

## Определение собственных и взаимных сопротивлений в многопроводных системах, содержащих подземные провода

В. П. Закарюкин<sup>1</sup>, А. В. Крюков<sup>2,3</sup>✉

<sup>1</sup>ООО «Smart grid», г. Иркутск, Российская Федерация

<sup>2</sup>Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация

<sup>3</sup>Иркутский национальный исследовательский технический университет, г. Иркутск, Российская Федерация

✉ and\_kryukov@mail.ru

### Резюме

Моделирование режимов электрических сетей, включающих в свой состав многопроводные элементы с надземными и подземными проводами, требует учета ряда специфических особенностей: расположение части проводов в подземных полостях, приводящее к отсутствию емкостной связи с надземными токоведущими частями; повышенные величины емкостных параметров подземных проводов; возможное наличие активной проводимости «провод – земля», приводящее к необходимости обязательного учета распределенности параметров. В статье предложена методика определения собственных и взаимных сопротивлений проводов в многопроводных системах, содержащих подземные провода. При разработке моделей многопроводных элементов с подземными проводами использовались следующие положения: провода параллельны поверхности плоской однородной земли с заданной удельной проводимостью; пересечения проводов в одном элементе не допускаются; при использовании цепных понятий собственного и взаимного сопротивлений предполагается их определение через продольную электродвижущую силу, индуцируемую в контуре «провод – земля»; подземные провода располагаются внутри одной или нескольких цилиндрических полостей в земле; емкостная связь существует только между проводами, расположенными в одной полости; взаимноиндуктивная связь имеет место между всеми проводами элемента. При рассмотрении емкостных связей группы подземных проводов использован метод конформных изображений, дающий приемлемую точность моделирования при соблюдении соотношений между радиусами проводов и их расстояниями до границ полости в земле. Проверка правильности разработанного алгоритма проведена путем сопоставления с формулами погонной емкости цилиндрического конденсатора, а также емкости одиночного провода, расположенного над землей на большой высоте. Проверка точности определения взаимного сопротивления для непараллельных проводов выполнена путем сопоставления результатов следующих расчетов: по приближенным формулам, для почти параллельного сближения и параллельного сближения. Полученные результаты показали приемлемую точность определения собственных и взаимных сопротивлений в многопроводных системах, содержащих подземные провода.

### Ключевые слова

многопроводные системы, подземные провода, собственные и взаимные сопротивления

### Для цитирования

Закарюкин В.П. Определение собственных и взаимных сопротивлений в многопроводных системах, содержащих подземные провода / В. П. Закарюкин, А. В. Крюков // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2021. – № 1 (69). – С. 184–191. – DOI: 10.26731/1813-9108.2021.1(69).184-191

### Информация о статье

поступила в редакцию: 09.11.2020, поступила после рецензирования: 17.12.2020, принята к публикации: 15.01.2021

## Determination of self- impedances and mutual impedances in multi-wire systems containing underground wires

V. P. Zakaryukin<sup>1</sup>, A. V. Kryukov<sup>2,3</sup>✉

<sup>1</sup>“Smart grid” OOO, Irkutsk, the Russian Federation

<sup>2</sup>Irkutsk State Transport University, Irkutsk, the Russian Federation

<sup>3</sup>Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, the Russian Federation

✉ and\_kryukov@mail.ru

### Abstract

Modeling the modes of electrical networks, which include multi-wire elements with overhead and underground wires, has a number of specific features: the location of some of the wires in underground cavities, resulting in the absence of capacitive coupling with above-ground conducting wires; increased values of self-capacitive parameters of underground wires; the possible presence of active conductivity “wire – ground”, leading to the need for mandatory consideration of parameter distribution. The article proposes a method for determining self- impedances and mutual impedances of wires in a multi-wire system containing underground wires. When developing models of multi-wire elements with underground wires, the following positions were used:

wires are parallel to the surface of a flat homogeneous earth with a given specific conductivity; intersections of wires in one element are not allowed; when using chain concepts of self-impedances and mutual resistances, it is assumed that they are determined through the longitudinal electromotive force induced in the wire-ground circuit; underground wires are located inside one or more cylindrical cavities in the ground; capacitive coupling exists only between wires located in the same cavity; mutual inductive coupling takes place between all wires of the element. When considering the capacitive couplings of a group of underground wires, the method of conformal mappings was used, which gives an acceptable accuracy of modeling while respecting the relationship between the radii of the wires and their distances to the boundaries of the cavity in the ground. The verification of the correctness of the developed algorithm was carried out by comparing the linear capacitance of a cylindrical capacitor with the formulas, as well as the capacitance of a single wire located above the ground at a high altitude. Verification of the accuracy of determining the mutual resistance for non-parallel wires is performed by comparing the results of the following calculations: by approximate formulas; for an almost parallel convergence and a parallel convergence. The obtained results showed an acceptable accuracy in determining self-impedances and mutual resistances in multi-wire systems containing underground wires.

