

10. Randall R.B. Vibration-based condition monitoring: industrial, aerospace and automotive applications. John Wiley & Sons. March 2011, 289 p.
11. Petukhov V. Diagnostika elektrodvigatelyei. spektral'nyi analiz modulei vektorov Parka toka i napryazheniya [Diagnostics of electric motors. Spectral analysis of modules of vectors of the Park of current and voltage]. *Novosti elektrotehniki [Electrical Engineering News]*, 2008. No. 1(50). Pp. 33–37.
12. Taylor Y.Y. The Vibration Analysis Handbook. VC1, 2003. 375 p.
13. Yakubov M.S., Faizullaev Zh.S. Informatsionno-matematicheskaya model' diagnostirovaniya ekspluatatsionnogo rezhima tyagovogo elektrodvigatelya [Information-mathematical model for diagnosing the operating mode of a traction motor]. *Mezhdunarodnyi zhurnal «Khimicheskaya tekhnologiya. Kontrol' i upravlenie» [International journal "Chemical technology. Control and management"]*, 2018. No. 3. Pp. 85–92.
14. Petukhov V. Diagnostika sostoyaniya elektrodvigatelyei: Metod kontrol'nogo analiza potrebyaemogo toka [Diagnostics of the state of electric motors: A method of control analysis of the consumed current]. *Novosti elektrotehniki [Electrical Engineering News]*, 2005. No. 1(31). Pp. 23–28.
15. Kuntsov V.V. et al. Razrabotka metodiki tokovoi diagnostiki asinkhronnykh dvigatelei po nestatsionarnym rezhimam raboty [Development of a methodology for current diagnostics of asynchronous motors by non-stationary operating modes] *Vestnik Yuzh. Ural. gos. un-ta [The bulletin of South Ural State University]*, 2009. No. 34 (167). Pp. 123–129.
16. GOST-17509-72 Nadezhnost' izdelii mashinostroeniya. Sistema sbora i obrabotki informatsii, metody opredeleniya tochnykh otsenok pokazatelya nadyozhnosti po rezul'tatom nablyudeni [GOST-17509-72. Reliability of mechanical engineering products. System for collecting and processing information, methods for determining point estimates of reliability indicators based on the results of observations]. 1972. 57 p.
17. Tonkikh V.G. Metod diagnostiki asinkhronnykh elektrodvigatelyei v sel'skom khozyaystve na osnove analiza ikh vneshnego magnitnogo polya [A method of diagnostics of asynchronous electric motors in agriculture based on the analysis of their external magnetic field]. Barnaul, 2009. 181 p.
18. Goryainov V.T. Statisticheskaya radiotekhnika. Primery i zadashi [Statistical radio engineering. Examples and problems]. Moscow: Sov. Radio Publ., 1980. 544 p.
19. Juan Pablo Amezcua-Sanchez, Daniel Morinigo-Sotelo, Konstantinos N. Vibration analysis as a diagnosis tool for health monitoring of industrial machines [electronic media]. URL: <https://www.hindawi.com/journals/sv/about/>.
20. Trout J. Vibration analysis explained [Electronic media]. URL: <https://www.reliableplant.com/vibration-analysis-31569>.
21. Mohamadi Monavar H., Ahmadi H., Mohtasebi S.S. and Hasani S. "Vibration condition monitoring techniques for fault diagnosis of electromotor with 1,5 kW power [Electronic media]. URL: <https://scialert.net/abstract/?doi=jas.2008.1268.1273>.

Информация об авторах

Якубов Мирджалил Сагатович – канд. техн. наук, профессор, профессор кафедры электроснабжения, Ташкентский государственный транспортный университет, г. Ташкент, e-mail: etkmyakubov@yandex.ru

Исроилов Улугбек Шавкатович – старший преподаватель кафедры электротехники, Ташкентский государственный транспортный университет, г. Ташкент, e-mail: etkmyakubov@yandex.ru

Каримов Ислом Азим угли – ассистент кафедры электроснабжения, Ташкентский государственный транспортный университет, г. Ташкент, e-mail: Smartstar3009101@gmail.com

Information about the authors

Mirdzhalil S. Yakubov – Ph. D. of Engineering Science, Professor, Professor of the Subdepartment of Power Supply, Tashkent State Transport University, Tashkent, e-mail: etkmyakubov@yandex.ru

Ulugbek Sh. Isroilov – Senior Lecturer of the Subdepartment of Electrical Engineering, Tashkent State Transport University, Tashkent, e-mail: etkmyakubov@yandex.ru

Islom Azim ugli Karimov – assistant of the Subdepartment of Power Supply, Tashkent State Transport University, Tashkent, e-mail: Smartstar3009101@gmail.com

DOI 10.26731/1813-9108.2021.2(70).43-51

УДК 621.311.6

Устойчивость работы параметрического умножителя числа фаз на основной частоте

И. М. Бедрицкий, К. К. Жураева, Л. Х. Базаров

Ташкентский государственный транспортный университет, г. Ташкент, Республика Узбекистан

Резюме

Умножители числа фаз находят применение в устройствах автоматики, радиоэлектронной аппаратуры, средств связи в случаях, когда нет возможности воспользоваться многофазными цепями или их применение связано с определенными техническими или экономическими трудностями. Наибольшее распространение получили устройства такого типа в виде умножителя числа фаз, которые находят применение в однофазных цепях для питания трехфазных потребителей. С точки зрения схемотехники, наиболее простыми являются умножители числа фаз на базе нелинейных LC-цепей, имеющие высокую надежность и относительно невысокие габариты при питании устройств малой и средней мощности. Однако умножители числа фаз на базе LC-цепей при определенных условиях могут работать в резонансных режимах, следовательно, в них могут возникать скачки напряжений или токов. В статье рассматривается работа параметрического умножителя числа фаз, работающего на основной частоте, находящего применение в однофазных цепях для питания трех-

фазных потребителей, с точки зрения теории устойчивости колебательных процессов. Исследование устойчивости умножителя числа фаз проводится по критерию устойчивости Гурвица. Анализируются характерные как схемотехнические, так и режимные параметры умножителя числа фаз на базе LC-цепей и их влияние на его устойчивую работу. Получены данные, что изменение нагрузки преобразователя числа фаз на базе LC-цепей от короткого замыкания до холостого хода на режим устойчивости не влияет. Сделан вывод, что с точки зрения теории устойчивости колебаний предлагаемая цепь является пригодной для разработки реальных умножителей частоты малой и средней мощности.

