@yandex.ru

### Abstract

Mathematical and computer models are presented to analyze vibrations of an automobile transmission with a planetary reductor and hydraulic torque converter. The aim of the work is to analyze the influence of rotation unevenness of the engine crankshaft on the torsional vibrations of parts of an automobile transmission with a planetary reductor and hydraulic torque converter. The work was carried out by the method of computer simulation using the software «Universal Mechanism». The analysis of forced torsional vibrations of transmission parts in the time and frequency domains is carried out. Statistical characteristics of torsional vibrations and transmission natural frequencies for different gears are calculated. The ranges of the crankshaft angular velocity values are determined, for which the oscillations of the angular velocities and accelerations of the transmission parts have the highest values. The use of hydraulic torque converter makes it possible to significantly reduce the rapid oscillations of angular velocities and accelerations of transmission parts. Angular accelerations increase more strongly than angular velocities when blocking hydraulic torque converter. In the spectral analysis of the automobile transmission torsional vibrations, to determine the step value for presenting the results, the determinant is the condition of the sampling frequency exceeding the doubled value of the highest frequency of the converted variable. The spectra modules of angular accelerations of the turbine and other transmission parts have up to 3 harmonics with amplitudes greater than 0,1 of the 1st harmonic amplitude with the hydraulic torque con-

verter blocked. When the hydraulic torque converter is unlocked, the modules of the angular acceleration spectra do not have higher harmonics with an amplitude greater than 0,1 of the 1st harmonic amplitude. The computer simulation results can be used while designing automotive transmissions.

### Keywords

computer dynamic model, automobile transmission, hydraulic torque converter, forced torsional vibrations, spectral density

### For citation

Reutov A.A. Analiz krutil'nykh kolebaniy detalei avtomobil'noi transmissii s gidrotransformatorom [Analysis of torsional vibration of the automobile transmission parts with torque converter]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie* [Modern Technologies. System Analysis. Modeling], 2022, no. 4 (76), pp. 23–34. DOI: 10.26731/1813-9108.2022.4(76).23-34.

### Article Info

Received: December 8, 2022; Revised: December 27, 2022; Accepted: December 28, 2022.

### Введение

Многие конструкции трансмиссий современных автомобилей содержат гидротрансформатор (ГТ) и планетарный редуктор. Высокочастотные крутильные колебания трансмиссии являются давно известным негативным явлением, ускоряющим износ узлов автомобиля и ухудшающим комфортность поездок водителей и пассажиров. Вибрацию элементов трансмиссии вызывают неравномерность работы двигателя внутреннего сгорания (ДВС), несбалансированность вращающихся деталей, неточность изготовления зубчатых колес и другие причины. Диапазон частот шума трансмиссии автомобиля составляет от 500 до 5 000 Гц.

Основными способами снижения вибрации и шума являются усовершенствование системы воспламенения топлива в ДВС, оптимизация жесткости и демпфирования сцепления, повышение точности изготовления зубчатых передач и подшипников, увеличение момента инерции маховика и нажимного диска сцепления, вязкости масла [1, 2].

Трансмиссия автомобиля является многомассовой нелинейной динамической системой с упруго-диссипативными связями. Математические модели трансмиссии автомобиля с планетарным редуктором и ГТ для исследования процесса переключения передач разработаны в [1–6]. Теоретические и экспериментальные исследования выявили резонансные явления при близости значений частот периодических возмущений ДВС и собственных частот (СЧ) крутильных колебаний трансмиссии. Анализ динамических процессов при пуске двигателя проведен в [2, 7] с использованием простой модели с четырьмя степенями свободы. Моделирование показало наличие быстрых и медленных переходных процессов.

Динамическая модель с четырьмя степенями свободы разработана в [8] для исследования крутильной вибрации автомобиля. Линейная система уравнений использована для анализа влияния жесткости и коэффициента демпфирования сцепления на амплитудно-частотные характеристики элементов трансмиссии. Расчеты показали, что наибольшая амплитуда крутильной вибрации входного вала трансмиссии соответствует третьей гармонике. Исследования подтвердили известные положения, что увеличение инерции маховика и жесткости муфты сцепления эффективно снижают крутильную вибрацию трансмиссии.

Большое количество элементов трансмиссии осложняет вибрационный анализ, так как каждый элемент имеет собственный спектр вибрации, а в процессе движения проявляется модуляция колебаний. Методы анализа сигналов вибрации во временной и частотной областях рассмотрены в [9].

Демпфирование нелинейных крутильных колебаний автоматической трансмиссии автомобиля, рассмотренное в [10], показало, что использование упруго-диссипативного элемента (УДЭ) малой жесткости снижает флуктуации скорости вращения, но требует значительного пространства для размещения. Исследования вибрации трансмиссии автобуса с гидромеханической передачей [11] выявили, что ГТ не является эффективным фильтром переменной составляющей крутящего момента двигателя. При разгоне автобуса на второй передаче с незаблокированным ГТ имел место резонанс крутильных колебаний карданного вала с частотой 125 Гц, возбуждаемый основной гармоникой четвертого порядка V-образного восьмицилиндрового двигателя. При резонансе отношение максимальной амплитуды к средней величине

крутящего момента достигало 70 %.

Влияние ГТ на низшие гармоники вибрации трансмиссии автомобиля исследованы в [12]. Представлены математические модели трансмиссии как многомассовой дискретной системы с двумя и тремя степенями свободы. Для получения передаточной функции системы и демпфирующих характеристик ГТ использована линеаризация уравнений. Моделирование показало демпфирование ГТ высокочастотной вибрации, генерируемой двигателем. Решение нелинейных уравнений с использованием Matlab/Simulink показало хорошее совпадение с линеаризованными уравнениями.

В [13] представлены аналитические и экспериментальные исследования субгармонических вибраций автомобильной трансмиссии с нелинейными УДЭ. Исследования, проведенные с использованием системы с одной степенью свободы и пружин, создающих кусочно-линейную характеристику жесткости с двумя участками, выявили субгармонические вибрации порядка 1/2. Уменьшение жесткости пружин и увеличение коэффициента демпфирования могут снизить амплитуду субгармонической вибрации.