### Keywords

multi-wire systems, underground wires, self-impedances and mutual impedances

### For citation

Zakaryukin V. P., Kryukov A. V. Opredelenie sobstvennykh i vzaimnykh soprotivlenii v mnogoprovodnykh sistemakh, soderzhashchikh podzemnyye provoda [Determination of self-impedances and mutual impedances in multi-wire systems containing underground wires]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemyi analiz. Modelirovanie* [Modern Technologies. System Analysis. Modeling], 2021, No. 1 (69), pp. 184–191. – DOI: 10.26731/1813-9108.2021.1(69).184-191

### Article Info

Received: 09.11.2020, Revised: 17.12.2020, Accepted: 15.01.2021

### Введение

Моделирование режимов электрических сетей (ЭС), включающих в свой состав многопроводные элементы с подземными проводами, требует учета ряда специфических особенностей:

- расположение подземных проводов в подземных полостях, приводящее к отсутствию емкостной связи с надземными токоведущими частями и повышенные величины собственных емкостей;

- возможное наличие активной проводимости «провод – земля», приводящее к необходимости учета распределенности параметров;

- возможное непараллельное расположение одного из проводов по отношению к остальным, в частности, в случае рассмотрения электромагнитных влияний на подземный трубопровод.

Перечисленные особенности важны для определения режима ЭС и для расчетов наведенных напряжений. Для учета этих особенностей при разработке моделей многопроводных элементов с подземными проводами приняты следующие основные положения.

1. Прямолинейные провода параллельны поверхности плоской однородной земли с заданной удельной проводимостью. Некоторые из проводов могут быть не параллельны друг другу.

2. Пересечения проводов друг с другом не допускаются. Это положение не приводит к ограничениям моделирования ситуаций с пересечениями проводов, поскольку последнее может быть представлено соединением двух отдельных моделей друг с другом.

3. Система декартовых координат для задания положений проводов выбрана следующим образом. Плоскость  $XOY$  системы координат расположена в начале многопроводного элемента перпендикулярно

левому крайнему проводу. Начало координат находится на поверхности плоской земли, ось  $Y$  перпендикулярна поверхности земли, ось  $X$  направлена вдоль поверхности направо, если смотреть от начала элемента к его концу, ось  $Z$  – вдоль левого крайнего провода. Предпочтительно начало координат поместить под крайним левым проводом.

4. Точный подход к определению индуктивных сопротивлений элемента с подземными проводами, даже для параллельной ситуации и отсутствия надземных токоведущих частей, требует решения трансцендентных уравнений, что создает значительные трудности при программной реализации. При использовании цепных понятий собственного и взаимного сопротивлений предполагается их определение через продольную электродвижущую силу (ЭДС), индуктируемую в контуре «провод – земля» или в контуре, образованном токоведущей частью и эквивалентным обратным проводом (ЭОП). В связи с большой глубиной расположения ЭОП магнитный поток в упомянутом контуре мало зависит от высоты или глубины расположения провода, поэтому с небольшой погрешностью можно воспользоваться формулами определения собственных и взаимных сопротивлений надземных проводов. Такой подход допустим при глубине расположения не более первых десятков метров и на частотах, не превышающих нескольких сотен герц.

5. Подземные провода располагаются внутри одной или нескольких цилиндрических полостей. Каждая полость, ось которой параллельна расположенным внутри нее проводам, образует группу подземных проводов. Полость заполнена изоляцией с заданной диэлектрической проницаемостью. Прово-

да могут иметь распределенную однородную омическую связь с окружающей землей.

6. Емкостная связь существует только между проводами, расположенными в одной полости или между надземными проводами. Взаимоиндуктивная связь имеет место между всеми токоведущими частями.

Известные решения проблемы наведенных напряжений сводятся к нахождению взаимных емкостей [1, 2] или сопротивлений [1-4] при заданных параметрах режима влияющего провода. Собственные и взаимные сопротивления проводов определяются на основе решения Карсона [5] или Г.А. Гринберга и Б.Э. Бошштедта [6], как, например, в работах [1, 2, 4, 7-9]. Вычисления на основе методики [6] требуют решения системы трансцендентных уравнений.

Известные подходы для расчетов наведенных напряжений косоугольного сближения базируются либо на предположении его замены набором участков параллельного [10], либо на использовании решения М.В. Костенко [3].

Все перечисленные методы не работают при необходимости учета взаимовлияний проводов, приводящих к изменению режима влияющего провода. Это касается, к примеру, ситуации взаимовлияний цепей двухцепной линии электропередачи с возникновением дополнительной несимметрии напряжений каждой цепи, или ситуации взаимовлияния линий «провод – рельс» и «два провода – рельс» на электрифицированной железной дороге с возникновением небалансов учета электроэнергии. Использование решетчатых схем замещения [11], когда моделируется вся совокупность взаимовлияющих проводов, позволяет получать модели, пригодные для расчетов режимов с учетом емкостных и индуктивных взаимовлияний и определения наведенных напряжений, в том числе при косоугольном сближении [12]. При наличии подземных проводов с возможным вариантом косоугольного сближения подход работ меняется в связи с изложенными положениями.