Ключевые слова

устойчивость колебаний, параметрический умножитель числа фаз, критерий устойчивости, границы устойчивости, скачкообразное изменение параметров

Для цитирования

Бедрицкий И.М. Устойчивость работы параметрического умножителя числа фаз на основной частоте / И. М. Бедрицкий, К. К. Жураева, Л. Х. Базаров // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2021. – № 2 (70). – С. 43–51. – DOI: 10.26731/1813-9108.2021.2(70).43-51

Информация о статье

поступила в редакцию: 12.01.2021, поступила после рецензирования: 09.02.2021, принята к публикации: 25.02.2021

Stability of the parametric phase number multiplier at the fundamental frequency

I. M. Bedritskii, K. K. Zhuraeva, L. Kh. Bazarov

Tashkent State Transport University, Tashkent, the Republic of Uzbekistan

Abstract

Phase number multipliers are used in automation devices, electronic equipment, communications in cases where there is no possibility to use multiphase circuits or their use is associated with certain technical or economic difficulties. Devices of this type in the form of a phase number multiplier, which found application in single-phase circuits for powering three-phase consumers, got the most widespread use. From the point of view of circuitry, the simplest are phase multipliers based on nonlinear LC circuits, which have high reliability and relatively small dimensions when powering devices of low and medium power. However, phase number multipliers based on LC circuits can operate in resonant modes under certain conditions, hence, voltage or current surges may occur in them. The article considers the work of a parametric phase number multiplier operating at the fundamental frequency, used in single-phase circuits for powering three-phase consumers from the point of view of the theory of stability of oscillatory processes. The stability of the phase number multiplier is studied according to the Hurwitz stability criterion. The characteristic circuit design and operating parameters of the phase multiplier based on LC circuits and their influence on its stable operation are analyzed. According to data obtained, the change in the load of the phase number converter based on LC circuits from short circuit to no-load does not affect the stability mode. It is concluded that from the point of view of the theory of vibration stability, the proposed circuit is suitable for the development of real frequency multipliers of low and medium power.

Keywords

stability of oscillations, parametric phase number multiplier, stability criterion, stability boundaries, abrupt change of parameters

For citation

Bedritskii I. M., Zhuraeva K. K., Bazarov L. Kh. Ustoichivost' raboty parametricheskogo umnozhitelya chisla faz na osnovnoi chastote [Stability of the parametric phase number multiplier at the fundamental frequency]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemy analiz. Modelirovanie* [Modern Technologies. System Analysis. Modeling], 2021, No. 2 (70), pp. 43–51. – DOI: 10.26731/1813-9108.2021.2(70).43-51

Article Info

Received: 12.01.2021, Revised: 09.02.2021, Accepted: 25.02.2021

Введение

Искусственные умножители числа фаз применяются для питания в устройствах автоматики, радиоэлектронной аппаратуры, средств связи и электро-технологических устройств в случаях, когда рядом нет многофазных цепей или их применение встречает технические или экономические трудности [1–5]. Наиболее распространенными устройствами такого типа являются умножители числа фаз, находящие применение в однофазных цепях для питания трех-

фазных потребителей. Самыми простыми с точки зрения схемотехники являются умножители числа фаз на базе нелинейных LC-цепей [3, 5–7], имеющие высокую надежность и относительно невысокие габариты при питании устройств малой и средней мощности. Однако умножители числа фаз на базе LC-цепей могут работать в резонансных режимах, следовательно, в них могут возникать скачки напряжений или токов. Поэтому исследование устойчивости работы LC-умножителей и определе-

ние границ его устойчивой работы представляет существенный научный интерес.

Постановка задачи

Рассмотрим параметрический умножитель числа фаз по схеме (рис. 1) [7], где S_1, S_2, S_3 – площади сечений стержней; L_1, L_2, L_3 – средние длины магнитных линий; Φ_1, Φ_2, Φ_3 – мгновенные значения магнитных потоков в стержнях магнитопровода; g_1, g_2 – активные проводимости первичных обмоток; W_1, W_2 – числа витков первичных обмоток; i_1, i_2 – мгновенные значения тока в первичных обмотках; i_{g1}, i_{g2} – мгновенные значения тока в проводимостях первичных обмоток; C_1, C_2 – емкости конденсаторов, подключенных параллельно первичным обмоткам; i_{c1}, i_{c2} – мгновенные значения тока в конденсаторах; $i = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i)$ – мгновенное значение питающего тока, в первом приближении принятого синусоидальным; $u = U_m \cdot \sin(\omega t + \psi_u)$ – мгновенное значение питающего напряжения; W_3, W_4, W_5 – числа витков вторичных обмоток умножителя; $A, B, C, 0$ – соответственно выводы начала искусственных фаз умножителя и нулевой точки.

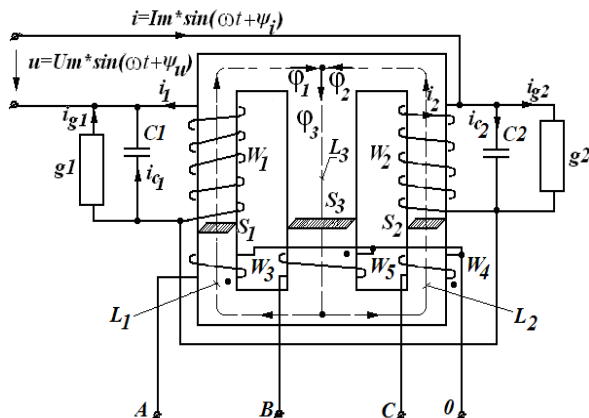


Рис. 1. Параметрический умножитель числа фаз

Fig. 1. Parametric multiplier of the number of phase

С учетом аппроксимации кривой намагничивания $H = k \cdot b^9$ [8–14] после некоторых преобразований эта схема опишется системой уравнений

$$\begin{cases} b_1 \cdot S_1 + b_2 \cdot S_2 - b_3 \cdot S_3 = 0, \\ b_1^9 = \frac{k \cdot L_2 \cdot b_2^9 - i_2 \cdot W_2 + i_1 \cdot W_1}{k \cdot L_1}, \\ u = W_1 \cdot S_1 \frac{db_1}{dt} + W_2 \cdot S_2 \frac{db_2}{dt}, \\ i = i_2 + i_c + i_{g2}, \\ i = i_1 + i_{g1}, \end{cases} \quad (1)$$

