

## Верификация разработанных математических моделей и созданного программного обеспечения на тестовых моделях пластин и академических рабочих колесах осевых турбомашин

О.В. Репецкий✉, Ван Мань Нгуен

Иркутский государственный аграрный университет им. А.А. Ежевского, г. Иркутск, Российская Федерация

✉repetckii@igsha.ru

### Резюме

Определение динамических характеристик (собственных частот и форм колебаний) – важная научная задача, позволяющая решать проблему устранения явления резонанса (например, путем изменения формы деталей), а, следовательно, и повышения ресурса деталей турбомашин под действием различных факторов – вращение, температура расстройки параметров и т.д. Сегодня с помощью мощных компьютеров и за счет развития цифровых методов можно значительно сократить время, затрачиваемое на решение подобных задач, а также сэкономить финансовые средства. Однако в процессе разработки математических моделей и численных методов исследования необходимо верифицировать имеющиеся результаты другими методами, например, сравнением с аналитическим решением или экспериментальными данными. В настоящей работе представлены результаты определения и верификации динамических характеристик колебаний, полученных с помощью разработанных математических моделей и программного обеспечения на тестовых моделях пластин и академических рабочих колесах осевых турбомашин. Установлено, что численные расчеты собственных частот колебаний исследуемых конструкций хорошо согласуются с экспериментальными данными авторов и другими исследованиями, а также с аналитическими решениями. Дополнительно изучено изменение связанности колебаний лопаток за счет увеличения толщины диска рабочего колеса. При этом преобразуются как формы колебаний, так и спектр собственных частот колебаний исходной конструкции. Значительное увеличение толщины диска приводит к локализации форм колебаний лопаток как единичных конструкций. Данный вариант является одним из видов введения расстройки параметров и верификации исследования колебаний колес с неидентичными лопатками.

### Ключевые слова

верификация, динамические характеристики, математическая модель, численный расчет, рабочие колеса

### Для цитирования

Репецкий О.В. Верификация разработанных математических моделей и созданного программного обеспечения на тестовых моделях пластин и академических рабочих колесах осевых турбомашин / О.В. Репецкий, Ван Мань Нгуен // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2024. № 2 (82). С. 134–144. DOI 10.26731/1813-9108.2024.2(82).134-144.

### Информация о статье

поступила в редакцию: 06.05.2024 г.; поступила после рецензирования: 10.05.2024 г.; принята к публикации: 13.05.2024 г.

### Благодарность

Данная работа выполнена в рамках гранта Российского научного фонда № 24-29-00135 «Численное исследование способов увеличения ресурсных характеристик осевых и радиальных транспортных турбомашин с помощью преднамеренной расстройки геометрических, массовых, аэродинамических и других параметров влияния». Авторы благодарят Российский научный фонд за поддержку настоящих исследований.

## Verification of the developed mathematical models and the created software on test models of plates and bladed disks of axial turbomachines

O.V. Repetskii✉, Van Man' Nguyen

Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevskii, Irkutsk, the Russian Federation

✉repetckii@igsha.ru

### Abstract

Determining the dynamic characteristics of vibrations (natural frequencies and waveforms) is an important task that allows to solve the problem of eliminating the resonance phenomenon, for example, by changing the shape of parts and increasing the life of turbomachine parts under the influence of various factors such as rotation, parameter mistuning, etc. Today, with the advent of powerful computers and the development of digital methods, it is possible to significantly reduce the time and financial means spent on solving such tasks. However, in the process of developing mathematical models and numerical research methods, it is necessary to verify

the results obtained by other methods, for example, an analytical solution or data experiments. This paper presents the results of determining the dynamic characteristics of vibrations of test models of plates and academic impellers of axial turbomachines. It is found that the results of numerical calculations of the structure's natural oscillation frequencies are in good agreement with the authors' experimental data as well as other investigations and analytical data. A change in the coupling of blade vibrations due to an increase in the thickness of the impeller disc has also been investigated. At the same time, the waveforms and the natural frequency spectrum of the vibrations of the original structure change. This option is one of the types of introducing parameter mistuning and verification of the study of bladed disks vibrations with non-identical blades.

### Keywords

verification, dynamic characteristics, mathematical model, numerical calculation, bladed disks

### For citation

Repetskii O.V., Nguyen Van Man'. Verifikatsiya razrabotannykh matematicheskikh modeley i sozdanogo programmnoho obespecheniya na testovykh modelyakh plastin i akademicheskikh rabochikh kolesakh osevykh turbomashi [Verification of the developed mathematical models and the created software on test models of plates and bladed disks of axial turbomachines]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie* [Modern Technologies. System Analysis. Modeling], 2024, no. 2(82), pp. 134–144. DOI: 10.26731/1813-9108.2024.2(82).134-144.