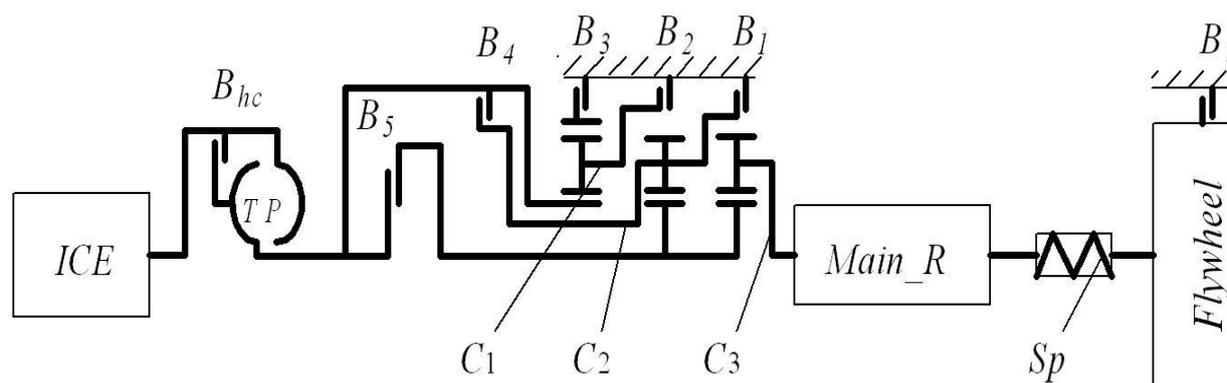
Целью работы является анализ влияния неравномерности вращения коленвала двигателя на крутильные колебания деталей автомобильной трансмиссии с планетарным редуктором и ГТ.

### Компьютерная модель трансмиссии автомобиля

Модель трансмиссии включает коленвал двигателя, насосное и турбинное колеса ГТ, муфту блокировки ГТ, трехрядный планетарный редуктор, главную передачу, маховик, фрикционы планетарного редуктора, тормоз колес. На рис. 1 показана структурная схема автомобильной трансмиссии с ГТ и трехрядным планетарным механизмом компании «Allison».

Математическая модель трансмиссии приведена в [4]. Модель представляет движение автомобиля на прямолинейном участке дороги, поэтому передаточное отношение и коэффициент полезного действия главной передачи учитывают характеристики дифференциала. Угловая скорость маховика равна угловой скорости колес, а приведенный момент инерции маховика представляет инерционные свойства всего автомобиля. Упруго-диссипативные свойства колес представлены УДЭ  $Sp$ .

Неравномерность крутящего момента ДВС  $M_e$  рассматривалась в [14]. Традиционно коленвал ДВС моделируют набором дискретных инерционных элементов [15], что снижает точность результатов. Трехмерная модель коленвала многоцилиндрового ДВС повышает точность вычисления параметров жесткости коленвала. Крутильные колебания коленвала дизельного двигателя рассмотрены в [16] с использованием мно-



**Рис. 1.** Структурная схема трансмиссии автомобиля с гидротрансформатором:

$ICE$  – коленвал двигателя;  $P$  и  $T$  – насосное и турбинное колеса гидротрансформатора;  
 $B_{hc}$  – фрикцион гидротрансформатора;  $B_1 – B_5$  – фрикционы планетарного редуктора;  
 $B_t$  – тормоз колес;  $Main\_R$  – главная передача;  $Flywheel$  – маховик;  
 $C_1 – C_3$  – водила 1 – 3 планетарных рядов;  $Sp$  – упруго-диссипативный элемент колес автомобиля

**Fig. 1.** Structural diagram of the automobile transmission with a hydraulic torque converter:

$ICE$  – an engine crankshaft;  $P$  &  $T$  – pump and turbine wheels of hydraulic torque converter;  
 $B_{hc}$  – the hydraulic torque converter clutch;  $B_1 – B_5$  – planetary gear clutches,  $B_t$  – the wheel brake;  
 $Main\_R$  – main gear,  $C_1 – C_3$  – carriers of 1 – 3 of planetary gear sets;  
 $Sp$  – elastic-dissipative element of vehicle wheels

гомассовой динамической модели. Крутильная жесткость секций коленвала рассчитана на основе конечно-элементной модели. С учетом изменения давления газов в цилиндрах двигателя получена зависимость крутящего момента двигателя от времени. Эту многомассовую модель коленвала ДВС можно использовать для исследования крутильных колебаний трансмиссии.

В общем случае крутящий момент как функцию времени  $M_e(t)$  представим рядом Фурье без учета гармоник четырнадцатого и более высоких порядков [17].

Рассмотрим первую гармонику разложения  $M_e(t)$  в ряд Фурье, тогда для четырехцилиндрового четырехтактного ДВС:

$$M_e(t) = M_n [1 + k_m \cos(2\omega_e t)], \quad (1)$$

где  $M_n$  – усредненная за полный оборот коленвала величина крутящего момента ДВС (функция времени  $t$ , угловой скорости коленвала  $\omega_e$  и уровня подачи топлива);  $k_m$  – коэффициент неравномерности крутящего момента.

Вместо силового возбуждения (1) применим кинематическое возбуждение вынужденных колебаний трансмиссии, задав периодическое изменение угловой скорости коленвала, соответствующее (1):

$$\omega_e(t) = \omega_m [1 + k_\omega \sin(2\omega_m t)],$$

где  $\omega_m$  – средняя угловая скорость коленвала;  $k_\omega$  – коэффициент неравномерности угловой скорости коленвала.

Компьютерная динамическая модель трансмиссии автомобиля разработана в среде программного комплекса «Универсальный механизм» (УМ). Модель содержит 19 тел:

- коленчатый вал двигателя;
- колесо турбины ГТ (далее – турбина);

- шесть дисков фрикционов;
- диск тормоза колеса;
- солнечная шестерня;
- три водила;
- три сателлита;
- корончатое колесо;
- выходной вал главной передачи;
- маховик.

Каждый многодисковый фрикцион представлен одним диском с эквивалентными параметрами, каждый планетарный ряд редуктора содержит один сателлит с эквивалентными параметрами.