При рассмотрении емкостных связей группы подземных проводов использован метод конформных изображений, дающий приемлемую погрешность моделирования при соблюдении соотношений между радиусами проводов и их расстояниями до границ полости в земле.

Строго говоря, применение цепных моделей при косоугольном сближении недостаточно корректно, поскольку задача из одномерной превращается в трехмерную, а длины проводов элемента отличаются друг от друга. В этом случае использование величин взаимных сопротивлений приводит к погрешностям, которые могут быть практически приемлемы при представленных далее условиях.

### Методика и результаты моделирования

Формирование решетчатой схемы замещения

многопроводного элемента по методике [11] предполагает расчеты потенциальных коэффициентов системы проводов, расположенных в одной подземной полости. Их можно вычислить путем использования формул дробно-линейного конформного преобразования с учетом следующих факторов:

- конформное отображение преобразует окружности небольшого диаметра также в окружности с точностью до малых высших порядков [13], поэтому цилиндрические провода малого радиуса, преобразуются в провода круглого сечения;

- при конформных преобразованиях сохраняются потенциалы электродов, собственные и взаимные емкости, потенциальная энергия электрического поля [14], отсюда следует неизменность потенциальных коэффициентов;

- при преобразованиях изменяются конфигурация и линейные размеры электродов, напряженность поля и плотность зарядов.

Для применения первой группы формул Максвелла необходимо отобразить круг  $Z$  подземной полости в верхнюю полуплоскость  $W$  (рис. 1), записать формулы для отображения и затем определить потенциальные коэффициенты по формулам для плоской проводящей земли.

Отображение круга на верхнюю полуплоскость производится преобразованием

$$w = \frac{\tilde{a}z - a}{z - k}, \quad (1)$$

где  $\underline{a}$ ,  $\underline{k}$  – комплексные константы,  $\tilde{a}$  – сопряженный комплекс  $\underline{a}$  [13].

Выражение (1) при  $\underline{k} = -1$ ,  $\underline{a} = -j$  для круга единичного радиуса может быть представлено в виде, совпадающем с формулами (7–17) в работе [15, 16]

$$w = \frac{-zj + j}{z + 1} = j \frac{1 - z}{1 + z}.$$

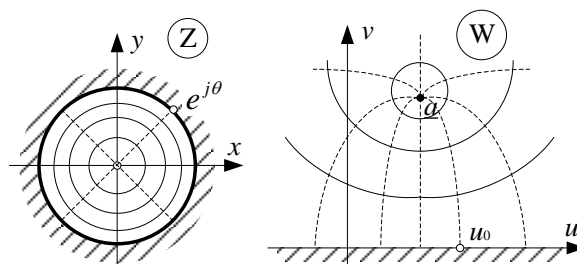


Рис. 1. Поперечные сечения областей в пространстве  $Z$  и  $W$

Fig. 1. Cross-sections of regions in space  $Z$  and  $W$

Преобразование для круга радиусом  $r_0$  с центром в точке  $\underline{z}_0 = x_0 + jy_0$  производится по следу-

ющим формулам:

$$\begin{aligned} \underline{z}_1 &= r_0 \underline{z} + \underline{z}_0; \quad \underline{z} = \frac{\underline{z}_1 - \underline{z}_0}{r_0}; \\ \underline{w} &= j \frac{r_0 - \underline{z}_1 + \underline{z}_0}{r_0 + \underline{z}_1 - \underline{z}_0}. \end{aligned} \quad (2)$$

После нахождения преобразованных радиусов проводов  $r_{ri}$  и координат их центров  $(r_{ui}, r_{vi})$  в пространстве  $W$  определяются собственные и взаимные потенциальные коэффициенты:

$$\begin{aligned} \alpha_{ii} &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \ln \frac{2r_{vi}}{r_{ri}}; \\ \alpha_{ij} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \ln \frac{(r_{ui} - r_{uj})^2 + (r_{vi} + r_{vj})^2}{(r_{ui} - r_{uj})^2 + (r_{vi} - r_{vj})^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Из одинаковости энергии электрического поля в пространствах  $Z$  и  $W$  [14] следует равенство потенциальных коэффициентов. По ним для каждой группы могут быть определены собственные и взаимные частичные емкости, необходимые для построения решетчатой схемы замещения многопроводного элемента [11].

Алгоритм расчета собственных и взаимных емкостей подземной группы проводов включает пять этапов.

1. Каждая группа предполагается расположенной внутри собственной цилиндрической полости в земле. Производится контроль расположения проводов внутри цилиндрической полости: наиболее удаленная от ее центра точка провода не должна заходить за пределы полости или касаться ее границы. Разные полости не должны пересекаться.

