

Математические методы принятия оптимальных решений в проектировании железных дорог

В.В. Казарина✉

ООО Учебный центр «Салютем», г. Иркутск, Российская Федерация

✉vvkaz92@mail.ru

Резюме

В статье исследуются вопросы модернизации принятия решений в проектировании железных дорог с использованием математических методов. Выделены типы информационных ситуаций, которые могут возникнуть при принятии решений (в условиях определенности, риска, неопределенности). Рассмотрена необходимость структурирования информации при формировании критериев, выборе альтернатив. Показана важность информационно-аналитической деятельности при принятии решений. Фактор неопределенности в процессе проектирования железных дорог обусловлен состоянием окружающей среды, обязательностью учета внешних условий и другими особенностями строительства и эксплуатации железных дорог. Автором предложено использовать методы, в которых возможно построить математическую модель и учесть неполноту информации при принятии оптимальных решений в условиях риска и неопределенности. Приведена классификация методов принятия решений по содержанию и типу экспертной информации. Описаны основные положения теории нечетких множеств, которые могут быть использованы в принятии решения при проектировании железных дорог. Рассмотрена практическая задача проектирования новой железной дороги. Сформировано множество критериев для выбора оптимального решения. Предложено решение практической задачи многокритериального выбора стратегических альтернатив проектирования железных дорог в условиях неопределенности, основанных на теории нечетких множеств, а также на методах минимакса, абсолютного решения и эталонного сравнения. Составлены программы Excel для автоматического расчета данными методами. Полученный результат демонстрирует возможность применения теории нечетких множеств при принятии решений в практике строительства железных дорог.

Ключевые слова

принятие решений, проектирование железных дорог, оптимальное решение, многокритериальные задачи, критерий, альтернатива, условия неопределенности, математические методы, теория нечетких множеств

Для цитирования

Казарина В.В. Математические методы принятия оптимальных решений в проектировании железных дорог / В.В. Казарина // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2024. № 1 (81). С. 163–173. DOI 10.26731/1813-9108.2024.1(81).163-173.

Информация о статье

поступила в редакцию: 18.03.2024 г.; поступила после рецензирования: 21.03.2024 г.; принята к публикации: 22.03.2024 г.

Mathematical methods for making optimal decisions in designing railways

V.V. Kazarina✉

JSC Educational Center «Salutem», Irkutsk, the Russian Federation

✉vvkaz92@mail.ru

Abstract

The article is devoted to the modernization of decision-making in the design of railways using mathematical methods. The types of information situations that may arise when making decisions (under conditions of certainty; risk, uncertainty) are identified. The need for structuring information when forming criteria and choosing alternatives is considered. The importance of information and analytical activities in decision making is shown. The uncertainty factor in the design of railways is determined by the state of the environment, the need to take into account external conditions and other features of the construction and operation of railways. The author proposed to use methods allowing to build a mathematical model and take into account the information incompleteness when making optimal decisions under conditions of risk and uncertainty. A classification of decision-making methods according to the content and type of information is given. The basic principles of the fuzzy set theory are described, which can be used in decision-making when designing railways. The practical task of designing a new railway is considered. Multiple criteria have been formed for choosing the optimal solution. A solution is proposed to the practical problem of multicriteria selection of strategic alternatives for designing railways under conditions of uncertainty, based on the fuzzy set theory. The result obtained demonstrates the possibility of using the fuzzy set theory when making decisions in the practice of railway construction.

Keywords

decision making, railway design, optimal solution, multicriteria problems, criterion, alternative, conditions of uncertainty, mathematical methods, theory of fuzzy sets

For citation

Kazarina V.V. Matematicheskie metody prinyatiya optimal'nykh reshenii v proektirovanii zheleznnykh dorog [Mathematical methods for making optimal decisions in designing railways]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie* [Modern Technologies. System Analysis. Modeling], 2024, no. 1(81), pp. 163–173. DOI: 10.26731/1813-9108.2024.1(81).163-173.

Article info

Received: March 18, 2024; Revised: March 21, 2024; Accepted: March 22, 2024.

Введение

Характеризуя состояние развития экономики Российской Федерации на современном этапе, эксперты указывают на «устойчивость и стабильность макроэкономической ситуации». В 2018 г. впервые за последние годы резервы государства полностью покрыли внешний долг. В послании Президента РФ Федеральному Собранию от 20 февраля 2019 г. определены приоритеты, направленные на достижение более высоких темпов роста экономики через решение системных проблем, среди которых на первое место выдвигается опережающий темп роста производительности труда, прежде всего на основе новых технологий и цифровизации [1].

В связи с этим в проектировании и эксплуатации железных дорог значительное внимание уделяется повышению требований к обоснованию принимаемых проектных решений, в том числе при проектировании скоростного рельсового транспорта и выборе технологии содержания железнодорожного пути на горно-перевальных участках железных дорог [2–4].

Модернизация существующих методов принятия решений является одним из путей стратегического повышения темпов роста прибыли и снижения экономических затрат при долгосрочной эксплуатации объектов железнодорожного транспорта. В эпоху интенсивного развития экономики возрастает необходимость поиска новых путей решения проблем и принятия решения по выбору одного из них – наиболее оптимального. Оптимальным будем считать решение, которое позволяет максимально приблизиться к поставленной цели при минимальных затратах на ее достижение. Анализ и методам принятия оптимальных решений в настоящее время уделяется большое внимание.

Проведенный автором анализ научной литературы, посвященной вопросу принятия оптимальных решений в проектировании железных дорог, позволил прийти к выводу, что

до сих пор нет четко сформулированной методики выбора оптимальных решений в какой-либо отрасли экономики. Специалисты каждой организации, действующей в условиях рынка, должны самостоятельно выбирать систему критериев, формировать альтернативы, принимать решение и доказывать его оптимальность.