Коленвал двигателя, турбина, корончатое колесо, выходной вал главной передачи соединены с рамой автомобиля шарнирами вращения. Маховик соединен шарниром вращения и УДЭ с выходным валом главной передачи. К маховику приложен скалярный момент сопротивления движению автомобиля.

ГТ, планетарный редуктор и главная передача заданы специальными силами «Гидродинамический трансформатор», «Зубчатые колеса» и «Механическая передача вращения» [18]. Силы трения фрикционов и тормоза колеса реализованы контактными силовыми элементами «точки – плоскость».

### Анализ крутильных колебаний во временной области

Проведем моделирование крутильных колебаний трансмиссии. Используются следующие основные исходные данные:

1. Приведенные моменты инерции коленвала ДВС с насосным колесом ГТ – 10; колеса турбины ГТ – 0,89; выходного вала главной передачи – 1; маховика – 132.

**Таблица 1.** Средние квадратические отклонения угловых скоростей деталей трансмиссии

**Table 1.** Standard deviations of the transmission parts' angular velocity

Передача Gear	$\omega_m$	w_Ice	w_Turbine	w_Carrier	w_Out
1	90	6,35	2,0/5,33	0,67/3,41	0,11/0,57
3	185	6,35	1,29/5,09	0,86/3,16	0,14/0,53
5	335	6,35	0,93/1,53	1,38/3,88	0,23/0,65

**Таблица 2.** Средние квадратические отклонения угловых ускорений деталей трансмиссии

**Table 2.** Standard deviations of the transmission parts' angular acceleration

Передача Gear	$\omega_m$	$e_{Ice}$	$e_{Turbine}$	$e_{Carrier}$	$e_{Out}$
1	90	1143	83,2/1042	11,5/731	1,92/122
3	185	2347	226/1901	95,0/1177	15,8/196
5	335	4255	136/1165	280/2616	46,7/436

2. Активный диаметр ГТ – 0,4 м.

3. Передаточные числа передач с учетом главной передачи и дифференциала:  $u_R = 27,12$ ;  $u_1 = 18,6$ ;  $u_2 = 10,86$ ;  $u_3 = 8,46$ ;  $u_4 = 6,0$ ;  $u_5 = 4,26$ ;  $u_6 = 3,66$ .

4. Коэффициенты сопротивления вращению зубчатых колес и водил – 0,005; коэффициент сопротивления выходного вала трансмиссии – 0,01; коэффициенты жесткости и диссипации УДЭ  $S_p = 10^4$  и  $10^3$ .

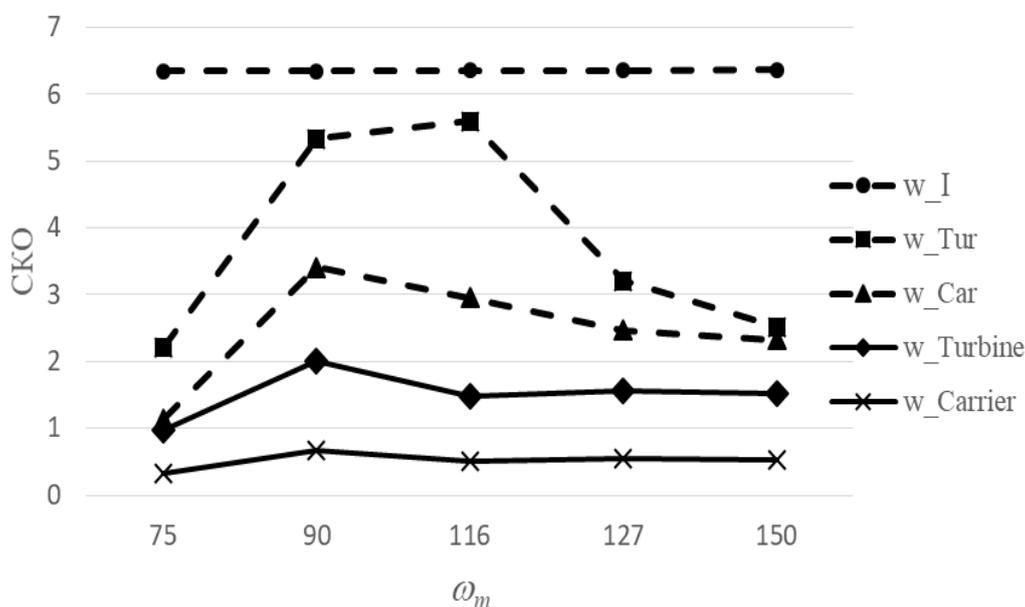
Для анализа крутильных колебаний во временной области вычислим средние квадратические отклонения (СКО) угловых скоростей и ускорений деталей трансмиссии. В табл. 1 и 2 приведены СКО рассчитанных значений угловых скоростей ( $w_{Ice}$ ,  $w_{Turbine}$ ,  $w_{Carrier}$ ,  $w_{Out}$ ) и угловых ускорений ( $e_{Ice}$ ,  $e_{Turbine}$ ,  $e_{Carrier}$ ,  $e_{Out}$ ) коленвала, турбины, выходного вала редуктора, выходного вала главной передачи для первой, третьей и пятой передач. Все значения приведены в единицах международной системы. В числителе указаны значения без блокировки ГТ, в знаменателе – с заблокированным ГТ. Переходные процессы при включении передачи и блокировании ГТ не учитывались.

При блокировании ГТ СКО угловых скоростей и ускорений увеличиваются существенно. Так, блокировка ГТ на первой передаче увеличивает  $w_{Carrier}$  и  $w_{Out}$  в 5,09 и 5,18 раза соответственно, а  $e_{Carrier}$  и  $e_{Out}$  в 63,6 и 63,5 раза. Увеличение СКО угловых ускорений при блокировании ГТ больше, чем увеличение СКО угловых скоростей.

Эти результаты, в отличие от [11], показывают, что ГТ может снижать быстрые осцилляции угловых скоростей и ускорений коленвала.