где мгновенные значения токов в ветвях цепи могут быть найдены из выражений $i_2 = \frac{k \cdot L_2 \cdot b_2^9}{W_2}$;

$$i_c = W_2 \cdot C \cdot S_2 \cdot \frac{d_2 b_2}{dt^2}; \quad i_{g2} = W_2 \cdot g_2 \cdot S_2 \frac{db_2}{dt}$$

$$i_1 = \frac{k \cdot L_1 \cdot b_1^9}{W_1}; \quad i_{g1} = W_1 \cdot g_1 \cdot S_1 \cdot \frac{db_1}{dt}$$

В этой упрощенной модели умножителя числа фаз не применяется модель характеристики намагничивания сердечника в виде петли гистерезиса [15, 16], так как нелинейные индуктивности L_1 и L_2 работают в режиме, близком к насыщению, а ширина петли гистерезиса близка к нулевому значению.

Преобразуем систему (1), для чего произведем замену переменных:

$$\frac{db_2}{dt} = F; \quad \frac{d_2 b_2}{dt^2} = \frac{dF}{dt} \quad (2)$$

Выразим через полученное выражение $\frac{dF}{dt}$ и после преобразования получим:

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dt} = & b_1^9 \left(1 + \frac{W_1}{W_2}\right) - b_2^9 \left(\frac{L_2}{L_1} + \frac{W_1 \cdot L_2}{W_2 + L_1}\right) + \\ & + \frac{db_1}{dt} \left(\frac{W_1 \cdot W_2 \cdot g_1 \cdot S_1 + W_1^2 \cdot g_1 \cdot S_1}{k \cdot L_1}\right) - \\ & - F \left(\frac{g_2 \cdot S_2 \cdot W_2^2 + W_1 \cdot W_2 \cdot g_2 \cdot S_2}{k \cdot L_1}\right). \end{aligned}$$

Выразим $\frac{db_1}{dt}$ в соответствии с (1), получим

$$\frac{db_1}{dt} = \frac{u - W_2 \cdot S_2 \cdot F}{W_1 \cdot S_1}$$

Введем обозначения:

$$A = W_2 \cdot S_2; \quad B = W_1 \cdot S_1; \quad D = 1 + \frac{W_2}{W_1}; \quad K = \frac{L_2}{L_1} + \frac{W_1 \cdot L_2}{W_2 + L_1};$$

$$L = \frac{W_1 \cdot W_2 \cdot g_1 \cdot S_1 + W_1^2 \cdot g_1 \cdot S_1}{k \cdot L_1}; \quad M = \frac{W_2^2 \cdot g_2 \cdot S_2 + W_1 \cdot W_2 \cdot g_2 \cdot S_2}{k \cdot L_1};$$

$$N = \frac{W_2^2 \cdot C \cdot S_2 + W_1 \cdot W_2 \cdot C \cdot S_2}{k \cdot L_1}$$

С учетом принятых обозначений получим выражение для $\frac{dF}{dt}$:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{b_1^9 \cdot D - b_2^9 \cdot k + \left(\frac{u - A \cdot F}{D} \cdot L\right) - F \cdot M}{N}.$$

Учитывая, что $u = U_m \cdot \sin(\omega t + \psi_u)$, выражение (1) преобразуется к виду

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{db_1}{dt} &= \frac{U_m \sin(\omega t + \psi_u) - A \cdot F}{B}, \\ \frac{dF}{dt} &= \frac{b_1^9 \cdot D - b_2^9 \cdot k + \frac{U_m \sin(\omega t + \psi_u) - A \cdot F}{D} \cdot L - F \cdot M}{N}, \\ \frac{db_2}{dt} &= F. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Эту систему используем как основу для исследования на устойчивость работы параметрического множителя числа фаз.

Решение задачи

Найдем общие выражения для исследования устойчивости множителя числа фаз по критерию устойчивости Гурвица [17, 18]. Известна система дифференциальных уравнений (3), описывающая электрическое состояние цепи. Для уменьшения числа неизвестных выразим F из (2) и, подставив его в (3), после преобразования получим:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{db_1}{dt} &= A_1 \cdot U_m \sin(\omega t + \psi_u) - A_2 \cdot \frac{db_2}{dt}; \\ \frac{d_2 b_2}{dt^2} &= D_1 \cdot b_1^9 - D_2 \cdot b_2^9 + D_3 \cdot U_m \sin(\omega t + \psi_u) - \\ &- D_4 \cdot \frac{db_2}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $A_1 = \frac{1}{B}$; $A_2 = \frac{A}{B}$; $D_1 = \frac{D}{N}$; $D_2 = \frac{K}{N}$;

$$D_3 = \frac{L}{BN}; D_4 = \frac{AL}{BN} - \frac{M}{N}.$$

Преобразуем (4) по методу медленно меняющихся амплитуд, считая, что неизвестные b_1 , b_2 могут быть представлены следующим образом:

$$\begin{aligned} b_1 &= x \sin \omega t + y \cos \omega t, \\ b_2 &= m \sin \omega t + n \cos \omega t, \end{aligned}$$

где x , y , m , n – медленно меняющиеся во времени амплитуды искоемых колебаний. Найдем производные $\frac{db_1}{dt}$, $\frac{db_2}{dt}$ и учитывая, что x , y , m , n медленно изменяются во времени, в первом приближении получим