2. Определение отображения окружности провода в пространстве  $W$  выполняется следующим образом. Уравнение окружности для провода радиусом  $r_i$ , центр которого находится в точке  $\underline{z}_i = x_i + jy_i$  плоскости  $Z$ , определяется как

$$\begin{aligned} r_i &= |\underline{z}_1 - \underline{z}_i|; \quad \underline{z}_1 = r_0 \underline{z} + \underline{z}_0; \\ r_i &= \left| \frac{j-u-jv}{j+u+jv} r_0 + x_0 - x_i + j(y_0 - y_i) \right|. \end{aligned} \quad (4)$$

Преобразование формулы (4) приводит к следующим выражениям для окружности в пространстве  $W$ :

$$(u - r_{ui})^2 + (v - r_{vi})^2 = r_{ri}^2,$$

где  $r_{ui} = \frac{c_i(b_i + d_i)}{r_{bci}^2}$ ;  $r_{vi} = \frac{r_{bdi}^2}{r_{bci}^2}$ ;

$$r_{ri}^2 = \frac{r_{cdi}^2}{r_{bci}^2} + r_{ui}^2 + r_{vi}^2; \quad r_{bci}^2 = b_i^2 - (r_i^2 - c_i^2);$$

$$r_{bdi}^2 = r_i^2 - c_i^2 + b_i d_i; \quad r_{cdi}^2 = r_i^2 - c_i^2 - d_i^2;$$

$$b_i = r_0 + x_i - x_0; \quad c_i = y_i - y_0;$$

$d_i = r_0 - x_i + x_0$ ;  $x_0, y_0, r_0$  – координаты центра полости и ее радиус.

В пространстве  $W$  центр провода расположен в точке  $(r_{ui}, r_{vi})$ , радиус провода  $r_{ri}$ . Центр окружности пространства  $Z$  не совпадает с центром окружности пространства  $W$ .

3. В пространстве  $W$  определяются собственные и взаимные потенциальные коэффициенты по формулам (3).

Если в полости находится одиночный провод и он расположен по ее центру, то емкость провода определяется формулой цилиндрического конденсатора:

$$\alpha_{11} = \frac{\ln(r_0/r_1)}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}; \quad C_1 = \frac{1}{\alpha_{11}}. \quad (5)$$

4. По потенциальным коэффициентам для каждой группы определяются собственные и взаимные емкости проводов. Емкостные связи между проводами разных групп полагаются отсутствующими.

5. При моделировании подземных проводов предполагается учет возможного их контакта с землей путем задания проводимости активного шунта на единицу длины.

Проверка правильности разработанного алгоритма проведена путем сопоставления погонной емкости цилиндрического конденсатора, определяемой формулой:

Таблица 1. Сопоставление расчетов с точными формулами

Table 1. Comparison of calculations with exact formulas

Объект	$r_0$ , м	$x_0$ , м	$y_0$ , м	$r_1$ , м	$x_1$ , м	$y_1$ , м	$C_1$ , пФ/км	$C_2$ , пФ/км	Различие, %
Цилиндрический конденсатор	0,15	0	0,15	0,01	0	0,15	20,53	20,50	-0,2
	0,15	0	0,15	0,03	0	0,15	34,55	33,73	-2,4
	0,15	0	0,15	0,05	0	0,15	50,61	46,19	-8,8
	0,15	0	0,15	0,07	0	0,15	72,96	57,97	-20,5
	0,15	0	0,15	0,10	0	0,15	137,1	71,92	-47,6
Одиночный провод над землей	15	0	15	0,03	0	1,0	13,24	13,35	0,8

$$C_1 = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{r_0}{r_1}}$$

а также емкости одиночного провода, расположенного над землей:

$$C_1 = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{2y_1}{r_1}}$$

при большой высоте расположения провода, в сопоставлении с расчетами емкости  $C_2$  по представленному алгоритму. В случае одиночного провода над землей сравнение происходит с емкостью  $C_2$  для полости большого диаметра. Результаты сопоставительных расчетов приведены (табл. 1). Фактически здесь речь идет о погрешностях замены провода конечного радиуса тонким проводником.

Можно сделать вывод о том, что провода в цилиндрической полости для погрешности не более 10–13 % необходимо располагать так, чтобы расстояние от оси провода до границы полости было бы не менее 60 % радиуса провода.

Собственные и взаимные индуктивные сопротивления подземных проводов определяются без разделения их на группы в предположении малого влияния магнитного поля в изоляционных покровах. Применение для подземных проводов тех же соотношений для собственных сопротивлений ближней зоны, что и для надземных токоведущих частей, используется в работах [1, 2], хотя в работе [2] формула собственного внешнего сопротивления немного отличается от формул работ [1, 17]. Этот подход предполагает малое различие магнитного потока контура «смежный провод – земля» при подземном расположении смежного провода по сравнению с надземным.