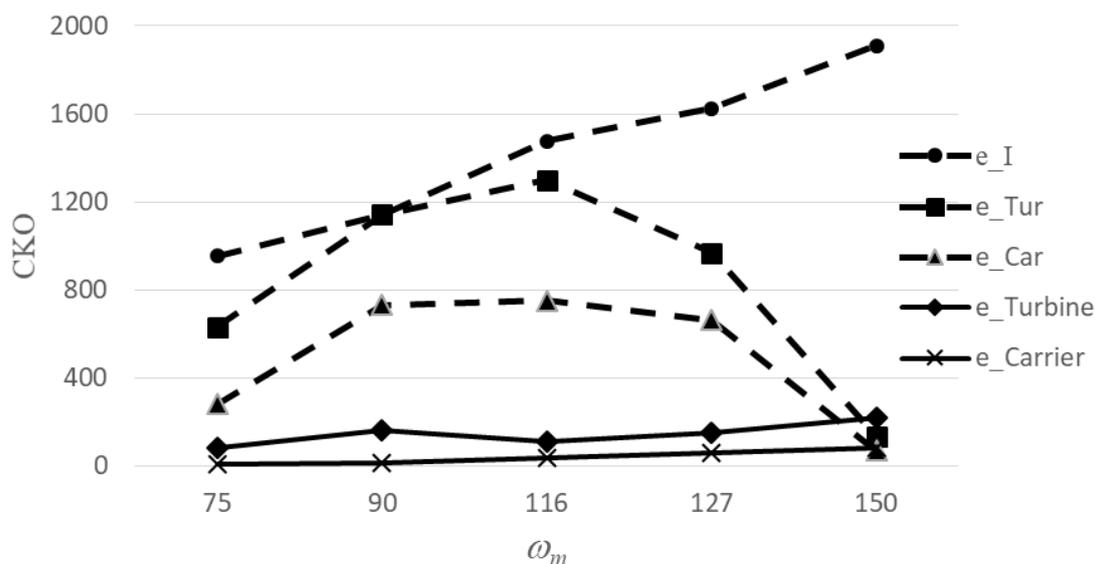
На рис. 2 и 3 приведены зависимости СКО угловых скоростей и угловых ускорений коленвала, турбины, выходного вала редуктора от средней угловой скорости коленвала  $\omega_m$  на первой передаче при разблокированном и заблокированном ГТ.

Из рис. 2 и 3 следует, что СКО угловых скоростей и угловых ускорений турбины, выходного вала редуктора существенно возрастают в диапазоне значений средней угловой скорости коленвала  $\omega_m \in [90; 127]$  на первой передаче при заблокированном ГТ.



**Рис. 2.** Зависимости среднеквадратических отклонений угловых скоростей коленвала, турбины, выходного вала редуктора от средней угловой скорости коленвала  $\omega_m$  на первой передаче при заблокированном гидротрансформаторе (пунктирные линии  $w_I$ ,  $w_{Tur}$ ,  $w_{Car}$ ) и разблокированном гидротрансформаторе (сплошные линии  $w_{Turbine}$ ,  $w_{Carrier}$ )

**Fig. 2.** Dependences of the angular velocity standard deviation of the crankshaft, turbine and gearbox output shaft on the crankshaft average angular velocity  $\omega_m$  in the first gear: (dashed lines  $w_I$ ,  $w_{Tur}$ ,  $w_{Car}$ ) and unlocked hydraulic torque converter (solid lines  $w_{Turbine}$ ,  $w_{Carrier}$ )



**Рис. 3.** Зависимости среднеквадратических отклонений угловых ускорений коленвала, турбины, выходного вала редуктора от средней угловой скорости коленвала  $\omega_m$  на первой передаче при заблокированном гидротрансформаторе (пунктирные линии  $e_I$ ,  $e_{Tur}$ ,  $e_{Car}$ ) и разблокированном гидротрансформаторе (сплошные линии  $e_{Turbine}$ ,  $e_{Carrier}$ )

**Fig. 3.** Dependences of the angular acceleration standard deviation of the crankshaft, turbine and gearbox output shaft on the crankshaft average angular velocity  $\omega_m$  in the first gear: (dashed lines  $e_I$ ,  $e_{Tur}$ ,  $e_{Car}$ ) with locked hydraulic torque converter, (solid lines  $e_{Turbine}$ ,  $e_{Carrier}$ ) with unlocked hydraulic torque converter

### Анализ крутильных колебаний в частотной области

Для анализа крутильных колебаний трансмиссии в частотной области вычислим приближенные значения СЧ с использованием линеаризованной системы уравнений движения трансмиссии в окрестности стационарного

движения без учета сил, зависящих от скорости, и неконсервативных сил. Моделирование крутильных колебаний трансмиссии проведем на каждой передаче отдельно так, чтобы средняя величина угловой скорости  $\omega_m$  оставалась постоянной.

**Таблица 3.** Собственные частоты в диапазоне от 0–1 000 Гц

**Table 3.** Natural frequencies in the range 0–1 000 Hz

Передача Gear	Наличие / отсутствие блокировки гидротрансформатора Blocking/unblocking of hydrolic torque converter	Частоты Frequencies									
Первая First	Разблокирован Unblocked	0,59	1,38	11,9	36,0	79,8	109,8	158,1	242,0	393,8	936,6
	Заблокирован Blocked	1,38	3,87	36,0	57,7	81,0	109,8	160,9	242,1	393,8	936,6
Третья Third	Разблокирован Unblocked	0,50	1,38	23,0	36,0	56,6	107,7	165,7	241,4	393,8	936,6
	Заблокирован Blocked	1,38	7,22	36,0	49,2	69,6	167,9	241,5	394,0	936,6	–
Пятая Fifth	Разблокирован Unblocked	0,57	1,56	36,0	71,7	92,2	150,9	171,9	283,8	936,6	–
	Заблокирован Blocked	1,53	33,6	36,0	78,9	98,7	151,6	174,2	283,8	936,6	–

В табл. 3 приведены значения СЧ, вычисленные для первой, третьей и пятой передач. Отрицательные и нулевые значения СЧ, а также значения больше 1 000 Гц в табл. 3 не приведены.