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{db_1}{dt} &= x\omega \cdot \cos \omega t - y\omega \cdot \sin \omega t; \\ \frac{db_2}{dt} &= m\omega \cdot \cos \omega t - n\omega \cdot \sin \omega t; \\ \frac{d_2 b_2}{dt^2} &= -(\omega^2 m + 2\omega \cdot \frac{dn}{dt}) \sin \omega t + \\ &+ (-\omega^2 n + 2\omega \cdot \frac{dm}{dt}) \cos \omega t. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Подставив (5) в (4) получаем:

$$\left\{ \begin{aligned} x\omega \cdot \cos \omega t - y\omega \cdot \sin \omega t &= A_1 \cdot U_m \sin(\omega t + \psi_u) - \\ &- A_2(m\omega \cdot \cos \omega t - n\omega \cdot \sin \omega t), \\ -(\omega^2 m + 2\omega \cdot \frac{dn}{dt}) \sin \omega t + (-\omega^2 n + 2\omega \cdot \frac{dm}{dt}) \cos \omega t &= \\ = D_1(x \sin \omega t + y \cos \omega t)^9 - \\ - (D_2(m \sin \omega t + n \cos \omega t))^9 + D_3(U_m \sin(\omega t + \psi_u) - \\ - D_4(m\omega \cdot \cos \omega t - n\omega \cdot \sin \omega t)). \end{aligned} \right\}$$

Преобразуем полученные выражения по методу гармонического баланса. Для первого выражения имеем

$$\begin{aligned} x\omega \cdot \cos \omega t - y\omega \cdot \sin \omega t &= A_1 U_m \sin \omega t \cdot \cos \psi_u + \\ &+ A_1 U_m \cos \omega t \cdot \sin \psi_u - A_2 \omega \cos \omega t + A_2 n \omega \cdot \sin \omega t. \end{aligned} \quad (6)$$

Приравнивая в (6) коэффициенты при $\cos \omega t$ и $\sin \omega t$ получаем

$$\left\{ \begin{aligned} -y\omega &= A_1 U_m \cdot \cos \psi_u + A_2 n \omega, \\ x\omega &= A_1 U_m \cdot \sin \psi_u - A_2 m \omega. \end{aligned} \right. \quad (7)$$

Для второго выражения двучлены $(x \sin \omega t + y \cos \omega t)^9$ и $(m \sin \omega t + n \cos \omega t)^9$ преобразуем по биному Ньютона. В полученных выражениях степени $\cos \omega t$ и $\sin \omega t$ преобразуем в сумму гармоник в первой степени и, не учитывая четные гармоники, а также гармоники выше первой, будем иметь

$$\begin{aligned} (x \sin \omega t + y \cos \omega t)^9 &\approx \sin \omega t(0,5x^9 + 19,7x^7 y^2 + \\ &+ 29,5x^5 y^4 + 19,7x^3 y^6 + 2,5xy^8) + \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} + \cos \omega t(14,8x^8 y + 39,4x^6 y^3 + 29,5x^4 y^5 + \\ + 9,8x^2 y^7 + 0,5y^9), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (m \sin \omega t + n \cos \omega t)^9 &\approx \sin \omega t(0,5m^9 + \\ &+ 19,7m^7 n^2 + 29,5m^5 n^4 + 19,7m^3 n^6 + \\ &+ 2,5mn^8) + \cos \omega t(14,8m^8 n + 39,4m^6 n^3 + \\ &+ 29,5m^4 n^5 + 9,8m^2 n^7 + 0,5n^9). \end{aligned} \quad (9)$$

Обозначим коэффициент при $\sin \omega t$ в (8) через X , при $\cos \omega t$ – через Y , а в выражении (9) коэффициент при $\sin \omega t$ через M , а при $\cos \omega t$ – через N . Учитывая принятые обозначения и сравнивая коэффициенты при $\sin \omega t$ и $\cos \omega t$, преобразуем полученное выражение по методу гармонического баланса, получим систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} -(\omega^2 m + 2\omega \frac{dn}{dt}) = D_1 X - D_2 M + D_3 U_m \cos \psi_u + D_4 n \omega, \\ -\omega^2 n + 2\omega \frac{dm}{dt} = D_1 Y - D_2 N + D_3 U_m \sin \psi_u - D_4 m \omega. \end{array} \right.$$

С учетом (6) и (7) имеем систему алгебраических и дифференциальных уравнений относительно медленно меняющихся амплитуд:

$$\left\{ \begin{array}{l} -y\omega = A_1 U_m \cos \psi_u + A_2 n \omega \\ x\omega = A_1 U_m \sin \psi_u - A_2 m \omega \\ -(\omega^2 m + 2\omega \frac{dn}{dt}) = D_1 X - D_2 M + D_3 U_m \cos \psi_u + D_4 n \omega \\ -\omega^2 n + 2\omega \frac{dm}{dt} = D_1 Y - D_2 N + D_3 U_m \sin \psi_u - D_4 m \omega \end{array} \right. \quad (10)$$

Преобразуем систему (10) относительно производных медленно меняющихся амплитуд, для чего выразим из первых двух выражений (10) соответственно y и x . Получаем

$$y = \frac{A_1 U_m \cos \psi_u - A_2 n}{\omega}; \quad x = \frac{A_1 U_m \sin \psi_u - A_2 m}{\omega}. \quad (11)$$

$$\text{Обозначим } C = \frac{A_1 U_m \cdot \cos \psi_u}{\omega}; \quad S = \frac{A_1 U_m \cdot \sin \psi_u}{\omega}.$$

Подставим (11) в два последних выражения из (10) с учетом вновь принятых обозначений. Так как X и Y являются функциями x и y , то с новой подстановкой они станут функциями m и n . Получим:

$$\begin{aligned} X_{mn} = & 0,5(s - A_{2m})^9 + 19,7(s - A_{2m})^7(-c - A_{2n})^2 + \\ & + 29,5(s - A_{2m})^5(-c - A_{2n})^4 + \\ & + 19,7(s - A_{2m})^3(-c - A_{2n})^6 + 2,5(s - A_{2m})(-c - A_{2n})^8, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} Y_{mn} = & 14,8(s - A_{2m})^8(-c - A_{2n}) + \\ & + 39,4(s - A_{2m})^6(-c - A_{2n})^3 + \\ & + 29,5(s - A_{2m})^4(-c - A_{2n})^5 + \\ & + 9,8(s - A_{2m})^2(-c - A_{2n})^7 + 0,5(-c - A_{2n})^9. \end{aligned} \quad (13)$$