### Article info

Received: May 6, 2024; Revised: May 10, 2024; Accepted: May 13, 2024.

### Acknowledgement

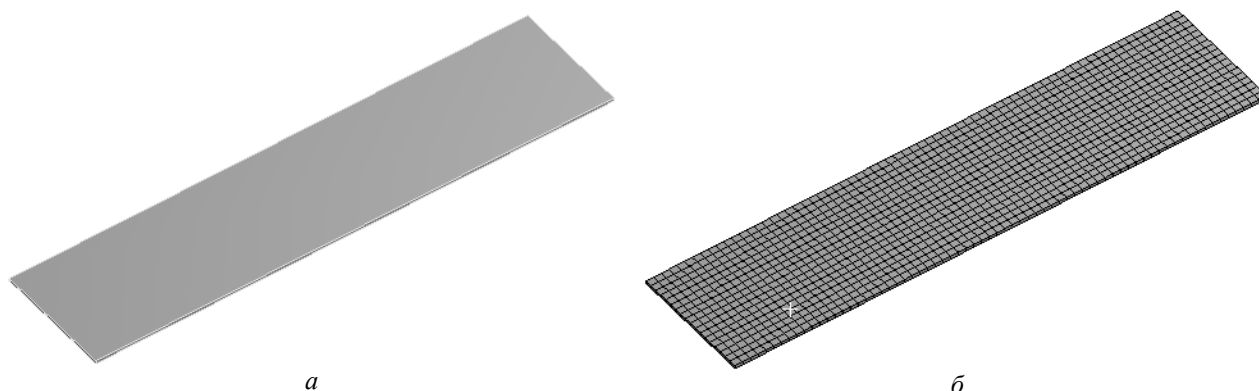
This work was carried out within the framework of the grant of the Russian Scientific Foundation No 24-29-00135 «Numerical study of ways to increase the resource characteristics of axial and radial transport turbomachines by deliberately detuning geometric, mass, aerodynamic and other influence parameters». The authors thank the Russian Science Foundation for supporting these researches.

### Введение

Рабочие лопатки являются наиболее сложной и высоконагруженной частью паровых турбин и в значительной мере определяют надежность работы всего турбоагрегата. Во время работы на них воздействуют различные факторы, в том числе статические, динамические и температурные напряжения. Под действием этих напряжений рабочие лопатки подвергаются вынужденным колебаниям и приводят к накоплению повреждений в лопатке по механизму многоциклового усталости [1, 2]. До 60–70 % поломок лопаток компрессоров газотурбинных двигателей (ГТД) имеют усталостный характер [3].

С точки зрения надежности двигателя необходимо исследовать динамические характеристики колебаний рабочих колес турбомашин.

В этой связи целью данной работы является верификация разработанных математических моделей и созданного программного обеспечения для определения собственных частот и форм колебаний конструкции. Расчеты проведены на тестовых моделях пластин и академических рабочих колесах осевых турбомашин. Полученные результаты хорошо согласуются с аналитическим решением и экспериментальными данными других авторов [4, 5].



**Рис. 1.** Тестовая пластина:  
а – модель 3D; б – конечноэлементная модель

**Fig. 1.** Test plate:  
а – 3D model; б – finite element model

### Верификация численных расчетов динамических характеристик тестовой пластины аналитическим решением

На первом этапе исследования рассмотрена задача колебаний консольной пластины (рис. 1). Основные геометрические и механические характеристики имеют вид: длина пластины – 0,069 м, ширина – 0,0175 м, толщина – 0,004 м, модуль упругости материала –  $2,0 \cdot 10^5$  МПа, плотность –  $7\,850$  кг/м<sup>3</sup>, коэффициент Пуассона – 0,3 [6]. Расчеты собственных частот колебаний тестовой пластины с учетом вращения верифицированы по аналитическому решению и по численному расчету в Ansys Mechanical на основе метода конечных элементов (МКЭ) [7, 8]. Результаты расчетов показаны в табл. 1. Видно, что программа Ansys Workbench с использованием конечного элемента дает результаты, хорошо согласующиеся с результатами аналитического решения. На рис. 2 показаны первые четыре собственные