Собственное внешнее сопротивление для частоты 50 Гц и высших гармоник практически всегда удовлетворяет условию ближней зоны:

$$r\sqrt{\gamma\omega\mu_0} < 0,25$$

и определяется следующими формулами:

$$\underline{Z}_{out} = \frac{\omega\mu_0}{8} + j \frac{\omega\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1,85}{r\sqrt{\gamma\omega\mu_0}}, \text{ Ом/м,}$$

или

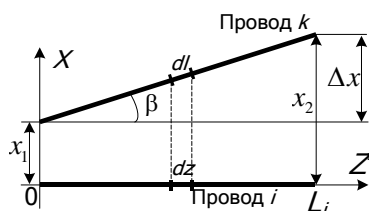


Рис. 2. Схема взаимного расположения влияющего и смежного проводов при косом сближении и совмещении оси  $Z'$  с проекцией на поверхность земли провода  $i$

Fig. 2. Scheme of the relative position of the influencing and adjacent wires at oblique convergence and alignment of the  $Z'$  axis with the projection of the wire  $i$  on the ground surface

$$\underline{Z}_{внеш} = 0,001 f +$$

$$+ j f \left[ 0,01148 - 0,001256 \ln \left( r \sqrt{0,02\gamma f} \right) \right],$$

где  $f$  – частота, Гц;  $r$  – эквивалентный радиус провода (в первой формуле в метрах, во второй – в сантиметрах);  $\gamma$  – удельная проводимость однородной земли, См/м;  $\mu_0$  – магнитная постоянная [11, 17].

Формулы для внутреннего сопротивления проводов приведены в работах [11, 18].

Сопротивление взаимной индуктивной связи между парой проводов при соблюдении условия

$$d\sqrt{\gamma\omega\mu_0} < 0,25$$

определяется по соотношению следующего вида:

$$\underline{Z}_M = \frac{\omega\mu_0}{8} + j \frac{\omega\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1,85}{d\sqrt{\gamma\omega\mu_0}}, \text{ Ом/м,} \quad (6)$$

или

$$\underline{Z}_M = 0,001 f +$$

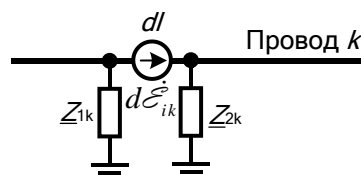
$$+ j f \left[ 0,005693 - 0,001256 \ln \left( d \sqrt{0,02\gamma f} \right) \right],$$

где  $d = \sqrt{(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2}$  – расстояние между проводами  $i$  и  $k$  с координатами  $(x_i, y_i)$ ,  $(x_k, y_k)$ , м.

При косом сближении (рис. 2), если подземный провод изолирован от земли и коэффициент затухания мал, то можно по-прежнему обойтись суммарной наведенной ЭДС по его длине, т. е. использовать интегральное взаимное сопротивление.

При утечке тока в землю необходимо учитывать распределенность параметров провода и наводимой ЭДС. По аналогии с работой [3] можно пренебречь затуханием и изменением фазы влияющего тока в пределах рассматриваемого участка. Длины ячеек цепочной схемы, замещающей многопроводную длинную линию, следует выбирать примерно на уровне 1/4 толщины скин-слоя в земле. Учет распределенности требуется и для надземных проводов в случае наличия распределенных шунтов при косом или параллельном сближении.

Методика расчета взаимного сопротивления [18] при наличии подземных проводов напрямую неприменима, поскольку формулы Карсона [5] построены на основе дополнения зеркального отображения



проводов в земле. Можно ограничиться выражениями взаимного сопротивления косого сближения для ближней зоны [3], которое при внимательном рассмотрении оказывается работающим для расстояний, превышающих ближнюю зону интеграла Карсона. В соответствии с работой [3] взаимоиндуктивное сопротивление при косом сближении (рис. 3) определяется приближенными формулами:

$$\underline{Z}_{12L} = \frac{j\omega\mu_0}{4\pi\text{tg}\alpha} [F(a_{\max}) - F(a_{\min})], \text{ Ом}; \quad (7)$$

$$F(a) = a \ln \frac{a^2 + \underline{h}_e^2}{a^2 + (h_1 - h_2)^2} + 2\underline{h}_e \arctg \frac{a}{\underline{h}_e} - 2(h_1 - h_2) \arctg \frac{a}{h_1 - h_2},$$

где  $h_1, h_2$  – высоты расположения влияющего провода и провода, подверженного влиянию (для подземного провода высота отрицательна);

$$\underline{h}_e = h_1 + h_2 + (1 - j) \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu_0}}; \rho - \text{удельное сопротивление}$$

земли; остальные обозначения на (рис. 3).