При подстановке (12) и (13) в два нижних уравнения системы (10) после преобразований получим систему дифференциальных уравнений относительно производных медленно меняющихся амплитуд m и n :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dn}{dt} = \frac{-D_1 X_{mn} + D_2 M - D_3 U_m \cos \psi_u - D_4 \cdot n - \omega m}{2\omega} \\ \frac{dm}{dt} = \frac{D_1 Y_{mn} - D_2 N + D_3 U_m \sin \psi_u - D_4 \cdot m + \omega n}{2\omega} \end{array} \right. \quad (14)$$

Обозначим m и n в установившихся режимах через m_0 и n_0 . Подставив в (14) вместо m и n их установившиеся значения, а также приравняв $\frac{dn}{dt} = 0$; $\frac{dm}{dt} = 0$, получаем систему алгебраических уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{-D_1 X_{mn}(0) + D_2 M(0) - D_3 U_m \cos \psi_u}{2\omega} - \frac{D_4 n(0) - \omega m(0)}{2} = 0, \\ \frac{D_1 Y_{mn}(0) - D_2 N(0) + D_3 U_m \sin \psi_u}{2\omega} - \frac{D_4 m(0) + \omega n(0)}{2} = 0. \end{array} \right. \quad (15)$$

Решая систему (15), можно найти установившиеся значения амплитуд m_0 и n_0 .

Пусть в результате возмущения амплитуды колебаний получили малые приращения Δm и Δn , т. е. $m = m_0 + \Delta m$ $n = n_0 + \Delta n$. С учетом сказанного из (15) получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d(n_0 + \Delta n)}{dt} = \frac{-D_1 \cdot X_{\left(\begin{smallmatrix} n_0 + \Delta n \\ m_0 + \Delta m \end{smallmatrix} \right)} + D_2 \cdot M_{\left(\begin{smallmatrix} n_0 + \Delta n \\ m_0 + \Delta m \end{smallmatrix} \right)} - D_3 U_m \cos \psi_u}{2\omega} - \frac{D_4 (n_0 + \Delta n) - \omega (m_0 + \Delta m)}{2} \\ \frac{d(m_0 + \Delta m)}{dt} = \frac{D_1 \cdot Y_{\left(\begin{smallmatrix} n_0 + \Delta n \\ m_0 + \Delta m \end{smallmatrix} \right)} - D_2 \cdot N_{\left(\begin{smallmatrix} n_0 + \Delta n \\ m_0 + \Delta m \end{smallmatrix} \right)} + D_3 U_m \sin \psi_u}{2\omega} - \frac{D_4 (m_0 + \Delta m) + \omega (n_0 + \Delta n)}{2} \end{array} \right.$$

Развернем значения $\frac{d(n_0 + \Delta n)}{dt}$ и $\frac{d(m_0 + \Delta m)}{dt}$ из последнего выражения в ряд

Тейлора по малым приращениям Δn и Δm , и в силу их малости ограничимся слагаемыми с первыми степенями Δn и Δm . Для указанного разложения найдем частные производные:

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_{mn}}{\partial m} &= 4,5(s - A_{2m})^8 \cdot A_2 + 137,9(-c - A_{2n})^2(s - A_{2m})^6 \cdot A_2 + \\ &+ 147,5(-c - A_{2n})^4(s - A_{2m})^4 \cdot A_2 + 59,1(-c - A_{2n})^6(s - A_{2m})^2 \cdot A_2 + 2,5(s - A_{2m})(-c - A_{2n})^8 \cdot A_2 \\ \frac{\partial X_{mn}}{\partial n} &= -39,4(-c - A_{2n})(s - A_{2m})^7 \cdot A_2 - 118(-c - A_{2n})^3(s - A_{2m})^5 - \\ &- 118,2(-c - A_{2n})^5(s - A_{2m})^3 \cdot A_2 - 20(-c - A_{2n})^7(s - A_{2m}) \cdot A_2 \\ \frac{\partial Y_{mn}}{\partial m} &= 118,4(-c - A_{2n})(s - A_{2m})^7 \cdot A_2 + 236,4(s - A_{2m})^5(-c - A_{2n})^3 \cdot A_2 + \\ &+ 118(s - A_{2m})^3(-c - A_{2n})^5 \cdot A_2 + 19,6(s - A_{2m})(-c - A_{2n})^7 \cdot A_2 \\ \frac{\partial Y_{mn}}{\partial n} &= -14,8(s - A_{2m})^8 A_2 - 118,2(-c - A_{2n})^2(s - A_{2m})^6 \cdot A_2 - \\ &- 147,5(-c - A_{2n})^4(s - A_{2m})^4 \cdot A_2 - 68,6(-c - A_{2n})^6(s - A_{2m})^2 \cdot A_2 - 4,5(-c - A_{2n})^8 \cdot A_2 \\ \frac{\partial M_{mn}}{\partial m} &= 4,5m^8 + 137,9n^2m^6 + 147,5n^4m^4 + 59,1n^6m^2 + 2,5n^8. \\ \frac{\partial M_{mn}}{\partial n} &= 39,4m^7n + 118m^5n^3 + 118,2n^3m^5 + 20mn^7. \\ \frac{\partial N_{mn}}{\partial m} &= 118,4mn^7 + 2326,4n^3m^5 + 118n^5m^3 + 19,6n^7m. \\ \frac{\partial N_{mn}}{\partial n} &= 14,8m^8 + 118,2m^6n^2 + 147,5m^4n^4 + 68,6m^2n^6 + 4,5n^8. \end{aligned}$$

Подставим в найденные выражения значения m_0 и n_0 установившегося режима и введем обозначения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_{mn(m=m_0, n=n_0)}}{\partial m} &= X_1; \quad \frac{\partial X_{mn(m=m_0, n=n_0)}}{\partial n} = X_2; \\ \frac{\partial Y_{mn(m=m_0, n=n_0)}}{\partial m} &= Y_1; \quad \frac{\partial Y_{mn(m=m_0, n=n_0)}}{\partial n} = Y_2; \\ \frac{\partial M_{mn(m=m_0, n=n_0)}}{\partial m} &= M_1; \quad \frac{\partial M_{mn(m=m_0, n=n_0)}}{\partial n} = M_2; \\ \frac{\partial N_{mn(m=m_0, n=n_0)}}{\partial m} &= N_1; \quad \frac{\partial N_{mn(m=m_0, n=n_0)}}{\partial n} = N_2. \end{aligned} \quad (16)$$