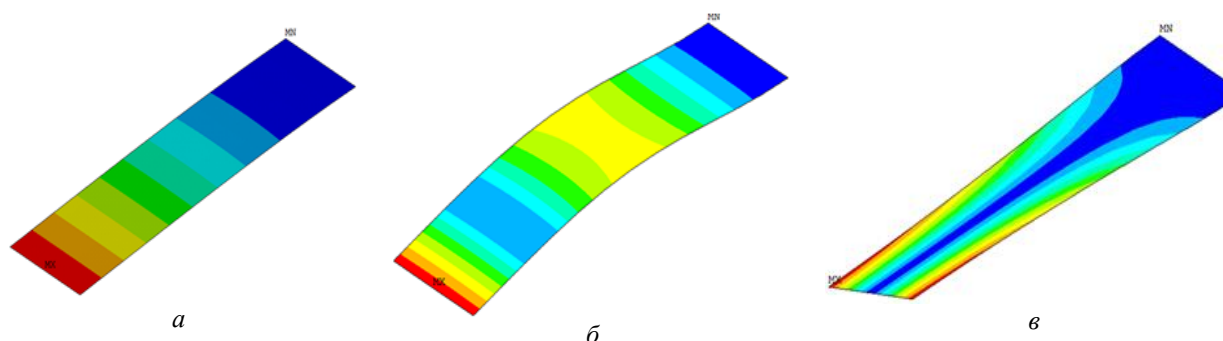
формы колебаний тестовой пластины с разными характерами.

### Верификация результатов численного исследования академического рабочего колеса турбомашин с экспериментальными данными

В данном разделе выполнены численно-экспериментальные исследования академического рабочего колеса с десятью лопатками. Основные механические характеристики исследуемого объекта имеют вид: материал рабочего колеса – сталь, модуль Юнга –  $2,1 \cdot 10^5$  Н/мм<sup>2</sup>, плотность –  $7\,850$  кг/м<sup>3</sup>, коэффициент Пуассона – 0,3 [9, 10]. Общий вид академического колеса показан на рис. 3. Конструкция была жестко закреплена вдоль обода диска. Сетка конечного элемента построена в программе Ansys Workbench с использованием конечных элементов ТЕТ10 с тремя степенями свободы. Размер сетки составляет 2 925 элементов и 5 741 узловая точка.

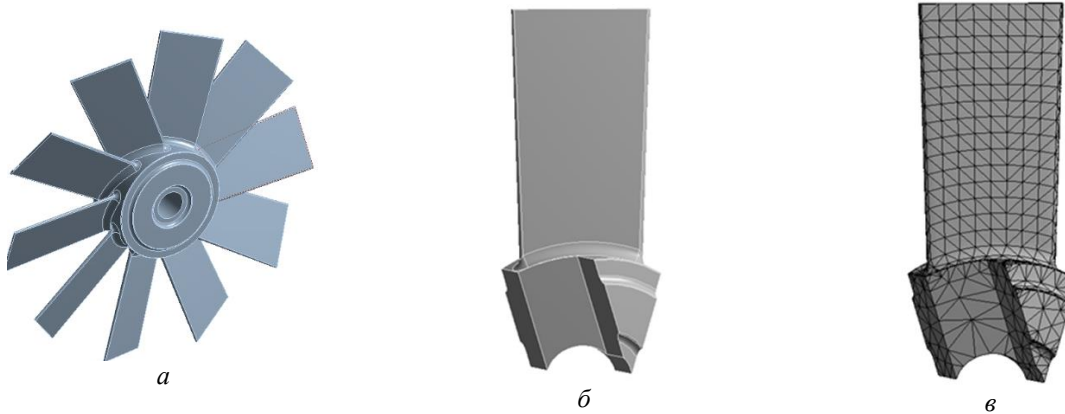
**Таблица 1.** Расчет частот собственных колебаний пластины с учетом вращения  
**Table 1.** Calculation of the natural vibration frequencies of the plate taking into account rotation

Формы колебаний Vibration modes	Угловая частота вращения пластины $\Omega$ , рад/с The angular frequency of rotation of the plate $\Omega$ , rad/s						
	0	500		1 000		1 500	
	$f$ , Гц	$f$ , Гц	$\Delta f$ , %	$f$ , Гц	$\Delta f$ , %	$f$ , Гц	$\Delta f$ , %
Аналитическое решение Analytical solution							
1	715	735	2,8	792	10,8	879	22,9
3	4 784	4 787	0,1	4 796	0,25	4 811	0,57
4	5 612	5 614	0,05	5 622	0,18	5 635	0,42
Метод конечных элементов The finite element method							
1	715	736	2,9	797	11,5	889	24,4
3	4 784	4 806	0,4	4 870	1,8	4 976	4,0
4	5 612	5 617	0,08	5 615	0,05	5 631	0,34