В теории принятия решений различают три основных типа информационных ситуаций, которые могут возникнуть.

1. Принятие решений в условиях определенности (четкая, детерминированная связь между принятым решением и полученным результатом). В этом случае результирующий критерий и ограничения зависят только от лица, принимающего решение (ЛПР) и фиксированных значений детерминированных факторов (Φ_d).

2. Принятие решений в условиях риска (каждая стратегическая альтернатива может привести к одному из множества возможных исходов, имеющих какую-либо вероятность). Значение результирующего критерия зависит не только от альтернатив (E) и детерминированных факторов Φ_d , но и от информации о случайных факторах (I_c) по известным законам распределения.

3. Принятие решений в условиях неопределенности (результирующий критерий зависит от альтернатив $E = \{e_i\}$, $i = \overline{1; n}$ -фиксированных параметров Φ_d , от случайных факторов I_c , законы распределения которых неизвестны, либо от неопределенных факторов, для которых известно лишь множество возможных значений). В результате влияния неопределенных факторов каждая альтернатива связана со множеством возможных исходов, вероятности которых неизвестны или известны с недостаточной точностью [5, 6].

Процесс выбора решения во многом уникален. Для его оптимизации используются различные классификации, которые позволяют на основании принадлежности к какому-либо клас-

су сделать обоснованный выбор метода принятия решения. В этом случае возрастает роль ЛПР. Его знания, опыт, квалификация позволяют качественно сформировать систему критериев в любом методе решения проектной задачи.

Принимаемое решение оптимально только в том случае, если учитывает условия, в которых оно будет реализовываться в дальнейшем на практике. Поэтому большое внимание уделяется как анализу информации о предпочтениях на множестве критериев, так и данным о последствиях альтернатив при их реализации. Проведение такого анализа – сложный процесс, в котором подвергаются анализу не только количественные, но и качественные данные. Чаще всего этим данным присуще свойство неопределенности. Фактор неопределенности при строительстве железных дорог проявляется в состоянии окружающей природной и экономической среды, в путях развития объектов транспортной инфра-

структуры, в погодных условиях строительства, в состоянии социальной, политической и экономической обстановки в стране в период строительства и эксплуатации. Для учета этих особенностей необходимо использовать методы, в которых возможно построить математическую модель и учитывать неполноту информации при принятии оптимальных решений в условиях риска и неопределенности.

Целями данной статьи являются разработка классификации методов принятия решений по содержанию и типу экспертной информации, а также применение некоторых методов в практической задаче с автоматизацией расчетов.

Классификация методов принятия решений

Для выбора методов принятия решения была проведена их классификация по содержанию и типу экспертной информации (табл. 1).

Таблица 1. Классификация методов принятия решений по содержанию и типу экспертной информации

Table 1.

Группа Group	Содержание информации Information content	Качественная информация Quality Information	Количественная информация Quantity information	Методы принятия решений Decision making methods
I	Экспертная информация о предпочтениях отсутствует No expert information on preferences	Отсутствие информации о предпочтениях No information about preferences	Отсутствие информации о предпочтениях No information about preferences	Метод доминирования; метод на основе глобальных критериев Dominance method; method based on global criteria
II	Информация о предпочтениях на множестве критериев Preference information on multiple criteria	Качественная информация по какому-либо критерию Quality information according to a certain criterion	Количественная оценка предпочтительности критериев. Информация о замещениях критериев Quantification of preference criteria. Information about criteria substitution	Лексикографическое упорядочение; сравнение разностей критериальных оценок; метод припасовывания; метод «эффективность – стоимость»; метод главного критерия; метод справедливого компромисса; методы свертки на иерархии критериев; метод кривых безразличия; методы теории ценности; методы идеальной точки Lexicographic ordering; comparison of differences in criterial assessments; fitting method; method «efficiency – cost»; main criterion method; fair compromise method; method of convolution on a hierarchy of criteria; indifference curve method; methods of value theory; ideal point methods

III	Информация о предпочтительности альтернатив Information on preferable alternatives	Качественная информация по какой-либо альтернативе Quality information according to a certain alternative	Количественная информация о последствиях. Оценка предпочтительности парных сравнений альтернатив Quantitative information about the consequences. Grade preference for paired comparisons of alternatives	Методы математического программирования; линейная и нелинейная свертка при интерактивном способе определения ее параметров Methods of mathematical programming; linear and nonlinear convolution with an interactive way of determining its parameters
IV	Информация о предпочтениях на множестве критериев и о последствиях альтернатив Information about preferences on multiple criteria and the consequences of alternatives	Качественная информация о предпочтениях. Качественная (порядковая) информация о предпочтениях и последствиях Quality information about preferences and consequences. Quality (ordinal) information about preferences and consequences	Количественная информация о предпочтениях и последствиях. Количественная и/или интервальная информация о последствиях Quantitative information about preferences and consequences. Quantitative and/or interval information about the consequences	Методы с дискретизацией неопределенности; декомпозиционные методы теории ожидаемой полезности; метод анализа иерархий; метод минимакса; метод абсолютного решения; метод компромиссного параметра; метод эталонного сравнения; метод главного критерия принятия в условиях риска и неопределенности; методы теории нечетких множеств Methods with discretization of uncertainties; decomposition methods of expected utility theory; hierarchy analysis method; minimax method; absolute solution method; compromise parameter method; reference comparison method; method of the main criterion of acceptance under conditions of risk and uncertainty; methods of fuzzy set theory

Классификация методов позволила выделить четыре основные группы.