Обозначим также

$$\begin{aligned} X_{mn(m=m_0, n=n_0)} &= X_0; \quad Y_{mn(m=m_0, n=n_0)} = Y_0; \\ M_{mn(m=m_0, n=n_0)} &= M_0; \quad N_{mn(m=m_0, n=n_0)} = N_0 \end{aligned} \quad (17)$$

Подставляя в выражения для производных выражения (16) и (17) после преобразований получаем систему уравнений, учитывающую приращения

$$\begin{aligned} \frac{D_1 \cdot X_{(m_0+\Delta m; n_0+\Delta n)}}{2\omega} + \frac{D_2 \cdot M_{(m_0+\Delta m; n_0+\Delta n)}}{2\omega} - \frac{D_3 \cdot U_m \cos \psi_u}{2\omega} - \\ \frac{D_4(n_0+\Delta n)}{2} - \frac{\omega(m_0+\Delta m)}{2} = \\ = \frac{D_1 X_0}{2\omega} + \frac{D_2 M_0}{2\omega} - \frac{D_3 U_m \cos \psi_u}{2\omega} - \frac{D_4 n_0}{2} - \frac{\omega m_0}{2} + \\ + \Delta m \left(\frac{D_1 X_1}{2\omega} + \frac{D_2 M_1}{2\omega} - \frac{\omega}{2} \right) + \Delta n \left(\frac{D_1 X_2}{2\omega} + \frac{D_2 M_2}{2\omega} - \frac{D_4}{2} \right); \end{aligned} \quad (18)$$

Учитывая, что $\frac{d_{(m0+\Delta m)}}{dt} = \frac{d_{\Delta m}}{dt}$, $\frac{d_{(n0+\Delta n)}}{dt} = \frac{d_{\Delta n}}{dt}$, выражение (18) запишется в виде

$$\begin{cases} \frac{d_{\Delta m}}{dt} = \left(\frac{D_1 X_1 + D_2 M_1}{2\omega} - \frac{\omega}{2}\right)\Delta m + \left(\frac{D_1 X_2 + D_2 M_2}{2\omega} - \frac{D_4}{2}\right)\Delta n \\ \frac{d_{\Delta n}}{dt} = \left(\frac{D_1 Y_1 + D_2 N_1}{2\omega} - \frac{\omega}{2}\right)\Delta m + \left(\frac{D_1 X_2 + D_2 M_2}{2\omega} - \frac{D_4}{2}\right)\Delta n \end{cases} \quad (19)$$

Обозначим

$$\alpha = \frac{D_1 X_1 + D_2 M_1}{2\omega} - \frac{\omega}{2}; \quad \beta = \frac{D_1 X_2 + D_2 M_2}{2\omega} - \frac{D_4}{2};$$

$$\gamma = \frac{D_1 Y_1 + D_2 N_1}{2\omega} + \frac{\omega}{2}; \quad \delta = \frac{D_1 Y_2 + D_2 N_2}{2\omega} - \frac{D_4}{2}. \quad (20)$$

Алгебраизируем (19) и с учетом (20), получим систему

$$\begin{aligned} P \cdot \Delta m &= \alpha \cdot \Delta m + \beta \cdot \Delta n \\ P \cdot \Delta n &= \gamma \cdot \Delta m + \delta \cdot \Delta n \end{aligned} \quad (21)$$

Реализация решений

На основании (21) составим характеристическое уравнение, для чего из верхнего выражения (21) выразим Δm и подставим в нижнее выражение. Сокращая полученное выражение на Δn , после преобразований получаем

$$P^2 - P(\alpha + \delta) - \alpha \cdot \delta - \gamma \cdot \beta = 0.$$

В соответствии с критерием Гурвица, для затухания Δm и Δn необходимо, чтобы выполнялись условия:

$$-(\alpha + \delta) > 0; (\alpha \cdot \delta - \gamma \cdot \beta) > 0. \quad (22)$$

В выражении (22) заменим знаки неравенства на знаки равенства, выразим значение α из первого выражения, после подстановки во второе выражение, а также после преобразования получим выражение для некоторой функции, точки которой лежат на

поверхности раздела устойчивого и неустойчивого режимов работы цепи:

$$\alpha = \sqrt{-\gamma \cdot \beta}. \quad (23)$$

Для получения действительных значений α необходимо, чтобы подкоренное выражение было равно нулю или больше нуля, следовательно, возможны сочетания γ и β только с разными знаками.

Далее показан график зависимости $\alpha = \sqrt{-\gamma \cdot \beta}$, представляющий собой поверхности, расположенные над вторым (S1) и четвертым (S2) квадрантами.

В соответствии с (22), точки функции, лежащие под поверхностями S1 и S2 ($\alpha < \sqrt{-\gamma \cdot \beta}$) являются точками неустойчивой работы устройства; точки, принадлежащие поверхностям S1 и S2 ($\alpha = \sqrt{-\gamma \cdot \beta}$) характеризуют работу цепи на границе устойчивой и неустойчивой областей; точки, лежащие выше поверхностей S1 и S2 ($\alpha > \sqrt{-\gamma \cdot \beta}$) характеризуют работу цепи в устойчивой зоне.

На границе устойчивости возможны два режима работы:

1. При $-\gamma = \beta$ или $-\beta = \gamma$, когда одному значению α соответствует одно сочетание γ и β (режимная точка находится на кривых oA или oA'), принадлежащих соответственно поверхностям S1, S2, при-

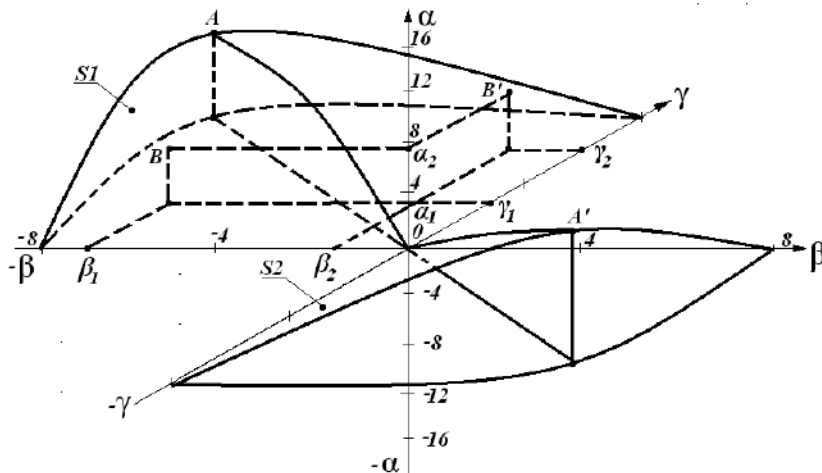


Рис. 2. График зависимости $\alpha = \sqrt{-\gamma \cdot \beta}$

Fig. 2. Dependency graph of $\alpha = \sqrt{-\gamma \cdot \beta}$

чем в этом сочетании γ и β в цепи невозможно скачкообразное изменение параметров.