**Рис. 2.** Основные формы колебаний тестовой пластины:  
*a* – форма 1; *б* – форма 3; *в* – форма 4

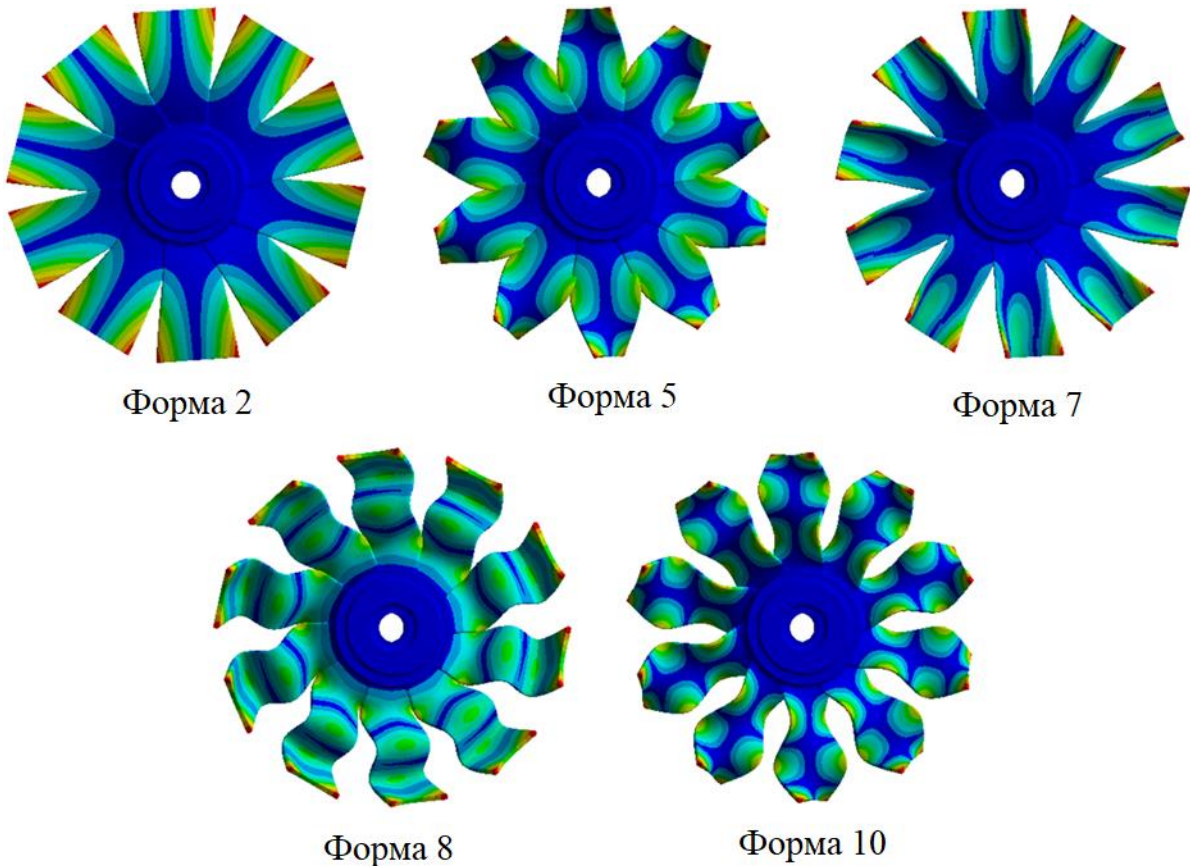
**Fig. 2.** Basic vibration modes of the test plate:  
*a* – Mode No 1; *b* – Mode No 3; *c* – Mode No 4



**Рис. 3.** Академическое рабочее колесо с десятью лопатками:  
*a* – общий вид; *б* – вид одного сектора; *в* – конечноэлементная модель сектора  
**Fig. 3.** Academic impeller with ten blades  
*a* – general view; *b* – view of one sector; *c* – finite element model of the sector)

Колебательные процессы лопаток определяют динамические свойства рабочего колеса, в том числе собственную частоту и форму колебаний. Таким образом, исследование собственных частот и форм колебаний лопаток является важной задачей при проектировании

турбомашин. На рис. 4 показаны некоторые виды форм колебаний полного академического рабочего колеса с различными номерами узловых диаметров и узловых окружностей. В табл. 2 приведены значения частот собственных колебаний одного сектора модельного колеса.



**Рис. 4.** Формы колебаний академического рабочего колеса  
**Fig. 4.** Vibration modes of the academic impeller (modes 2, 5, 7, 8, 10)

Для проведения эксперимента используется система измерения с лазерным сканирующим виброметром для анализа возбуждения колебаний облопаченного диска (рис. 5) [11–13]. Система экспериментальной установки состоит из диска с лопатками, устройства управления, лазерного виброметра, модально-го молотка, дополнительной массы и подушки из пены.