Первая объединяет методы принятия решений в условиях определенности, остальные – в условиях риска и неопределенности.

Использование отдельных методов второй группы при решении недетерминированных многокритериальных задач описывалось нами ранее [7, 8].

Третья группа, объединяющая методы, использующие информацию о предпочтительности альтернатив, не рассматривалась, поскольку в проектировании железных дорог недостаточно иметь информацию только о последствиях альтернатив и не опираться на какие-либо критерии.

Из множества известных методов и подходов к принятию решений в проектировании железных дорог наибольший интерес представ-

ляют те, которые не только дают возможность учитывать многокритериальность и неопределенность, а также позволяют осуществлять выбор оптимальных решений из множества альтернатив различного типа при наличии критериев, имеющих разные типы шкал измерения (эти методы относятся к группе IV).

Наиболее универсальными методами являются метод анализа иерархий, методы теории нечетких множеств и декомпозиционные методы теории ожидаемой полезности, так как они учитывают многокритериальный выбор в условиях неопределенности строительства и реконструкции железной дороги. Каждый метод имеет свои ограничения.

Особенности использования одного из методов IV группы рассмотрены в работе [9].

Отметим, что ни один из методов не является идеальным, поскольку в момент приня-

тия решения получить точные данные о влиянии внешних и внутренних факторов невозможно. Любая информация на практике оказывается неточной, а построенные на ее основе модели слишком сложны или недостаточно достоверны. Снижение рисков в этом случае происходит через привлечение экспертов, которые качественные данные переводят в количественные. Становится возможным снизить субъективность и «размытость» экспертной оценки, устранить неточности данных при использовании теории нечетких множеств. Проведенная таким образом модернизация известных методов позволяет количественно описать имеющиеся неопределенности, произвести с ними математические операции, учесть неточности информации в виде нечетких множеств.

Многокритериальная задача принятия оптимального решения

Многокритериальная задача принятия оптимального решения формулируется следующим образом: необходимо определить такую альтернативу строительства железной дороги, которая бы обеспечила максимум прибыли (чистого дохода) в настоящее время и в будущем. Для решения этой задачи, согласно теории нечетких множеств, на начальном этапе использования любого метода строится функция принадлежности некоторых критериев нечеткому множеству. Далее с использованием операции на нечетких множествах делаются приближенные выводы по принятию оптимального решения. Проводится оценка решения, доказывается его оптимальность [10–12].

В общем виде многокритериальную задачу представляют системой уравнений (1). На основе собранной экспертной информации заданы значения (множества значений) критериев F . В качестве критериев $F = \{F_j\}$, $j = 1; n$ могут

выступать значения детерминированных факторов (Φ_d), информация о ситуации (I_c), о возможных вариантах развития событий $W = \{w_k\}$, $k = 1; p$ после реализации альтернативы.

Необходимо выбрать оптимальную альтернативу $E = \{E_i\}$, $i = 1; m$, при которой достигается максимальное значение показателя экономической эффективности Π при условии, что затраты на реализацию альтернативы Z не превышают допустимых проектных значений:

$$\begin{aligned} \Pi(F(\Phi_d, I_c), E(W)) &= \\ &= \max \Pi(F_j(\Phi_d, I_c), E_i, w_k), \\ E_i &\in E, w_k \in W. \\ Z(\Phi_d, I_c, E(W)) &< Z_{\text{доп}}, \\ E &= \{E_i\}, i = \overline{1; m}; F = F\{F_j\}, \\ j &= \overline{1; n}; W = \{W_k\}, k = \overline{1; p}. \end{aligned} \quad (1)$$

Использование теории нечетких множеств предоставляет возможность использовать математический аппарат при работе с критериями, заданными в неформальном виде (текстовыми, качественными) и повышает эффективность процесса выбора.

Решение системы (1) – выбор оптимальной альтернативы среди множества допустимых альтернатив и вариантов развития событий.

Рассмотрим решение многокритериальной задачи выбора оптимального варианта железнодорожной линии при наличии нескольких критериев на основе математических методов теории нечетких множеств [13].

Пусть задано множество возможных вариантов трассы E :

$$E = \{E_1, E_2, \dots, E_i, \dots, E_m\}, i = \overline{1; m}.$$

Каждый вариант можно охарактеризовать множеством критериев F :

$$F = \{F_1, F_2, \dots, F_j, \dots, F_n\}, j = \overline{1; n}.$$

Таблица 2. Общий вид матрицы решений в условиях риска
Table 2. General view of the decision matrix under risk conditions

Альтернативы (варианты решений) $E_i, i = 1, m$ Alternatives (solution options)	Критерии $F_j, j = 1, n$ Criteria						
	F_1	F_2	F_3	...	F_j	...	F_n
E_1	e_{11}	e_{12}	e_{13}	...	e_{1j}	...	e_{1n}
...
E_i	e_{i1}	e_{i2}	e_{i3}	...	e_{ij}	...	e_{in}
...
E_m	e_{m1}	e_{m2}	e_{m3}	...	e_{mj}	...	e_{mn}

Каждому варианту E_i ставится в соответствие некоторый результат e_{ij} , характеризующий все последствия этого решения по заданным критериям (табл. 2) [14].

Между каждым членом множества E и каждым членом множества F установим такое нечеткое отношение μ_{ij} – i -вариант трассы по j -критерию, что $\mu_{ij} \in [0; 1]$, $i = 1; m, j = 1; n$.

Таким образом, задачу в теории нечетких множеств характеризует матрица R , составленная из нечетких отношений μ_{ij} размером nm (табл. 3).