Значения СЧ зависят от структурной схемы трансмиссии, поэтому разные передачи имеют различные наборы СЧ. Отдельные СЧ сохраняют значения для нескольких передач. Например, СЧ четвертой гармоники  $\nu_4 = 36$  Гц для всех передач,  $\nu_{10} = 394$  Гц для 1–4 передач.

Блокировка ГТ изменяет набор СЧ. Так, на первой передаче исчезли СЧ 0,59 и 11,9 Гц, но добавились СЧ 3,87 и 57,7 Гц. Значения высших частот изменяются незначительно.

Спектральный анализ позволяет выделить отдельные составляющие колебаний и их частоты. Если выборка анализируемых значений (например, угловых ускорений) содержит нецелое число периодов (вращения коленвала), то происходит искажение спектра в виде боковых лепестков. Так как передаточные отношения отдельных деталей трансмиссии к коленвалу являются разными нецелыми числами, то сформировать выборку с целыми числами периодов всех деталей невозможно.

В настоящей работе частота преобразуемой переменной (частота крутящего момента коленвала четырехцилиндрового четырехтактного ДВС) равна  $\omega_m/\pi$  Гц. Частота преобразуемой переменной детали трансмиссии равна  $\omega_m/\eta\pi$ , где  $\eta$  – передаточное отношение (отношение угловой скорости коленвала к угловой скорости детали). Например, в рассматриваемых примерах при заблокированном ГТ без учета упругости деталей  $\eta = \{1; 0,61; 3,66\}$  для турбины, выходного вала редуктора и выходного вала главной передачи при включенной шестой передаче. При разблокированном ГТ и с учетом упругости деталей передаточные отношения  $\eta$  непрерывно изменяются из-за изменения передаточного отношения ГТ и крутильных колебаний. Это искажает спектры анализируемых величин. Частота дискретизации преобразуемой переменной равна  $1/t_r$ , где  $t_r$  – шаг представления результатов. Шаг по времени представления результатов задают в инспекторе моделирования УМ.

Частота преобразуемой переменной детали трансмиссии изменяется в пределах, определяемых изменением  $\omega_m$  и  $\eta$ . Для корректного

дискретного преобразования Фурье наибольшее значение частоты преобразуемой переменной детали не должно превышать половину частоты ее дискретизации [9], т. е.  $\max(2\omega_m/\eta\pi) \leq 1/t_r$ , поэтому:

$$t_r \leq \pi / \max(2\omega_m/\eta). \quad (2)$$

Если  $\max(\omega_m) = 530$  рад/с для бензинового ДВС,  $\min(\eta) = 0,61$  для выходного вала планетарного редуктора, то  $t_r \leq 0,0018$  с. В противном случае в спектре сигнала появляются ложные составляющие.

Для разделения в спектре близких по частоте гармонических составляющих анализируемой переменной необходимо учитывать частотное разрешение модели, характеризуемое шириной полосы спектра  $\Delta\omega = f_1 - f_2$ , где  $f_1$  и  $f_2$  – близкие частоты гармонических составляющих. Для большинства задач вибрационного мониторинга достаточно частотное разрешение равно 0,1 частоты вращения детали  $\Delta\omega \leq \omega_m / (10\pi)$ . Частота дискретизации переменной должна превышать  $\Delta\omega$ , поэтому:

$$t_r \leq 10\pi / \max(\omega_m/\eta). \quad (3)$$

Для рассматриваемого примера  $t_r \leq 0,036$  с.

Из (2) и (3) следует, что при спектральном анализе крутильных колебаний для определения значения шага представления результатов решающим является условие (2) превышения частотой дискретизации удвоенного значения наибольшей частоты преобразуемой переменной.

Для повышения качества спектрального анализа можно использовать следящую коррективную  $t_r$  так, чтобы за один оборот коленвала или другой детали количество дискретных значений переменной оставалось неизменным. Это позволит построить синхронный с частотой вращения спектр, в котором ось абсолютных частот заменена на ось гармоник, кратных частоте вращения. Однако средствами УМ это сделать невозможно.

В табл. 4 приведены значения модуля спектра угловых скоростей коленвала, турбины, выходного вала редуктора ( $sw\_Ice$ ,  $sw\_Turbine$ ,  $sw\_Carrier$ ) и соответствующие им частоты. Величина  $a$  модуля спектра на частоте  $b$  обозначена  $a\_b$ . Во всех примерах СКО угловой скорости коленвала  $w\_Ice = 6,35$ . Амплитуды гармоник меньше 0,1 амплитуды первой гармоники в табл. 4 не приведены. Амплитуды гармоник меньше 0,1 амплитуды первой гармоники в табл. 4 не приведены.

Почти у всех примеров одна доминирующая первая гармоника. Третья гармоника с амплитудой больше 0,1 амплитуды первой гармоники проявилась на первой передаче с заблокированным ГТ.

В табл. 5 приведены значения модуля спектра угловых ускорений коленвала, турбины, выходного вала редуктора, выходного вала главной передачи, ( $se_{Ice}$ ,  $se_{Turbine}$ ,  $se_{Carrier}$ ,  $se_{Out}$ ) и соответствующие им частоты.

**Таблица 4.** Значения модуля спектра угловых скоростей  
**Table 4.** Values of the modulus of the angular velocity spectrum

Передача Gear	Наличие / отсутствие блокировки гидротрансформатора Blocking/unblocking of hydrolic torque converter	$\omega_m$	$sw_{Ice}$	$sw_{Turbine}$	$sw_{Carrier}$
Первая First	Разблокирован Unblocked	90	3,66_28,6	0,09_28,6	0,04_28,6
	Заблокирован Blocked	90	3,7_28,6	3,4_28,6 0,25_85,4	2,2_28,6 0,33_85,4
	Разблокирован Unblocked	150	4,1_47,7	0,41_47,7	0,18_47,7
	Заблокирован Blocked	150	4,2_47,7	1,66_47,7	1,47_47,7
Третья Third	Разблокирован Unblocked	185	3,37_58,9	0,29_58,9	0,14_58,9
	Заблокирован Blocked	185	4,14_58,9	3,36_58,9	2,1_58,9
Пятая Fifth	Разблокирован Unblocked	335	3,44_106,6	0,10_106,6	0,23_106,6
	Заблокирован Blocked	335	4,1_106,6	1,33_106,6	3,40_106,6