2. При $\gamma > -\beta$ или $\beta > -\gamma$, когда одному значению α' соответствуют два сочетания γ и β , причем имеются две точки B и B' возможного неустойчивого равновесия, а в цепи возможны скачкообразные изменения параметров.

Заключение

Исследования работы умножителя с представленной схемой (см. рис. 1) при вариации параметров C_1 , $C_2 = 10\text{--}30$ мкФ, W_1 , $W_2 = 300\text{--}450$ витков, $g_1 =$

$= 0,0015 \text{ Ом}^{-1}$, $g_1 = 0,0015\text{--}0,05 \text{ Ом}^{-1}$, $H = 0,1146^9$, сталь магнитопровода – Э360 (3424), выполненные на основе выражения (23), показывают, что периодический процесс на основной частоте в данной цепи устойчив.

Изменение нагрузки преобразователя числа фаз от короткого замыкания до холостого хода на режим устойчивости не влияет.

С точки зрения теории устойчивости цепь пригодна для разработки реальных умножителей частоты.

Список литературы

1. Обзор схемных решений преобразователей числа фаз на трансформаторах / Г.Н. Ворфоломеев, С.В. Мятаж, Н.И. Щуров и др. // Совершенствование технических средств электрического транспорта. Новосибирск, 2001. С. 78–96.
2. Евдокимов С.А. Геометрический способ генерации схемных решений преобразователей числа фаз для выпрямителей // Науч. вестн. Новосиб. гос. техн. ун-та. 2008. № 2(31). С. 107–120.
3. Каримов А.С., Рахимов Г.Р. Автопараметрические преобразователи числа фаз и частоты переменного тока. Ташкент: Фан. 1995. 275 с.
4. Преобразователи числа фаз в электротехнологии / С.Л. Назаров, В.Н. Удинцев, С.А. Бычков и др. // Урал. федер. ун-т им. Б.Н. Ельцина. Екатеринбург. 2019.
5. Ферромагнитный преобразователь частоты и числа фаз в четыре раза: а. с. 1741239 / А.С. Каримов, М.Т. Турдыев, З.Р. Худайкулов и др. № 1741239; опубл. 15.06.1992.
6. Сидоров С.А., Рогинская Л.З. Фазопреобразовательное устройство для несимметричных нагрузок: Электроэнергетические системы и сети Энергосбережение: сб. тр. Уфа, 2013. С. 121–125.
7. Using of the parametric nonlinear LC-circuits in stabilized converters of the number of phases / I. Bedritskiy, K. Juraeva, L. Bazarov et al. // Jour. of Adv Research in Dynamical & Control Systems. 2020. Vol. 12. Iss. 06. P. 98–107.
8. Golubev A.N., Ignatenko S.V. Characteristics optimization for a frequency converter power filter as a function of phase number // Elektronechnic. 1999. № 7. P. 42–46.
9. Halilov N.A., Bedritsky I.M. To a question on approximation of curves of magnetization of electrotechnical steels // News of high schools of republic Uzbekistan. Engineering in Life Sciences. 2002. № 4. С. 33.
10. Привалов Е.Е. Электротехническое материаловедение: учеб. пособие. М.; Берлин: Директ-медиа, 2015. 234 с.
11. Алиев И.И. Электротехнический справочник. Изд. 4-е, испр. М.: Радио Софт, 2006. 384 с.
12. Глебов Б.А., Каюков Д.С., Недолужко И.Г. Модели магнитных компонентов // Практическая силовая электроника. 2003. № 11. С. 20–26.
13. Simple Mathematical Model for Ferromagnetic Core Inductance and Experimental Validation / B. Nana, S.B. Yamgoue, R. Tchitnga et al. American Journal of Electrical and Electronic Engineering. 2015. Vol. 3. № 2. P. 29–36.
14. Пентегов И.В., Красножон А.В. Универсальная аппроксимация кривых намагничивания электротехнических сталей // Электротехника і електромеханіка. 2005. № 7. С. 13–19.
15. Jiles D.C., Atherton D.L. Theory of ferromagnetic hysteresis // Journal of magnetism and magnetic materials. 1986. Vol. 61. № 06.
16. Nonlinear Transformer Model for Circuit Simulation / J.H. Chan, A. Vladimirescu, X.-C. Gao et al. Transactions on computer-aided design. 1991. Vol. 10. № 4. DOI: 10.1109/43.75630.
17. Файзиев М.М., Бейтуллаев Р.Х., Норбоев А.Э. Вопросы устойчивости решения феррорезонансного контура с линейной индуктивностью // Вестник науки и образования. 2017. № 1 (25). С. 15–18.
18. Данилов Л.В., Матханов П.Н., Филиппов Е.С. Теория нелинейных электрических цепей. Л.: Энергоатомиздат, 1990. 256 с.