Необходимо выбрать оптимальный вариант E^* из множества E .

Задачу оптимизации можно сформулировать следующим образом:

$$E^* = \text{opt}(E, F, R, M), \quad (2)$$

где M – метод решения задачи, выбранный ЛПР.

Как следует из (2), при одинаковых исходных данных результат решения задачи может отличаться при использовании различных методов принятия решений. Для повышения качества результатов выбора можно использовать математические методы, в том числе теорию нечетких множеств.

На основании положений теории нечетких множеств, расплывчатое ограничение C представляется в виде нечеткого множества с функцией принадлежности вида для минимизируемых и максимизируемых критериев соответственно:

$$\mu_{c, \min}(x) = (1 + p^{-k}(x - a)^m)^{-1}, \quad (3)$$

$$\mu_{c, \max}(x) = (1 + p^k(a - x)^m)^{-1}, \quad (4)$$

Таблица 3. Общий вид матрицы решений в теории нечетких множеств

Table 3. General view of the decision matrix in the fuzzy set theory

Альтернативы (варианты решений) $E_i, i = 1, m$ Alternatives (solution options)	Критерии $F_j, j = 1, n$ Criteria						
	F_1	F_2	F_3	...	F_j	...	F_n
E_1	μ_{11}	μ_{12}	μ_{13}	...	μ_{1j}	...	μ_{1n}
...
E_i	μ_{i1}	μ_{i2}	μ_{i3}	...	μ_{ij}	...	μ_{in}
...
E_m	μ_{m1}	μ_{m2}	μ_{m3}	...	μ_{mj}	...	μ_{mn}

Таблица 4. Исходные данные для решения задачи поиска оптимального решения

Table 4. Initial data for solving the problem of finding an optimal solution

Альтернатива Alternative	Строительная стоимость, млн руб. Construction cost, mln rubles	Приведенные строительно-эксплуатационные затраты, млн руб. Estimated construction and operating costs, mln rubles	Общая протяженность трассы, км General length of the track, km	Средний радиус кривой, м Average curve radius, m	Количество искусственных сооружений (всего), шт. Number of artificial structures (total), pcs.
E_1	8 467,6	1 770,28	72,14	1 013	37
E_2	7 507,7	1 562,41	69,2	1 010	42
E_3	8 092,5	1 709,36	71,15	1 004	39
E_4	8 512,3	1 874,68	65,12	1 011	46
Направление оптимизации критерия (0 – минимизируемый, 1 – максимизируемый) Cause of criterion optimization (0 – minimized, 1 – maximized)	0	0	0	1	0

где p , k , a – положительные числа; m – четное положительное число, которые выбираются ЛПР так, чтобы передать смысл, в котором следует понимать приближение к ограничению C [15].

Рассмотрим тестовый пример. Пусть требуется принять оптимальное решение по выбору трассы железной дороги из четырех предложенных альтернатив E_1, E_2, E_3, E_4 . Для этого ЛПР были выбраны четыре минимизируемых критерия (строительная стоимость, строительно-эксплуатационные затраты, общая протяженность трассы, количество искусственных сооружений) и один максимизируемый критерий (средний радиус кривой). Исходная информация представлена в табл. 4.

Назначение коэффициентов a , k , m , p проводит ЛПР. На основании выводов Р. Беллмана и Л. Заде [15], примем $p = 5$, $m = 4$. Коэффициент a выбирается таким образом, чтобы его значение отображало цель, к которой необходимо стремиться каждому критерию, т.е. локальный экстремум. Для решения данной тестовой задачи назначим:

$$a_1 = 7\,507,7; a_2 = 1\,562,41; \\ a_3 = 65,12; a_4 = 1\,013; a_5 = 37.$$

Назначение коэффициента k проводится ЛПР с учетом данных проектной задачи по каждому критерию F_j . Критерии F_3 и F_5 имеют порядок 10^2 , можем принять $k_3 = k_5 = 2$. Критерии F_1, F_2, F_4 имеют значения порядка 10^4 , но значительно отличаются: $e_{11} = 8\,467,6$, $e_{12} = 1\,770,28$, $e_{14} = 1\,013$. Поэтому $k_1 \neq k_2 \neq k_4$, $k_1 > k_2$. Кроме того, коэффициенты k_j назначаются таким образом, чтобы полученные значения составленных функций μ_{F_j} находились в интервале $[0; 1]$. Вычисления получаются достаточно трудоемкие, нередко ЛПР приходится выполнять две и более попыток. Для снятия этих трудностей данный

процесс был автоматизирован автором. С использованием автоматизированного калькулятора для данной задачи можно назначить $k_1 = 16$, $k_2 = 12$, $k_4 = 5$.

Функции принадлежности μ_{F_j} для каждого критерия F_j могут иметь такой вид:

$$\mu_{F_1}(x) = (1 + 5^{-16}(x - 7\,507,7)^4)^{-1}, \\ \mu_{F_2}(x) = (1 + 5^{-12}(x - 1\,562,41)^4)^{-1}, \\ \mu_{F_3}(x) = (1 + 5^{-2}(x - 65,12)^4)^{-1}, \\ \mu_{F_4}(x) = (1 + 5^{-5}(x - 1\,013)^4)^{-1}, \\ \mu_{F_5}(x) = (1 + 5^{-2}(x - 37)^4)^{-1}.$$

Итак, цель достигнута: значения всех выбранных критериев принадлежат отрезку $[0; 1]$ и ЛПР может обращаться с ними как с нормированными величинами (табл. 5).

Это позволит повысить обоснованность принимаемых решений и обеспечить выбор оптимальной альтернативы E_i из множества допустимых. В зависимости от используемого метода результаты решения поставленной задачи могут быть различными при одних и тех же исходных данных.