В табл. 3 показан численно-экспериментальный результат анализа частот собственных колебаний рабочего колеса для различных форм колебаний. Видно, что результаты численных расчетов очень мало отличаются от экспериментальных данных (менее 2%), что подтверждает адекватность разработанных математических моделей и авторских программ.

**Таблица 2.** Расчет частот собственных колебаний одного сектора модельного колеса  
**Table 2.** Calculation of natural oscillation frequencies of one sector of the model wheel

Форма колебаний Vibration modes	Частота $f$ , Гц Frequency $f$ , Hz		
	ABAQUS	ANSYS	Эксперимент Experiment
1	264,49	260,57	–
2	923,46	905,4	919,69
3	1 361,5	1 342,1	–
4	1 958,0	1 937,3	–
5	2 857,1	2 748,0	2 752,50
6	3 745,7	3 689,0	–
7	4 957,6	4 510,5	4 489,84
8	5 422,9	4 915,2	5 319,30
9	5 628,6	5 348,2	–
10	7 204,2	7 036,2	6 914,84



**Рис. 5.** Экспериментальное исследование динамических характеристик колебаний академического колеса

**Fig. 5.** Experimental study on the dynamic characteristics of the academic disk vibration



**Таблица 3.** Численно-экспериментальный результат анализа частот колебаний рабочего колеса, Гц  
**Table 3.** Numerical and experimental result of the analysis of the vibration frequencies of the impeller, Hz

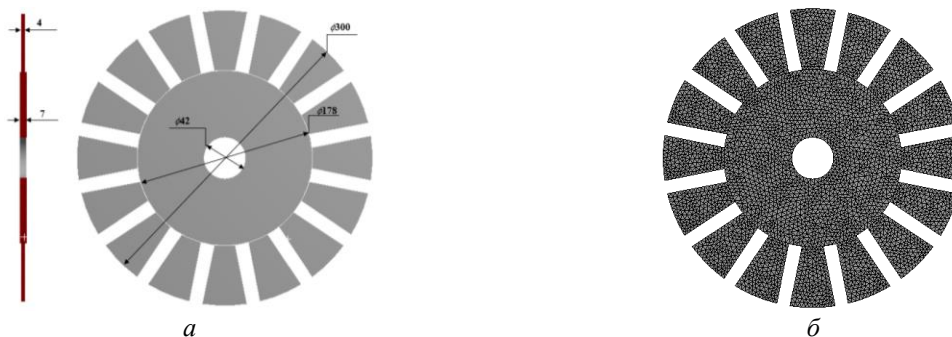
Номер лопатки Blade number	Форма 2 Mode shape 2		Форма 5 Mode shape 5		Форма 7 Mode shape 7		Форма 8 Mode shape 8		Форма 10 Mode shape 10	
	Метод конечных элементов Final element method	Эксперимент Experiment	Метод конечных элементов Final element method	Эксперимент Experiment	Метод конечных элементов Final element method	Эксперимент Experiment	Метод конечных элементов Final element method	Эксперимент Experiment	Метод конечных элементов Final element method	Эксперимент Experiment
1	905,4	919,69	2 748,0	2 752,50	4 510,5	4 489,84	4 915,2	5 319,30	7 036,2	6 914,84
2	905,5	920,08	2 748,0	2 756,72	4 510,5	4 498,98	4 915,3	5 324,61	7 038,2	6 923,83
3	905,7	921,48	2 748,1	2 757,34	4 510,6	4 501,02	4 915,4	5 328,91	7 039,4	6 930,23
4	906,1	920,08	2 748,2	2 753,98	4 510,6	4 491,88	4 915,4	5 322,27	7 043,7	6 918,83
5	906,1	920,63	2 749,0	2 757,50	4 512,0	4 499,84	4 918,2	5 327,11	7 043,9	6 924,22
6	906,2	921,33	2 749,3	2 756,41	4 512,1	4 494,30	4 918,7	5 326,48	7 044,2	6 924,38
7	906,4	922,58	2 749,4	2 758,44	4 512,5	4 502,50	4 919,8	5 329,69	7 048,2	6 934,53
8	907,2	922,03	2 749,2	2 758,52	4 514,5	4 500,55	4 919,9	5 330,00	7 049,2	6 927,11
9	907,4	922,34	2 750,0	2 759,14	4 514,7	4 503,98	4 920,2	5 332,97	7 049,4	6 933,91
10	907,5	921,17	2 750,5	2 757,27	4 515,2	4 497,57	4 920,4	5 328,35	7 049,6	6 925,03