References

1. Vorfolomeev G.N., Myatezh S.V., Shurov N.I., Chemodanova O.V., Chemodanov S.S., Fleisher O.N. Obzor skhemykh reshenii preobrazovatelei chisla faz na transformatorakh [Review of circuit solutions of phase number converters on transformers]. *Sovershenstvovanie tekhnicheskikh sredstv elektricheskogo transporta [Improvement of technical means of electric transport]*. Novosibirsk, 2001. Pp. 78–96.
2. Evdokimov S.A. Geometricheskii sposob generatsii skhemykh reshenii preobrazovatelei chisla faz dlya vypryamitelei [The geometric method of generating circuit solutions of phase number converters for rectifiers]. *Nauchnyi vestnik Novosibirskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta [The Scientific Bulletin of Novosibirsk State Technical University]*, 2008. No. 2(31). Pp. 107–120.
3. Karimov A.S., Rakhimov G.R. Avtoparametricheskie preobrazovateli chisla faz i chastoty peremennogo toka [Autoparametric converters of the number of phases and frequency of alternating current]. Tashkent: Fan Publ., 1995. 275 p.

4. Nazarov S.L., Udintsev V.N., Bychkov S.A., Tarasov F.E., Beavogi P., Abdullaev Zh.O. Preobrazovateli chisla faz v elektrotehnologii [Phase number converters in electrotechnology]. Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin. Ekaterinburg, 2019.
5. Karimov A.S., Turdiev M.T., Khudaikulov Z.R., Ibragimov N.R. *Ferromagnitnyi preobrazovatel' chastoty i chisla faz v chetyre raza* [Ferromagnetic frequency converter and four-fold phase number]. Copyright certificate SU 1741239 A1. June 15, 1992.
6. Sidorov S.A., Roginskaya L.Z. Fazopreobrazovatel'noe ustroystvo dlya nesimmetrichnykh nagruzok [A phase-converting device for asymmetric loads. Energy saving]. Ufa, 2013. Pp. 121–125.
7. Bedritskiy I., Juraeva K., Bazarov L., Saidvaliev B. Using of the parametric nonlinear LC-circuits in stabilized converters of the number of phases. *Jour. of Adv Research in Dynamical & Control Systems*, 2020. Vol. 12. Iss. 06. Pp. 98–107.
8. Golubev A.N., Ignatenko S.V. Characteristics optimization for a frequency converter power filter as a function of phase number. *Elektrotechnics*, 1999. No. 7. Pp. 42–46.
9. Halilov N.A., Bedritskiy I.M. To a question on approximation of curves of magnetization of electrotechnical steels. *News of high schools of republic Uzbekistan. Engineering in Life Sciences*, 2002. No. 4. P. 33.
10. Privalov E.E. *Elektrotekhnicheskoe materialovedenie: uchebnoe posobie* [Electrotechnical materials science: a textbook]. Moscow – Berlin: Direct-media Publ., 2015. 234 p.
11. Aliev I.I. *Elektrotekhnicheskii spravochnik*. Izd. 4-e, ispr. [Electrotechnical reference book. 4th ed., rev.]. Moscow: Radio Soft Publ., 2006. 384 p.
12. Glebov B.A., Kayukov D.S., Nedoluzhko I.G. Modeli magnitnykh komponentov [Models of magnetic components]. *Prakticheskaya silovaya elektronika* [Practical power electronics], 2003. No. 11.
13. Nana B., Yamgoue S.B., Tchitnga R., Wofo P. Simple mathematical model for ferromagnetic core inductance and experimental validation. *American Journal of Electrical and Electronic Engineering*, 2015. Vol. 3. No. 2. Pp. 29–36.
14. Pentegov I.V., Krasnozhan A.V. Universal'naya approksimatsiya krivykh namagnichivaniya elektrotekhnicheskikh stalei [Universal approximation of magnetization curves of electrotechnical steels]. *Elektrotehnika i elektromekhanika*, 2005. No. 7. Pp. 13–19.
15. Jiles D.C., Atherton D.L. Theory of ferromagnetic hysteresis. *Journal of magnetism and magnetic materials*. 1986. Vol. 61. No. 06.
16. Chan J. H., Vladimirescu A., Gao X.-C., Liebmann P. and Valanis J. Nonlinear transformer model for circuit simulation. *Transactions on computer-aided design*. 1991. Vol. 10. No. 4.
17. Fayziev M.M., Beitullaev R.H., Norboev A.E. Voprosy ustoichivosti resheniya ferorezonansnogo kontura s lineinoi induktivnost'yu [Questions of stability of the solution of a feroresonance circuit with linear inductance]. *Vestnik nauki i obrazovaniya* [Bulletin of science and education], 2017. No. 1(25). Pp. 15–18.
18. Danilov L.V., Matkhanov P.N., Filippov E.S. *Teoriya nelineinykh elektricheskikh tsepei* [Theory of nonlinear electric circuits]. Leningrad: Energoatomizdat Publ., 1990. 256 p.

Информация об авторах

Бедрицкий Иван Михайлович – канд. техн. наук, доцент кафедры электроснабжения, Ташкентский государственный транспортный университет, г. Ташкент
Жураева Камила Комиловна – PhD, доцент кафедры электроснабжения, Ташкентский государственный транспортный университет, г. Ташкент
Базаров Лазиз Холбобоевич – ассистент кафедры электроснабжения, Ташкентский государственный транспортный университет, г. Ташкент

Information about the authors

Ivan M. Bedritskiy – candidate of technical science, associate professor of the Department of Power Supply, Tashkent State Transport University, Tashkent
Kamila K. Jurayeva – PhD, associate professor of the Department of Power Supply, Tashkent State Transport University, Tashkent
Laziz Kh. Bazarov – assistant of the Department of Power Supply, Tashkent State Transport University, Tashkent

DOI 10.26731/1813-9108.2021.2(70).51-60

УДК 628.646

Компенсация действия давления рабочей среды в уплотнительных соединениях с тонкостенными элементами

Ю. И. Белоголов ✉

Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация

✉ pr-mech@mail.ru

Резюме

Одним из направлений совершенствования уплотнительных соединений, в частности клапанов, работающих при высоких давлениях, температурах, различной агрессивности и в условиях эксплуатационных изменений рабочей среды (например, пульсация давления), может быть их частичная, либо полная разгрузка (уравновешивание). Под разгрузкой уплотнительного соединения обычно принято понимать компенсацию действия давления рабочей среды на элементы затвора с целью обеспечения в уплотнительном стыке соединения, постоянства усилия герметизации. Разгрузка уплотнительного соединения достигается за счет определенной конструкции затвора, на который действует давление герметизируемой среды, вследствие чего может достигаться эффект самоуплотнения соединения (при частичной