**Таблица 5.** Значения модуля спектра угловых ускорений  
**Table 5.** Values of the modulus of the angular acceleration spectrum

Передача Gear	Наличие / отсутствие блокировки гидротрансформатора Blocking/unblocking of hydrolic torque converter	$\omega_m$	$se_{Ice}$	$se_{Turbine}$	$se_{Carrier}$	$se_{Out}$
Первая First	Разблокирован Unblocked	90	673_28,6	10,1_28,6 5,76_77,7 7,85_98	6,4_28,6	1,07_28,6
	Заблокирован Blocked	90	673_28,6	625_28,6 134_85,4 64_142	404,5_28,6 181,3_85,4 83,3_200,6	67,4_28,6 30,3_85,4 13,9_200,6
	Разблокирован Unblocked	150	1249_47,7	129_47,7	54,4_47,7	9,1_47,7
	Заблокирован Blocked	150	1257_47,7	491_47,7 230_143 151_239	448_47,7 235_143 155_239	446_47,7 79_143 146_239
Третья Third	Разблокирован Unblocked	185	1259_58,9	111_58,9	50,7_58,9	8,2_58,9
	Заблокирован Blocked	185	1549_58,9	1240_58,9 132_176,7	770_58,9	127_58,9
Пятая Fifth	Разблокирован Unblocked	335	2320_106,6	61_106,6	151_106,6	25_106,6
	Заблокирован Blocked	335	2757_106,6	880_106,6 205_33 336_180	2260_106,6 253_180	375_106,6 41_180

В табл. 5 приведены три наибольших

значения модуля спектра для каждой детали и угловой скорости коленвала. Амплитуды гармоник меньше 0,1 амплитуды первой гармоники не приведены.

Модули спектров угловых ускорений турбины, выходного вала редуктора, выходного вала главной передачи имеют до трех гармоник (№ 1, 3 и 5) с амплитудами больше 0,1 амплитуды первой гармоники при заблокированном ГТ.

При разблокированном ГТ  $se_{Ice}$ ,  $se_{Turbine}$ ,  $se_{Carrier}$ ,  $se_{Out}$  не имеют высших гармоник с амплитудой больше 0,1 амплитуды первой гармоники. На первой передаче с разблокированным ГТ сопоставимые амплитуды имеют две гармоники на частотах близких СЧ 79,8 и 109,8 Гц. Аналогично на пятой передаче с заблокированным ГТ сопоставимые амплитуды имеют две гармоники на частотах близких СЧ 33,6 и 174,2 Гц.

Наибольшие модули спектров угловых скоростей и ускорений соответствуют частоте возмущения на каждой передаче при заблокированном ГТ. При разблокированном ГТ появляются составляющие спектра, соответствующие одной из СЧ, превышающей частоту возмущения.

Для верификации рассчитанных значений СКО угловых скоростей и ускорений рассмотрим следующие предположения:

1. При заблокированном ГТ коленвал и турбина вращаются как одно тело и  $w_{Ice} = w_{Turbine}$ ,  $e_{Ice} = e_{Turbine}$ .

2. Если переменные  $w_{Ice}$ ,  $w_{Turbine}$  и другие являются гармоническими функциями, например, синусоидами  $\sin(vt)$ , то амплитуды угловых скоростей и ускорений отличаются в  $v$  раз. Аналогично СКО угловых скоростей и ускорений деталей трансмиссии также должны отличаться в  $v$  раз.

3. Значения модуля спектра гармонической функции и ее производной отличаются в  $v$  раз, т. е. значения модуля спектров угловых скоростей и ускорений деталей трансмиссии должны отличаться в  $v$  раз. Данное предположение эквивалентно второму предположению.

Анализ результатов моделирования показал, что сделанные предположения не являются надежным средством верификации результатов моделирования крутильных колебаний автомобильной трансмиссии:

1. Отношения СКО  $w_{Ice} / w_{Turbine}$  равны 1,19, 1,25, 4,15 для первой, третьей и пя-

той передач соответственно (см. табл. 2 и 3) при  $v = \{180; 370; 670\}$  и заблокированном ГТ.

Отношения СКО  $e_{Ice} / e_{Turbine}$  равны 1,1, 1,23, 3,65 при заблокированном ГТ.

Первое предположение с расхождением менее 25 % подтверждается для первой и третьей передач.

2. Отношения СКО  $e_{Ice} / w_{Ice}$  равны 180, 369,6, 670,1 для первой, третьей и пятой передач соответственно (см. табл. 2 и 3) при  $v = \{180; 370; 670\}$  независимо от блокирования ГТ.

Отношения СКО  $e_{Turbine} / w_{Turbine}$  равны 41,6, 175,2, 146,2 при разблокированном ГТ и 195,5, 373,5 и 761,4 при заблокированном ГТ.

Наибольшие расхождения со вторым предположением имеются в отношениях  $e_{Turbine} / w_{Turbine}$  – 78,2 и 13,6 % при разблокированном и заблокированном ГТ соответственно. Расхождения отношений  $e_{Ice} / w_{Ice}$  не превышают 1 %.

3. Отношения модулей спектров угловых скоростей и ускорений коленвала  $se_{Ice} / sw_{Ice}$  равны 353,4, 373,6, 674,4 для первой, третьей и пятой передач соответственно (см. табл. 4 и 5) при  $v = \{300; 370; 670\}$  при разблокированном ГТ. При заблокированном ГТ  $se_{Ice} / sw_{Ice}$  равны 346,9, 369,0, 667,3.

Аналогичные отношения для турбины  $se_{Turbine} / sw_{Turbine}$  равны 314,6, 382,8, 610,0 при разблокированном ГТ и 295,8, 369, 667,3 при заблокированном ГТ.

Наибольшие расхождения с первым предположением имеются в отношениях  $se_{Ice} / sw_{Ice}$  и  $se_{Turbine} / sw_{Turbine}$  – 17,8 и 9,0 % при разблокированном ГТ. В целом при заблокированном ГТ предположения 1–3 выполняются точнее.