### Исследование влияния связанности колебаний на динамические характеристики колебаний рабочего колеса

На данном этапе изучается процесс искажения собственных форм рабочих колес с нарушением симметрии вращения при уменьшении связи колебаний лопаток (за счет увеличения толщины диска) вплоть до ее полного исчезновения. В качестве объекта исследования рассмотрено модельное рабочее колесо с 16 лопатками. Рабочее колесо изготовлено из нержавеющей стали с модулем Юнга –  $1,93 \cdot 10^5$  Н/мм<sup>2</sup>, плотностью – 8 000 кг/м<sup>3</sup>, коэффициентом Пуассона – 0,29 [14–16]. Общий вид рабочего колеса представлен на рис. 6, а. Диаметр колеса – 300

мм, толщина диска – 7 мм, толщина лопаток – 4 мм. На рис. 6, б показана сетка конечных элементов, построенная на базе Ansys Workbench с количеством трехмерных элементов 46 001.

При изучении характеристик свободных колебаний колеса предполагается, что колесо имеет неподвижную опору в центре. На рис. 7 показан спектр собственных частот колебаний модельного колеса для форм без узловых окружностей, где  $m$  – количество узловых диаметров. Синими треугольниками отмечены численные результаты на Ansys Workbench, а красная линия показывает экспериментальные результаты, проведенные авторами работы [14]. Из представленных данных видно, что численные итоговые значения, полученные с исполь-



**Рис. 6.** Рабочее колесо компрессора с 16 лопатками:  
 а – общий вид; б – конечноэлементная модель

**Fig. 6.** Compressor impeller with 16 blades:  
 а – general view; б – finite element model

зованием предложенного конечного элемента, дают результаты, которые хорошо согласуются с экспериментальными данными.

В табл. 4 приведены парциальные частоты лопаток при колебаниях по первой изгибной форме. Для этого случая принимается условие жесткой заделки диска по всей площади как фиксированной поддержки. Результат численных расчетов показывает, что собственные частоты колебаний почти одинаковые для всех лопаток, т.е. при жесткой заделке диска по всей площади каждая лопатка колеблется независимо друг от друга. При экспериментальных исследованиях собственные частоты колебаний лопаток немного отличаются, так как в реальности всегда существует отклонение в процессе изготовления лопаток.

Для исследования изменения связанности колебаний лопаток в модельном колесе увеличивается толщина диска [17–20]. Процессы искажения собственных форм модельного колеса показаны на рис. 8 и 9, где  $N$  – номер лопаток, а

$q_z$  – нормированное размещение на их периферии точечных масс. Линия 1, имеющая вид периодической симметричной функции, указывает на начальную форму колебаний. Линии 2, 3 и 4 указывают различные стадии искажения формы колебаний рабочего колеса при увеличении толщины диска до возникновения полной локализации.

При увеличении толщины диска изменяется не только форма, но и частоты колебаний исходной конструкции. В табл. 5 приведен спектр собственных частот колебаний исходной конструкции для форм без узлов окружностей. При толщине диска 7 мм, собственные частоты колебаний исходной конструкции возрастают с увеличением номера узловых диаметров. При толщине диска намного больше размера лопаток ( $h = 140$  мм) собственные частоты колебаний конструкции можно считать одинаковыми для всех номеров узловых диаметров, т.е. связанность колебаний лопаток почти исчезает (табл. 6).

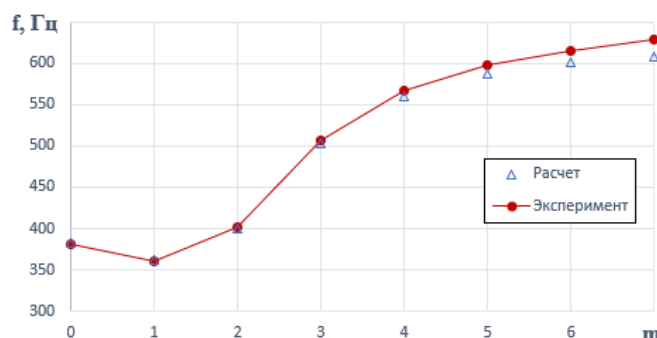


Рис. 7. Спектр собственных частот колебаний исследуемой конструкции  
Fig. 7. The spectrum of natural oscillation frequencies of the studied structure

Таблица 4. Парциальные собственные частоты колебаний лопаток модельного рабочего колеса  
Table 4. Partial natural oscillation frequencies of the model impellers blades