Проиллюстрируем модернизацию отдельных методов IV группы с использованием теории нечетких множеств для решения многокритериальных задач в условиях неопределенности [16–19].

Использование метода минимакса

Определяются конечные оценки качества вариантов [16]:

$$\text{– вариант } E_1: \mu(E_1) = \min \{ \mu_{1j}; j = 1, 2, 3, 4, 5 \} = \min (0,15; 0,12; 0,01; 1; 1) = 0,01;$$

$$\text{– вариант } E_2: \mu(E_2) = \min \{ \mu_{2j}; j = 1, 2, 3, 4, 5 \} = \min (1; 1; 0,08; 0,97; 0,04) = 0,04;$$

$$\text{– вариант } E_3: \mu(E_3) = \min \{ \mu_{3j}; j = 1, 2, 3, 4, 5 \} = \min (0,57; 0,34; 0,02; 0,32; 0,61) = 0,02;$$

$$\text{– вариант } E_4: \mu(E_4) = \min \{ \mu_{4j}; j = 1, 2, 3, 4, 5 \} = \min (0,13; 0,03; 1; 1; 1) = 0,03;$$

Таблица 5. Значения функции принадлежности по частным критериям для сравниваемых вариантов
Table 5. Belonging function values according to particular criteria for compared options

Альтернатива Alternative	Строительная стоимость, млн руб. Construction price, mln rubles	Приведенные строительно-эксплуатационные затраты, млн руб. Given construction and operational costs, mln rubles	Общая протяженность трассы, км General length of the track, km	Средний радиус кривой, км Average radius of the curve, km	Количество искусственных сооружений (всего), шт. Number of artificial structures (total), pcs.
E_1	0,15	0,12	0,01	1	1
E_2	1	1	0,08	0,97	0,04
E_3	0,57	0,34	0,02	0,32	0,61
E_4	0,13	0,03	1	0,99	0,004

$5\} = \min(0,13; 0,03; 1; 0,99; 0,004) = 0,004$.

Максимальное значение конечной оценки вариантов:

$$\mu^{\max} = \max\{0,01; 0,04; 0,02; 0,004\} = 0,04.$$

При решении задачи была создана программа в MS.xlsx для автоматического подсчета данных и повышения эффективности процесса выбора оптимальной альтернативы. Результаты вычислений с применением этого метода представлены на рис. 1.

Вывод: оптимальным является вариант E_2 .

Использование метода абсолютного решения

Метод основан на назначении минимальных порогов значений критериев. Роль ЛПР становится чрезвычайно важной, поскольку от его умения зависит успешность использования метода. Заметим, если минимальное значение

будет низким, все варианты «пройдут порог», если слишком высоким – не пройдет ни один. Проанализировав матрицу решений, в данной задаче ЛПР может установить следующие значения минимально допустимых параметров: $f_{1\min} = f_{5\min} = 0,5$; $f_{2\min} = f_{4\min} = 0,3$; $f_{3\min} = 0,015$. Согласно правилам выполнения операций в теории нечетких множеств, пересечением нечетких множеств является их минимум, т.е.:

$$f(E_i) = \min F_{ij}, j = 1, \dots, m. \quad (5)$$

Результат при проверке вариантов по формуле (5):

– вариант E_1 (0,15; 0,12; 0,01; 1; 1) не отвечает требованиям по параметрам F_1, F_2, F_3 ;

– E_2 (1; 1; 0,08; 0,97; 0,04) – не отвечает требованию критерия F_5 ;

– E_4 (0,13; 0,03; 1; 0,99; 0,004) – F_1, F_2, F_5 .

Разработанная программа позволяет сра-

Метод минимакса						
Альтернатива	Строительная стоимость, млн. руб.	Приведённые строительно-эксплуатационные затраты, млн. руб.	Общая протяжённость трассы, км	Средний радиус кривой, м	Количество ИССО (всего), шт.	
E_1	0,15	0,12	0,01	1,00	1,000	0,01
E_2	1	1	0,08	0,97	0,040	0,04
E_3	0,57	0,34	0,02	0,32	0,610	0,02
E_4	0,13	0,03	1,00	0,99	0,004	0,004
					max=	0,04
					Оптимальный вариант	E_2

Рис. 1. Применение теории нечетких множеств при реализации метода минимакса в условиях неопределенности (скриншот экрана)

Fig. 1. Application of fuzzy set theory in the implementation of the minimax method under conditions of uncertainty (screenshot)

Метода абсолютного решения						
Альтернатива	Строительная стоимость, млн. руб.	Приведённые строительно-эксплуатационные затраты, млн. руб.	Общая протяжённость трассы, км	Средний радиус кривой, м	Количество ИССО (всего), шт.	
E_1	0,15	0,12	0,01	1,00	1,000	Вариант не удовлетворяет минимально допустимому значению
E_2	1	1	0,08	0,97	0,040	Вариант не удовлетворяет минимально допустимому значению
E_3	0,57	0,34	0,02	0,32	0,610	E_3
E_4	0,13	0,03	1,00	0,99	0,004	Вариант не удовлетворяет минимально допустимому значению
минимально допустимые значения параметров	0,5	0,3	0,015	0,3	0,5	
					Оптимальный вариант	E_3

Рис. 2. Применение теории нечетких множеств при реализации метода абсолютного решения (скриншот экрана)

Fig. 2. Application of fuzzy set theory in the implementation of the absolute solution method (screenshot)

зу выявлять несоответствия – невыполнение условия автоматически подсвечивает ячейку красным цветом (рис. 2).

$$E_0 = \{E_3\} = (0,57; 0,34; 0,02; 0,32; 0,61).$$

Результат решения: оптимальный вариант E_3 .