Для численной реализации удобно ввести следующие обозначения:

$$\underline{z}_1 = z_{1R} + j z_{1I} = \frac{a^2 + \underline{h}_e^2}{a^2 + (h_1 - h_2)^2};$$

$$\underline{z}_2 = \frac{a}{\underline{h}_e}; \underline{z}_3 = z_{3R} + j z_{3I} = \frac{j - \underline{z}_2}{j + \underline{z}_2},$$

тогда

$$\underline{F}_1(a) = a[0,5 \cdot \ln(z_{1R}^2 + z_{1I}^2) + j \arg(\underline{z}_1)];$$

$$\underline{F}_2(a) = \underline{h}_e[\arg(\underline{z}_3) - j0,5 \cdot \ln(z_{3R}^2 + z_{3I}^2)];$$

$$\underline{F}(a) = \underline{F}_1(a) + \underline{F}_2(a) - 2(h_1 - h_2) \arctg \frac{a}{h_1 - h_2}.$$

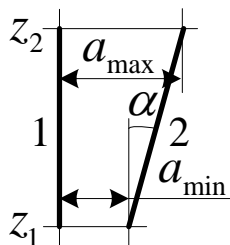


Рис. 3. Схема расположения проводов многопроводной системы  
Fig. 3. Wiring layout of a multi-wire system

Для параллельного сближения сопротивление на единицу длины по [3] после подстановки констант определяется выражением

$$\underline{Z}_{12} = j0,00062831853f \ln \frac{a^2 + \underline{h}_e^2}{a^2 + (h_1 - h_2)^2},$$

Ом/км.

При удельном сопротивлении земли более 1 000 Ом·м и высокой частоте, а также на большом расстоянии между проводами приближенные формулы могут давать погрешности.

Существует, однако, проблема применения цепных понятий собственного и взаимного сопротивлений, заключающаяся в том, что длина провода, ориентированного по оси Z, относительно которого отсчитываются углы, минимальна, а длины других проводов больше, т. е. провод  $i$  имеет длину, равную

$\sqrt{L^2 + \Delta x_i^2}$ , и это не главное обстоятельство, ограничивающее применение этого подхода. При непараллельных проводах нарушается плоскопараллельная картина поля и использование понятия сопротивления приводит к дополнительным погрешностям. В первом приближении относительной погрешностью подхода можно считать величину  $(\sqrt{L^2 + \Delta x_i^2} - L)/L$ . Если ограничиться достаточно большой погрешностью в 20 %, то максимальное отклонение наиболее «косого» провода равно  $\Delta x_{\max} = 0,66L$ , или  $\beta_{\max} = 42^\circ$ , что вполне приемлемо для практически важных случаев.

При формировании цепочечной схемы для каждой ячейки этой схемы предполагается использование формул косого сближения (7).

Проверочные расчеты проведены путем сопоставления следующих результатов:

- вычислений по приближенным формулам;
- расчетов для почти параллельного сближения по изложенному алгоритму;
- расчетов по формулам параллельного сближения.

Полученные результаты приведены для частоты 50 Гц при удельной проводимости земли 0,01 См/м, высоте влияющего провода 6 м, высоте провода, подверженного влиянию, – 5 м и длине влияющего провода 10 км (табл. 2). Вещественные части взаимных сопротивлений, вычисляемые по разным методам, практически совпадают.

Данные показывают интересную особенность в различиях параметров, определенных по формулам [3] и по (6): почти везде последние данные меньше первых на одно и то же значение 0,005 Ом/км (см. табл. 2). Относительные различия, однако, находятся в рамках обозначенной погрешности принятой аппроксимации не более 6 % [3].

Расхождения становятся достаточно большими только при значительном удалении проводов друг от друга, когда расстояние выходит за пределы

**Таблица 2.** Сопоставление расчетов мнимой части взаимного сопротивления, Ом/км  
**Table 2.** Comparison of calculations of the imaginary part of the mutual resistance, Ohm/km

№ п/п	$a_{\min}$ , м	$a_{\max}$ , м	$Z_{12}$ паралл. проводов при $a_{\min}$ [3]	$Z_{12}$ параллельных проводов при $a_{\min}$ по формулам (6)	Различие, %	$Z_{12}$ [3]	$Z_{12}$ по формулам [18]	Различие, %
1	99,9	100	0,145	0,140	3,6	0,145	0,140	3,6
2	10	100	0,265	0,260	1,9	0,189	0,184	2,7
3	50	100	0,187	0,182	2,7	0,164	0,159	3,1
4	50	500	0,187	0,182	2,7	0,091	0,086	5,8
5	50	1000	0,187	0,182	2,7	0,056	0,048	16,7
6	1	500	0,284	0,279	1,8	0,103	0,099	4,0
7	750	750,1	0,023	0,014	39	–	–	–

ближней зоны, для которой предназначена формула (6). Можно заметить еще один немаловажный момент: формулы [3] позиционируются приемлемыми также и для значений волнового параметра  $d\sqrt{\gamma\omega\mu_0} > 0,25$ .

Последняя строка (см. табл. 2) приведена для оценки границ применимости формул [3]. При ширине сближения параллельных проводов 750 м приведенные формулы уже не работают ( $d\sqrt{\gamma\omega\mu_0} = 1,49 > 0,25$ ). Вычисление сопротивления с помощью рядов [18, 19] дает значение 0,027 Ом/км, что отличается от 0,023 Ом/км на 15 %; при увеличении ши-

рины сближения отклонения возрастают. Таким образом, применение формул [3] для вычислений собственных и взаимных сопротивлений оказывается предпочтительным, и они работают на частоте 50 Гц до расстояний между проводами 500–750 м.