Номер лопатки Blade number	$f$ , Гц (расчет) $f$ , Hz (calculation)	$f$ , Гц (эксперимент) $f$ , Hz (experiment)
1	680,39	675
2	680,7	670
3	680,74	684
4	680,81	663
5	680,84	676
6	680,88	688
7	680,93	687
8	680,93	684
9	681,12	684
10	681,2	675
11	681,35	670
12	681,64	679
13	681,67	686
14	681,7	687
15	681,94	684
16	682,05	673

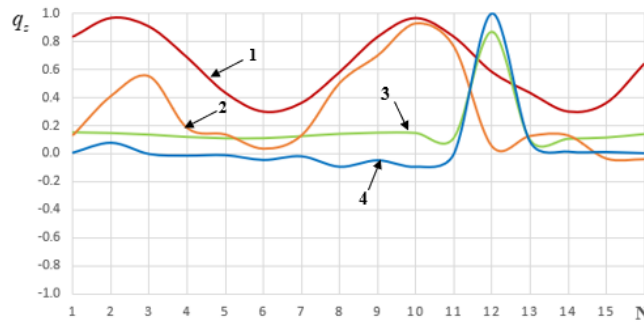


Рис. 8. Изменение формы колебаний с  $m = 0$  при утолщении диска  $h$  модельного рабочего колеса:  
 1 – 7 мм; 2 – 14 мм; 3 – 70 мм; 4 – 140 мм

Fig. 8. Variation of the vibration mode from  $m = 0$  with thickening of the disk  $h$  of the model bladed impeller:  
 1 – 7 mm; 2 – 14 mm; 3 – 70 mm; 4 – 140 mm

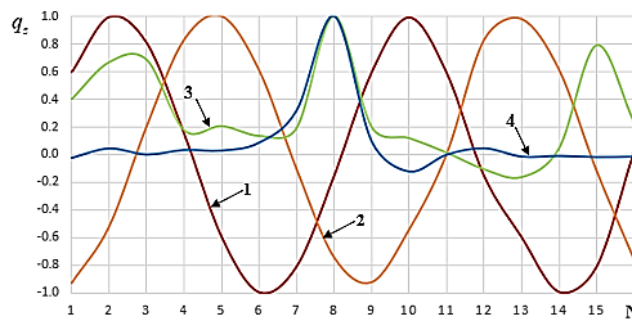


Рис. 9. Изменение формы колебаний с  $m = 2$  при утолщении диска  $h$  модельного рабочего колеса:  
 1 – 7 мм; 2 – 14 мм; 3 – 70 мм; 4 – 140 мм

Fig. 9. Variation of the vibration mode from  $m = 2$  with thickening of the disk  $h$  of the model bladed impeller:  
 1 – 7 mm; 2 – 14 mm; 3 – 70 mm; 4 – 140 mm