Этот метод содержит существенный недостаток: нельзя исключить случай, когда все альтернативы имеют критерии, которые не преодолевают установленных порогов. Тогда этот метод использовать не рекомендуется.

Решение задачи методом компромиссного параметра

Согласно сути метода, каждому критерию необходимо назначить свой вес, составив вектор $W = (w_1, \dots, w_j, \dots, w_m)$. В нашем примере пять критериев, каждый из которых обладает разной значимостью. Проектировщик сначала ранжирует их, например, по убыванию важности: F_1, F_2, F_4, F_3, F_5 . Далее ЛПР субъективно распределяет значения весов w_j так, чтобы $\sum_{j=1}^5 w_i = 1$. В нашем примере вектор W может иметь, например, следующий вид: $W = (0,33; 0,27; 0,13; 0,2; 0,07)$.

Вычисляем значения интегрального параметра путем умножения матрицы решений e_{ij} на матрицу W , а именно:

$$P = \begin{pmatrix} 0,15 & 0,12 & 0,01 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0,08 & 0,97 & 0,04 \\ 0,57 & 0,34 & 0,02 & 0,32 & 0,61 \\ 0,13 & 0,03 & 1 & 0,99 & 0,004 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,33 \\ 0,27 \\ 0,13 \\ 0,2 \\ 0,07 \end{pmatrix},$$

или

$$P = \{0,3532; 0,8072; 0,3892; 0,3793\}.$$

$$p_{\max} = p_2 = 0,8072.$$

Следовательно, на основании метода компромиссного параметра, вариант E_2 является оптимальным решением задачи.

Решение задачи методом эталонного сравнения

При использовании этого метода необходимо каждому критерию назначить свой вес. Рассуждения проводятся как в методе компромиссного параметра, значения весов критериев оставим те же: $W = (0,33; 0,27; 0,13; 0,2; 0,07)$.

Далее необходимо выставить минимально допустимые значения для каждого критерия F_j , как это выполнялось в методе абсолютного решения. По вычислениям, приведенным ранее, один из вариантов (E_1) не прошел установленные пороги, ЛПР необходимо внести коррективы в значения минимально допустимых параметров так, чтобы они служили нижней границей для обоих вариантов E_i :

$$f_{1\min} = f_{2\min} = 0,1; f_{3\min} = 0,01; f_{4\min} = 0,3; f_{5\min} = 0,03.$$

Значение интегрального параметра определяется по формуле:

$$p = \sum (e_{ij} - f_{j\min}) \cdot w_j. \quad (6)$$

Тогда интегральный параметр принимает следующие значения:

$$\begin{aligned} p_1 &= (0,15 - 0,1) \cdot 0,33 + (0,12 - 0,1) \cdot 0,27 + \\ &+ (0,01 - 0,01) \cdot 0,13 + (1 - 0,3) \cdot 0,2 + \\ &+ (1 - 0,003) \cdot 0,07 = 0,2317; \\ p_2 &= (1 - 0,1) \cdot 0,33 + (1 - 0,1) \cdot 0,27 + \\ &+ (0,08 - 0,01) \cdot 0,13 + (0,97 - 0,3) \cdot 0,2 + \end{aligned}$$

Метод эталонного сравнения						
Альтернатива	Строительная стоимость, млн. руб.	Приведённые строительные эксплуатационные затраты, млн. руб.	Общая протяжённость трассы, км	Средний радиус кривой, м	Количество ИССО (всего), шт.	Интегральный параметр
E_1	0,15	0,12	0,01	1,00	1,000	0,2317
E_2	1	1	0,08	0,97	0,040	0,6857
E_3	0,57	0,34	0,02	0,32	0,610	0,2677
E_4	0,13	0,03	1,00	0,99	0,004	0,2578
минимально допустимые значения параметров	0,1	0,1	0,01	0,3	0,003	
Вес критериев	0,33	0,27	0,13	0,2	0,07	Проверка суммы весов:
						0,6857
					Оптимальный вариант	E_2

Рис. 3. Реализация метода эталонного сравнения, основанного на теории нечетких множеств (скриншот экрана)

Fig. 3. Implementation of a reference comparison method based on fuzzy set theory (screenshot)

$$\begin{aligned}
 & + (0,04 - 0,003) \cdot 0,07 = 0,6857; \\
 p_3 & = (0,57 - 0,1) \cdot 0,33 + (0,34 - 0,1) \cdot 0,27 + \\
 & + (0,02 - 0,01) \cdot 0,13 + (0,32 - 0,3) \cdot 0,2 + \\
 & + (0,61 - 0,003) \cdot 0,07 = 0,2677; \\
 p_4 & = (0,13 - 0,1) \cdot 0,33 + (0,03 - 0,1) \cdot 0,27 + \\
 & + (1 - 0,01) \cdot 0,13 + (0,99 - 0,3) \cdot 0,2 + \\
 & + (0,004 - 0,003) \cdot 0,07 = 0,2578; \\
 p_{\max} & = p_2 = 0,6857.
 \end{aligned}$$

Результаты вычислений с помощью разработанной программы представлены на рис. 3.

Результат решения задачи: оптимальный вариант $E_2 = (1; 1; 0,08; 0,97; 0,04)$.

Заключение

При решении серии проектных задач различными методами с использованием теории нечетких множеств получены неодинаковые

оптимальные решения. Не принижая роль ЛПР в принятии решений, отметим, что большое влияние на достоверность результатов оказывает возможность количественного учета значений таких критериев, как объем и качество информации о возможных состояниях внешней среды и вероятностях их наступления (законах распределения). Использование математического аппарата теории нечетких множеств позволяет улучшить результат решения задачи, в том числе посредством более точного выбора вида функции принадлежности.