### Заключение

Разработанная методика определения собственных и взаимных сопротивлений в многопроводных системах, содержащих подземные провода, предназначена для использования в алгоритмах расчета режимов электрических сетей в фазных координатах. Методика реализована в программном комплексе «Fazonord».

### Список литературы

1. Михайлов М.И., Разумов Л.Д. Защита кабельных линий связи от влияния внешних электромагнитных полей. М. : Связь, 1967. 343 с.
2. Вэнс Э.Ф. Влияние электромагнитных полей на экранированные кабели. М. : Радио и связь, 1982. 120 с.
3. Костенко В.М. Взаимные сопротивления между воздушными линиями с учетом поверхностного эффекта в земле // Электричество. № 10. 1955. С. 29–34.
4. Наведенные продольные напряжения в параллельных воздушных линиях электропередачи / М.Ш. Мисриханов, С.Г. Мурзин, В.Н. Седунов и др. // Изв. Самар. науч. центра РАН. 2012. № 5(3), Т. 14. С. 808–814.
5. Carson J. R. Wave propagation in overhead wires with ground return. Bell Syst. Tech. J. 1926. № 5. P. 539–554.
6. Гринберг Г.А., Бонштедт Б.Э. Основы точной теории волнового поля линий электропередачи // ЖТФ. 1954. Т. 24. Вып. 1. С. 67–95.
7. Волновые процессы и перенапряжения в подземных линиях / М.В. Костенко, Н.И. Гумерова, А.Н. Данилин и др. СПб. : Энергоатомиздат, 1991. 232 с.
8. Слышалов В.К., Кандалов Ю.В. Электромагнитное поле и параметры подземных трубопроводов с антикоррозионным покрытием // Вестник ИГЭУ. 2011. Вып. 5. С. 1–7.
9. Костенко М.В., Перельман Л.С., Шкарин Ю.П. Волновые процессы и электрические помехи в многопроводных линиях высокого напряжения. М. : Энергия, 1973. 272 с.
10. Правила защиты устройств проводной связи и проводного вещания от влияния тяговой сети электрифицированных железных дорог переменного тока. М. : Транспорт, 1989. 134 с.
11. Закарюкин В.П., Крюков А.В. Сложнонесимметричные режимы электрических систем. Иркутск : Изд-во Иркут. гос. ун-та, 2005. 273 с.
12. Закарюкин В.П., Крюков А.В. Определение наведенных напряжений при непараллельном сближении линий электропередачи // Электрические станции. № 5. 2015. С. 47–52.
13. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М. : Наука, 1973. 736 с.
14. Методы расчетов электростатических полей / Н.Н. Миролубов, М.В. Костенко, М.Л. Левинштейн и др. М. : Высш. шк., 1963. 415 с.
15. Бинс К., Лауренсон П. Анализ и расчет электрических и магнитных полей. М. : Энергия, 1970. 375 с.
16. Нейман Л.Р., Демирчан К.С. Теоретические основы электротехники. Т. 2. М. : Высш. шк., 1981. 408 с.
17. Мельников Н.А., Рокотян С.С., Шеренцис А.Н. Проектирование электрической части воздушных линий электропередачи 330–500 кВ. М. : Энергия, 1974. 472 с.

18. Закарюкин В.П., Крюков А.В. Уточненная методика определения взаимных электромагнитных влияний смежных линий электропередачи // Изв. вузов. Энергетика. № 3-4. 2015. С. 29–35.
19. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М. : Физматгиз, 1963, 1100 с.