## Заключение

Разработаны математическая и компьютерная модели для анализа крутильных колебаний автомобильной трансмиссии с планетарным редуктором и ГТ. Проанализированы вынужденные крутильные колебания деталей трансмиссии во временной и частотной областях.

При анализе колебаний во временной области рассчитаны СКО угловых скоростей и ускорений деталей трансмиссии. Показано, что при блокировании ГТ СКО угловых скоростей и ускорений увеличиваются существенно. Таким образом, использование ГТ позволяет существенно снижать быстрые осцилляции угло-

вых скоростей и ускорений деталей трансмиссии. Увеличение СКО угловых ускорений при блокировании ГТ больше, чем увеличение СКО угловых скоростей.

Анализ позволил выявить диапазоны значений угловой скорости коленвала, для которых осцилляции угловых скоростей и ускорений деталей трансмиссии имеют наибольшие значения, т. е. определить диапазоны, вызывающие максимальные уровни вибрации. Так, СКО угловых скоростей и угловых ускорений турбины, выходного вала редуктора существенно возрастают в диапазоне  $\omega_m \in [90; 127]$  на первой передаче при заблокированном ГТ.

При анализе крутильных колебаний трансмиссии в частотной области вычислены приближенные значения СЧ с использованием линеаризованной системы уравнений движения трансмиссии, а также значения модуля спектральной плотности угловых скоростей и ускорений деталей трансмиссии. Показано, что значения СЧ зависят от структуры трансмиссии, поэтому разные передачи имеют разные наборы СЧ. Отдельные СЧ сохраняют значения для нескольких передач.

Проведен спектральный анализ крутильных колебаний и вычислены значения модуля спектра угловых скоростей и ускорений деталей трансмиссии и соответствующие им частоты. Модули спектров угловых ускорений турбины, выходного вала редуктора, выходного вала главной передачи имеют до трех гармоник (№ 1, 3 и 5) с амплитудами больше 0,1 амплитуды первой гармоники при заблокированном

ГТ. При разблокированном ГТ модули спектров этих угловых ускорений не имеют высших гармоник с амплитудой больше 0,1 амплитуды первой гармоники.

Установлено, что при спектральном анализе крутильных колебаний автомобильной трансмиссии для определения значения шага представления результатов решающим является условие (2) превышения частотой дискретизации удвоенного значения наибольшей частоты преобразуемой переменной.

Анализ результатов моделирования показал, что сделанные предположения о соотношениях СКО, значениях модуля спектральной плотности угловых скоростей и ускорений деталей трансмиссии не являются надежным средством верификации результатов моделирования крутильных колебаний автомобильной трансмиссии. Второе предположение с погрешностью менее 1 % выполняется только для коленвала. Для остальных деталей из-за упруго-демпфирующих свойств контактного силового элемента блокировки ГТ и других компонентов модели все теоретические предположения имеют большие расхождения с данными моделирования. При заблокированном ГТ предположения выполняются точнее, чем при разблокированном.

Результаты компьютерного моделирования могут быть использованы при проектировании автомобильных трансмиссий, а также для обоснования технических норм обслуживания и ремонта трансмиссий по фактическому состоянию.

### Список литературы

1. Yoon J.Y., Kim B. Gear rattle analysis of a torsional system with multi-staged clutch damper in a manual transmission under the wide-open throttle condition // *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2016. Vol. 30 (3). Pp. 1003–1019.
2. Modeling and analysis of friction clutch at a driveline for suppressing car starting judder / L.P. Li, Z.J. Lu, X.L. Liu et al. // *Journal of Sound and Vibration*, 2018. Vol. 424. Pp. 335–351.
3. Тарасик В.П. Математическое моделирование переключения передач с перекрытием характеристик управления // *Автомобильная промышленность*. 2016. № 7. С. 10–18.
4. Реутов А.А. Моделирование переключения передач автомобильной трансмиссии с гидротрансформатором // *Автоматизация и моделирование в проектировании и управлении*. 2022. № 2 (16). С. 27–38.
5. Реутов А.А. Моделирование переключения передач автомобильной трансмиссии с двойным сцеплением // *Автоматизация и моделирование в проектировании и управлении*. 2021. № 3-4 (14). С. 14–24.
6. Haj-Fraj A., Pfeiffer F. A model based approach for the optimization of gearshifting in automatic transmissions // *International journal of vehicle design*. 2002. Vol. 28 (1), Pp. 171–188.
7. Li L., Singh R. Analysis of start-up transient for a powertrain system with a nonlinear clutch damper // *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2015. Vol. 62. Pp. 460–479.
8. Sezgen H.C., Tinkir M. Optimization of torsional vibration damper of cranktrain system using a hybrid damping approach // *Engineering Science and Technology*. 2021. № 24. Pp. 959–973.
9. Барков А.В., Баркова Н.А. Вибрационная диагностика машин и оборудования. Анализ вибрации. СПб. : СПбГМТУ, 2004. 156 с.

10. Effect of stiffness ratio of piecewise-linear spring on the occurrence of subharmonic nonlinear vibration in automatic transmission powertrain / T. Ryu, S. Rosbi, K. Matsuzaki et al. // *Applied Mechanics and Materials*. 2015. Vol. 786. Pp. 156–160.
11. Иванов С.Н. Колебания и вибрации трансмиссий автомобилей // *Автомобильная промышленность*. 2009. № 8. С. 14–16.
12. Sayin P., Schoftner J. Analytical Investigation on the Damping Performance of a torque Converter in an Automotive Driveline Model // *MATEC Web of Conferences* 2017. 108:07001. DOI 10.1051/mateconf/201710807001.
13. Fundamental study of subharmonic vibration of order 1/2 in automatic transmissions for cars / T. Ryu, T. Nakae, K. Matsuzaki et al. // *Journal of Physics: Conference Series*, 2016. Vol. 744. 012206. DOI 10.1088/1742-6596/744/1/012206.
14. Mendes A.S., Meirelles P.S., Zampieri D.E. Analysis of torsional vibration in internal combustion engines: modelling and experimental validation // *Proc. IMechE Part K: Journal Multi-body Dynamics*. 2008. Vol. 222. Pp. 155–178. DOI 10.1243/14644193JMBD1.
15. Diesel engine torsional vibration control coupling with speed control system / Guo Yibin, Li Wanyou, Yu Shuwen et al. // *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017. Vol. 94. Pp. 1–13.
16. Lin, T.R., Zhang, X.W. A study of the torsional vibration of a 4-cylinder diesel engine crankshaft // *Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer Nature Publ, 2019. P. 383–392.
17. Brancati R., Rocca E., Lauria D. Feasibility study of the Hilbert transform in detecting the gear rattle phenomenon of automotive transmissions // *Journal of Vibration and Control*. 2018. Vol. 24 (12). Pp. 2631–2641.
18. Modeling of transmission. User's manual // *Universal mechanism* : site. URL: [http://www.universalmechanism.com/download/90/eng/22\\_um\\_driveline.pdf](http://www.universalmechanism.com/download/90/eng/22_um_driveline.pdf) (Дата обращения: 18.01.2022).