Таким образом, использование математических методов повышает эффективность решения проблемы выбора в проектировании железных дорог.

Список литературы

1. Послание Президента Российской Федерации от 20.02.2019 б/н (О положении в стране и основных направлениях внутренней и внешней политики государства) // Президент России : сайт. URL: <http://www.kremlin.ru/acts/bank/44032/page/1> (дата обращения 18.02.2024).
2. Кашкин Н.В., Быков Ю.А. Риск и неопределенность на современном этапе развития железнодорожного транспорта // Особенности проектирования и строительства железных дорог в условиях Дальнего Востока : межвуз. сб. науч. тр. Хабаровск, 2009. С. 232–234.
3. Подвербный В.А., Казарина В.В., Подвербная О.В. Проектирование скоростного пассажирского рельсового транспорта Иркутской агломерации // Проектирование развития региональной сети железных дорог. 2016. № 4. С. 308–326.
4. Титов К.М. Принятие решения при проектировании легкого рельсового транспорта в условиях городской застройки // Вестник транспорта Поволжья. 2012. № 1 (31). С. 60–68.
5. Сосунова Л.А., Тойменцева И.А. Экономико-математические методы выбора оптимальной стратегии управления предприятиями сферы услуг // Экономические науки. 2011. № 4 (77). С. 259–264.
6. Подвербный В.А., Попов О.Ю. Анализ исходных данных и методы принятия проектных решений в нечеткой среде // Проблемы развития сети железных дорог : межвуз. сб. науч. тр. Хабаровск, 2006. С. 54–59.
7. Казарина В.В., Подвербный В.А. Принятие решений по выбору варианта направления проектируемой железной дороги на основе метода равномерной оптимизации // Транспортная инфраструктура Сибирского региона : материалы IX Междунар. науч.-практ. конф. Иркутск, 2018. Т. 1. С. 599–606.
8. Гавриленков А.В., Жабров С.С., Подвербный В.А. Выбор варианта трассы высокоскоростной специализированной пассажирской магистрали с использованием теории полезности (на примере ВСМ С.-Петербург – Москва) // Вестн. Всерос. науч.-исслед. ин-та ж.-д. трансп. 1995. № 4. С. 12–18.
9. Силь В., Колос А.Ф., Петряев А.В. Изучение параметров деформации оттаивающих грунтов на основе дисперсионного анализа и метода анализа иерархий // Изв. Петербург. ун-та путей сообщ. 2023. Т. 20. № 4. С. 868–877.
10. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. М. : Радио и связь, 1982. 432 с.
11. Заде Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М. : Мир, 1976. 167 с.
12. Кини Р.Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. М. : Радио и связь, 1981. 560 с.
13. Мещерякова М.В. Проблема принятия решения и выбор вариантов в нечеткой среде при проектировании новых железных дорог // Успехи современного естествознания. 2005. № 7. С. 84.
14. Подвербный В.А. Выбор варианта железной дороги на основе критерия нечеткой полезности // Транспортное строительство. 2000. № 7. С. 10–13.
15. Беллман Р.Е., Заде Л.А. Принятие решений в расплывчатых условиях // Вопросы анализа и процедуры принятия решений : сб. переводов. М. : Мир, 1976. С. 172–215.
16. Подвербный В.А., Холодов П.Н., Титов К.М. Методы принятия проектных решений в строительстве. Иркутск : ИрГУПС, 2010. 72 с.
17. Анисимов В.А. Математическая постановка и основы метода решения задачи развития линейной транспортной системы // Особенности проектирования и строительства железных дорог в условиях Дальнего Востока : межвуз. сб. науч. тр. Хабаровск, 2009. С. 4–11.
18. Царев В.В. Оценка экономической эффективности инвестиций. СПб. : Питер, 2004. 464 с.
19. Гудков П.А. Методы сравнительного анализа. Пенза : ПГУ, 2008. 81 с.