### References

- Mikhailov M.I., Razumov L.D. Zashchita kabel'nykh linii svyazi ot vliyaniya vneshnikh elektromagnitnykh polei [Protection of cable communication lines from the influence of external electromagnetic fields]. Moscow: Svyaz' Publ., 1967. 343 p.
- Vance E.F. Zashchita kabel'nykh linii svyazi ot vliyaniya vneshnikh elektromagnitnykh polei [Influence of electromagnetic fields on shielded cables]. Moscow: Radio i svyaz' Publ., 1982. 120 p.
- Kostenko V.M. Vzaimnye soprotivleniya mezhdru vozduzhnymi liniyami s uchetom poverkhnostnogo effekta v zemle [Mutual resistances between overhead lines taking into account the surface effect in the ground]. *Elektrichestvo [Electricity]*, No. 10, 1955. Pp. 29–34.
- Misrikhanov M.Sh., Murzin S.G., Sedunov V.N., Tokarskii A.Yu. Navedennye prodol'nye napryazheniya v parallel'nykh vozduzhnykh liniyakh elektroperedachi [Induced longitudinal stresses in parallel overhead power lines] *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra RAN [The Bulletin of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences]*, No. 5 (3). Vol. 14. 2012. Pp. 808–814.
- Carson J.R. Wave propagation in overhead wires with ground return. *Bell Syst. Tech. J.*, No. 5, 1926. Pp. 539–554.
- Grinberg G.A., Bonshtedt B.E. Osnovy tochnoi teorii volnovoogo polya linii elektroperedachi [Fundamentals of the exact theory of the wave field of power lines]. *ZhTF [Journal of Theoretical Physics]*, 1954. Vol. 24. Issue 1. Pp. 67–95.
- Kostenko M.V., Gumerova N.I., Danilin A.N. et al. Volnovye protsessy i perenapryazheniya v podzemnykh liniyakh [Wave processes and overvoltage in underground lines]. St. Petersburg: Energoatomizdat Publ., 1991. 232 p.
- Slyshalov V.K., Kandalov Yu.V. Elektromagnitnoe pole i parametry podzemnykh truboprovodov s antikorrozionnym pokrytiem [Electromagnetic field and parameters of underground pipelines with anti-corrosion coating]. *Vestnik IGEU [Bulletin of the Ivanovo State Power Engineering University]*, Issue 5, 2011. Pp. 1–7.
- Kostenko M.V., Perel'man L.S., Shkarin Yu.P. Volnovye protsessy i elektricheskie pomekhi v mnogoprovodnykh liniyakh vysokogo napryazheniya [Wave processes and electrical noise in multi-wire high voltage lines]. Moscow, Energiya Publ., 1973. 272 p.
- Pravila zashchity ustroystv provodnoi svyazi i provodnogo veshchaniya ot vliyaniya tyagovoi seti elektrifitsirovannykh zheleznykh dorog peremennogo toka [Rules for the protection of wire communication devices and wire broadcasting from the influence of the traction network of alternating current electrified railways]. Moscow: Transport Publ., 1989. 134 p.
- Zakaryukin V.P., Kryukov A.V. Slozhnonessimmetrichnye rezhimy elektricheskikh sistem [Complex asymmetric modes of electrical systems]. Irkutsk: Irkutsk University Publ., 2005. 273 p.
- Zakaryukin V.P., Kryukov A.V. Opredelenie navedennykh napryazhenii pri neparallel'nom sblizhenii linii elektroperedachi [Determination of induced voltages in case of non-parallel convergence of power lines]. *[Electric stations]*, No. 5, 2015. Pp. 47–52.
- Lavrent'ev M.A., Shabat B.V. Metody teorii funktsii kompleksnogo peremennogo [Methods of the theory of functions of the complex variable]. Moscow: Nauka Publ., 1973. 736 p.
- Mirolubov N.N., Kostenko M.V., Levinstein M.L., Tikhodeev N.N. Metody raschetov elektrosticheskikh polei [Methods of calculating electrostatic fields]. Moscow: Vysshaya shkola Publ., 1963. 415 p.
- Binns K. J., Launderson P. J. Analysis and computation of electric and magnetic field problems. Pergamon Press, 1963, 324 p. (Russ. ed.: Binns K. Dzh., Launderson P. Dzh. Analiz i raschet elektricheskikh i magnitnykh polei. Moscow: Energiya Publ., 1970, 375 p.).
- Neiman L.R., Demirchan K.S. Teoreticheskie osnovy elektrotehniki. T. 2. [Theoretical foundations of electrical engineering. Vol. 2]. Moscow: Vysshaya shkola Publ., 1981. 408 p.
- Mel'nikov N.A., Rokotyan S.S., Sherentsis A.N. Proektirovanie elektricheskoi chasti vozduzhnykh linii elektroperedachi 330–500 kV [Design of electrical parts of 330–500 kV overhead power transmission lines]. Moscow: Energiya Publ., 1974. 472 p.
- Zakaryukin V.P., Kryukov A.V. Utochnyonnaya metodika opredeleniya vzaimnykh elektromagnitnykh vliyaniy smezhnykh linii elektroperedachi [A refined method for determining the mutual electromagnetic influences of adjacent power lines]. *Izvestiya vuzov. Energetika [Bulletin of higher educational institutions. Energy]*, No. 3-4, 2015. Pp. 29–35.
- Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M. Tablitsy integralov, summ, ryadov i proizvedenii [Tables of integrals, sums, series and products]. Moscow: Fizmatgiz Publ., 1963, 1100 p.

### Информация об авторах

**Закарюкин Василий Пантелеймонович** – д-р техн. наук, доцент, ООО «Smart grid», г. Иркутск, e-mail: zakar49@mail.ru  
**Крюков Андрей Васильевич** – д-р техн. наук, профессор, Иркутский государственный университет путей сообщения; Иркутский национальный исследовательский технический университет, г. Иркутск, e-mail: and\_kryukov@mail.ru

### Information about the authors

**Vasilii P. Zakaryukin** – Doctor of Engineering Science, Associate Professor, “Smart grid” ООО, e-mail: zakar49@mail.ru  
**Andrei V. Kryukov** – Doctor of Engineering Science, Prof., Irkutsk State Transport University, Irkutsk National Research Technical University, e-mail: and\_kryukov@mail.ru