### References

1. Yoon J.Y., Kim B. Gear rattle analysis of a torsional system with multi-staged clutch damper in a manual transmission under the wide-open throttle condition. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2016, vol. 30 (3), pp. 1003–1019.
2. Li L.P., Lu Z.J., Liu X.L., Sun T., Jing X. J., Shangguan W.B. Modeling and analysis of friction clutch at a driveline for suppressing car starting judder. *Journal of Sound and Vibration*, 2018, vol. 424, pp. 335–351.
3. Tarasik V.P. Matematicheskoe modelirovanie pereklučenja peredach s perekrytiem kharakteristik upravleniya [Mathematical modeling of gearshift with overlapping control of characteristics]. *Avtomobil'naya promyshlennost'* [Automobile industry], 2016, no. 7, pp. 10–18.
4. Reutov A.A. Modelirovanie pereklučenja peredach avtomobilnoy transmissii s gidrotransformatorom [Simulation of gear shifting of an automobile transmission with a torque converter]. *Avtomatizatsiya i modelirovanie v proektirovanii i upravlenii* [Automation and Modelling in Design and Management], 2022, no. 2 (16), pp. 27–38.
5. Reutov A.A. Modelirovanie pereklučenja peredach avtomobilnoi transmissii s dvoynim stsepleniem [Simulation of a dual clutch automated transmission gear shift]. *Avtomatizatsiya i modelirovanie v proektirovanii i upravlenii* [Automation and Modelling in Design and Management], 2021, no. 3-4 (14), pp. 14–24.
6. Haj-Fraj A., Pfeiffer F. A model based approach for the optimization of gearshifting in automatic transmissions. *International journal of vehicle design*, 2002, vol. 28 (1), pp. 171–188.
7. Li L., Singh R. Analysis of start-up transient for a powertrain system with a nonlinear clutch damper. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2015, vol. 62, pp. 460–479.
8. Sezgen H.C., Tinkir M. Optimization of torsional vibration damper of cranktrain system using a hybrid damping approach. *Engineering Science and Technology*, 2021, no. 24, pp. 959–973.
9. Barkov A.V., Barkova N.A. Vibratsionnaya diagnostika mashin i oborudovaniya. Analiz vibratsii [Vibration monitoring of machines and equipment. Vibration analysis]. Saint Petersburg: SPGMTU Publ., 2004. 156 p.
10. Ryu T., Rosbi S., Matsuzaki K., Nakae T., Sueoka A., Takikawa Y., Ooi Y. Effect of stiffness ratio of piecewise-linear spring on the occurrence of subharmonic nonlinear vibration in automatic transmission powertrain. *Applied Mechanics and Materials*, 2015, vol. 786, pp. 156–160.
11. Ivanov S.N. Kolebaniya i vibratsii transmissii avtomobilei [Oscillation and vibration of automotive transmissions]. *Avtomobilnaya promyshlennost'* [Automobile industry], 2009, no. 8, pp. 14–16.
12. Sayin P., Schoftner J. Analytical Investigation on the Damping Performance of a torque Converter in an Automotive Driveline Model. *MATEC Web of Conferences* 2017. 108:07001. DOI 10.1051/mateconf/201710807001.
13. Ryu T., Nakae T., Matsuzaki K., Nanba A., Takikawa Y., Ooi Y., Sueoka A. Fundamental study of subharmonic vibration of order 1/2 in automatic transmissions for cars. *Journal of Physics: Conference Series*, 2016, vol. 744, 012206. DOI 10.1088/1742-6596/744/1/012206.
14. Mendes A.S., Meirelles P.S., Zampieri D.E. Analysis of torsional vibration in internal combustion engines: modelling and experimental validation. *Proc. IMechE Part K: Journal Multi-body Dynamics*, 2008, vol. 222, pp. 155–178. DOI 10.1243/14644193JMBD1.
15. Yibin G., Wanyou L., Shuwen Y., Xiao H., Yunbo Y., Zhipeng W., Xiuzhen M. Diesel engine torsional vibration control coupling with speed control system. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, vol. 94, pp. 1–13.
16. Lin, T.R., Zhang, X.W. A study of the torsional vibration of a 4-cylinder diesel engine crankshaft. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer Nature Publ, 2019, pp. 383–392.
17. Brancati R., Rocca E., Lauria D. Feasibility study of the Hilbert transform in detecting the gear rattle phenomenon of automotive transmissions. *Journal of Vibration and Control*, 2018, vol. 24 (12), pp. 2631–2641.

18. Modeling of transmission. User's manual. Universal mechanism: site. URL: [http://www.universalmechanism.com/download/90/eng/22\\_um\\_driveline.pdf](http://www.universalmechanism.com/download/90/eng/22_um_driveline.pdf) (Accessed January 18, 2022).

**Информация об авторах**

*Реутов Александр Алексеевич*, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры подъемно-транспортных машин и оборудования, Брянский государственный технический университет, г. Брянск; e-mail: bgtu2012@yandex.ru.

**Information about the authors**

*Alexander A. Reutov*, Doctor of Engineering Science, Full Professor, Professor of the Department of Transport and Handling Machines and Equipment, Bryansk State Technical University, Bryansk; e-mail: bgtu2012@yandex.ru.