References

1. Poslanie Prezidenta RF Federal'nomu sobraniyu RF ot 20.02.2019 [Message of the President of the Russian Federation to the Federal Assembly of the Russian Federation dated February 20, 2019].
2. Kashkin N.V., Bykov Yu.A. Risk i neopredelennost' na sovremennom etape razvitiya zheleznodorozhnogo transporta [Risk and uncertainty at the present stage of railway transport development]. *Mezhvuzovskii sbornik nauchnykh trudov «Osobennosti proektirovaniya i stroitel'stva zheleznykh dorog v usloviyakh Dal'nego Vostoka»* [Interuniversity proceedings «Features of Railway Design and Construction in the conditions of the Far East»]. Khabarovsk, 2009, pp. 232–234.
3. Podverbnyi V.A., Kazarina V.V., Podverbnyaya O.V. Proektirovanie skorostnogo passazhirskogo rel'sovogo transporta Irkutskoi aglomeratsii [Design of high-speed passenger rail transport in the Irkutsk agglomeration]. *Proektirovanie razvitiya regional'noi seti zheleznykh dorog* [Designing the development of the regional railway network], 2016, no. 4, pp. 308–326.
4. Titov K.M. Prinyatie resheniya pri proektirovanii legkogo rel'sovogo transporta v usloviyakh gorodskoi zastroiki [Decision-making in the design of light rail transport in urban conditions]. *Vestnik transporta Povolzh'ya* [Bulletin of Transport of the Volga region], 2012, no. 1, pp. 60–68.
5. Sosunova L.A., Toimentseva I.A. Ekonomiko-matematicheskie metody vybora optimal'noi strategii upravleniya predpriyatiyami sfery uslug [Economic and mathematical methods for choosing the optimal management strategy for service enterprises]. *Ekonomicheskie nauki* [Economic Sciences], 2011, no. 4 (77), pp. 259–264.
6. Podverbnyi V.A., Popov O.Yu. Analiz iskhodnykh dannykh i metody prinyatiya proektnykh reshenii v nechetkoi srede [Analysis of source data and methods of making design decisions in a fuzzy environment]. *Mezhvuzovskii sbornik nauchnykh trudov «Problemy razvitiya seti zheleznykh dorog»* [Interuniversity proceedings «Problems of railway network development»]. Khabarovsk, 2006, pp. 54–59.
7. Kazarina V.V., Podverbnyi V.A. Prinyatie reshenii po vyboru varianta napravleniya proektiruemoi zheleznoi dorogi na osnove metoda ravnomernoi optimizatsii [Decision-making on the choice of the direction option of the projected railway based on the uniform optimization method]. *Materialy IX Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii «Transportnaya infrastruktura Sibirskogo regiona»* [Proceedings of the IX International Scientific and Practical Conference «Transport Infrastructure of the Siberian Region»]. Irkutsk, 2018, vol. 1, pp. 599–606.
8. Gavrilentsov A.V., Zhabrov S.S., Podverbnyi V.A. Vybor varianta trassy vysokoskorostnoi spetsializirovannoi passazhirskoi magistrali s ispol'zovaniem teorii poleznosti (na primere VSM S.-Peterburg – Moskva) [Choosing a route option for a high-speed specialized passenger highway using utility theory (using the example of the Saint-Petersburg – Moscow High-Speed Railway)]. *Vestnik Vserossiiskogo nauchno-issledovatel'skogo instituta zheleznodorozhnogo transporta* [Bulletin of the All-Russian Scientific Research Institute of Railway Transport], 1995, no. 4, pp. 12–18.
9. Sin' V., Kolos A.F., Petryaev A.V. Izuchenie parametrov deformatsii ottaivayushchikh gruntov na osnove dispersionnogo analiza i metoda analiza ierarkhii [Research of deformation parameters of thawing soils based on dispersion analysis and hierarchy analysis method]. *Izvestiya Peterburgskogo universiteta putei soobshcheniya* [Bulletins of the Petersburg State Transport University], 2023, vol. 20, no. 4, pp. 869–877.
10. Kaufmann A. Vvedenie v teoriyu nechetkikh mnozhestv [Introduction a la theorie des sous-ensembles flous]. Moscow: Radio i svyaz' Publ., 1982. 432 p.
11. Zadeh L.A. Ponyatie lingvisticheskoi peremennoi i ego primenenie k prinyatiyu priblizhennykh reshenii [The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning]. Moscow: Mir Publ., 1976. 167 p.
12. Keeney R.L., Raiffa H. Prinyatie reshenii pri mnogikh kriteriyakh: predpochteniya i zameshcheniya [Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs]. Moscow: Radio i svyaz' Publ., 1981. 560 p.
13. Meshcheryakova M.V. Problema prinyatiya reshenii i vybor variantov v nechetkoi srede pri proektirovanii novykh zheleznykh dorog [The problem of decision-making and the choice of options in a fuzzy environment when designing new railways]. *Uspekhi sovremennogo estestvoznaniya* [Successes of modern natural science], 2005, no. 7, pp. 84.
14. Podverbnyi V.A. Vybor varianta zheleznoi dorogi na osnove kriteriya nechetkoi poleznosti [Choosing a railway option based on the criterion of fuzzy utility]. *Transportnoe stroitel'stvo* [Transport construction], 2000, no. 7, pp. 10–13.
15. Bellman R.E., Zadeh L.A. Prinyatie reshenii v rasplyvchatykh usloviyakh [Decision-Making in Fuzzy Environment]. *Sbornik perevodov «Voprosy analiza i protsedury prinyatiya reshenii»* [Digest of translations «Issues of analysis and decision-making procedures»]. Moscow: Mir Publ., 1976, pp. 172–215.
16. Podverbnyi V.A., Kholodov P.N., Titov K.M. Metody prinyatiya proektnykh reshenii v stroitel'stve [Methods of Making Design Decisions in Construction]. Irkutsk: IrGUPS Publ., 2010. 72 p.
17. Anisimov V.A. Matematicheskaya postanovka i osnovy metoda resheniya zadachi razvitiya lineinoi transportnoi sistemy [Mathematical formulation and fundamentals of the method for solving the problem of linear transport system development]. *Mezhvuzovskii sbornik nauchnykh trudov «Osobennosti proektirovaniya i stroitel'stva zheleznykh dorog v usloviyakh Dal'nego Vostoka»* [Interuniversity proceedings «Features of Railway Design and Construction in the conditions of the Far East»]. Khabarovsk, 2009, pp. 4–11.
18. Tsarev V.V. Otsenka ekonomicheskoi effektivnosti investitsii [Assessment of the economic efficiency of investments]. Saint-Petersburg: Piter Publ., 2004. 464 p.
19. Gudkov P.A. Metody sravnitel'nogo analiza [Methods of comparative analysis]. Penza: PGU Publ., 2008. 81 p.

Информация об авторах

Казарина Валентина Вениаминовна, методист ООО Учебного центра «Салютем», г. Иркутск; e-mail: vvkaz92@mail.ru.

Information about the authors

Valentina V. Kazarina, methodologist of LLC Educational Center «Salyutem», Irkutsk; e-mail: vvkaz92@mail.ru.