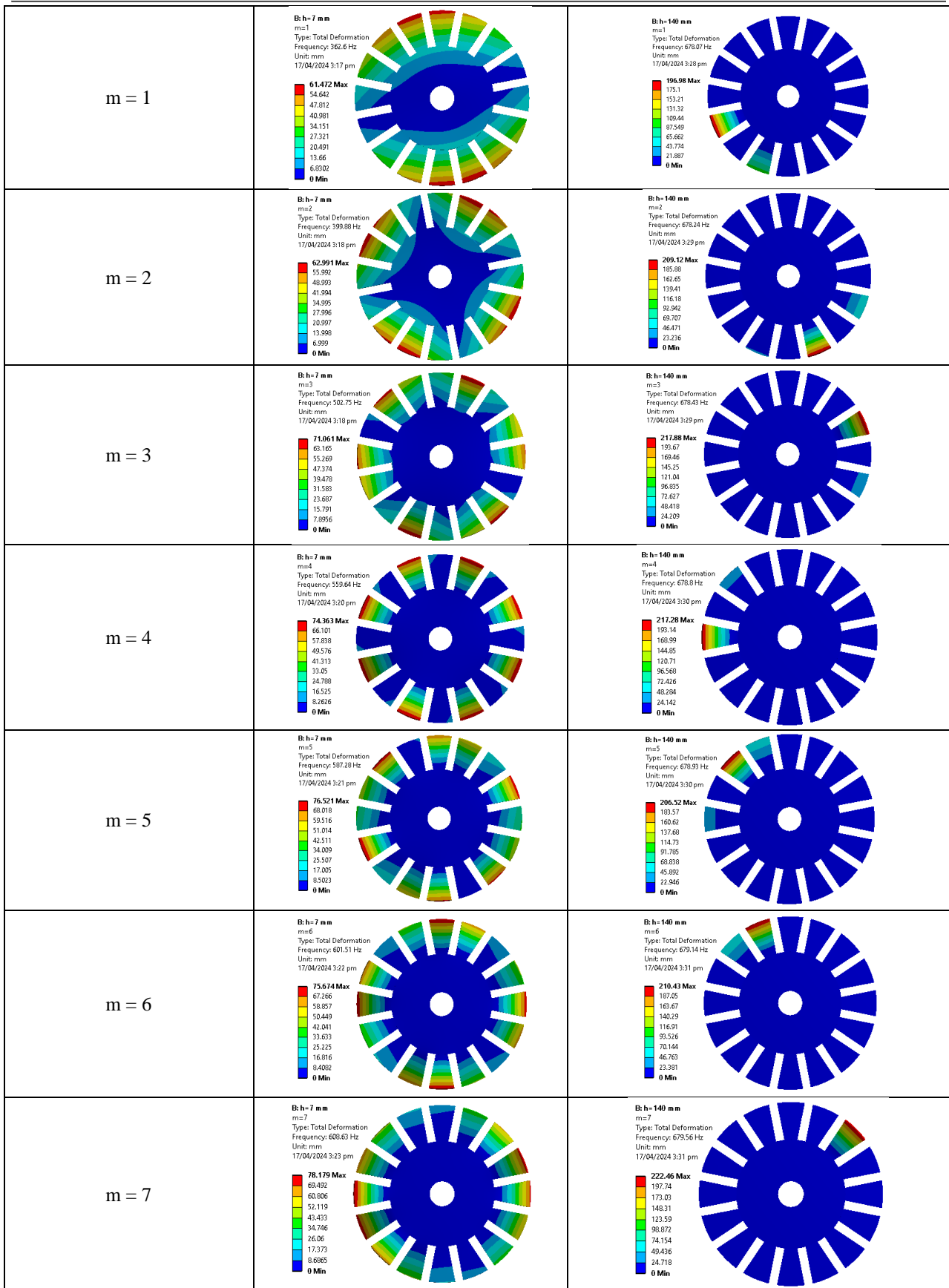
Таблица 5. Изменение спектра собственных частот колебаний конструкции  
 Table 5. Changing the spectrum of vibrations natural frequencies of the structure

Номер узловых диаметров Number of nodal diameters	$f$ , Гц			
	$h = 7$ мм	$h = 14$ мм	$h = 70$ мм	$h = 140$ мм
$m = 0$	382,28	600,9	677,1	678,07
$m = 1$	362,6	588,47	676,73	678,01
$m = 2$	399,88	604,01	677,22	678,24
$m = 3$	502,75	636,62	677,51	678,43
$m = 4$	559,64	648,54	677,77	678,8
$m = 5$	587,28	653,66	678,12	678,93
$m = 6$	601,51	656,06	678,34	679,14
$m = 7$	608,63	657,36	678,52	679,56

Таблица 6. Формы колебаний модельного рабочего колеса при варьировании толщины диска (от 7 до 140 мм)  
 Table 6. The oscillation patterns of the model bladed impeller when varying the thickness of the disc (from 7 to 140 mm)

Номер узловых диаметров Number of nodal diameters	$h = 7$ мм	$h = 140$ мм
$m = 0$	<p>В: <math>h = 7</math> мм                      m: 0                      Type: Total Deformation                      Frequency: 382.28 Hz                      Unit: mm                      17/04/2024 3:16 pm</p>	<p>В: <math>h = 140</math> мм                      m: 0                      Type: Total Deformation                      Frequency: 678.01 Hz                      Unit: mm                      17/04/2024 3:28 pm</p>





## Заключение

Проведенные исследования и верификация результатов позволяют сделать заключение, что возможно с высокой точностью использовать численное решение в Ansys Workbench на основе МКЭ для определения динамических характеристик колебаний деталей турбомашин. Проведенный расчет на тестовой пластине показывает результаты, хорошо согласующиеся с данными аналитического решения. Также представлены итоги исследования и верификации на двух конструкциях академических рабочих колес. Полученные спектры собственных частот колебаний конструкций с различными формами колебаний совпадают с экспериментальными данными. В последней части исследования представлено

изменение формы и спектра собственных частот колебаний модельного рабочего колеса с 16-ю лопатками при увеличении толщины диска. При утолщении диска фиксируется искажение собственных форм от нарушения окружного гармонического характера распределения смещений до возникновения полной локализации форм на рабочих лопатках при значительном увеличении амплитуды колебаний.

Результаты данного численного исследования могут быть использованы в процессе анализа прочностных характеристик лопаток компрессоров и турбин на этапе проектирования и доводки новых конструкций для увеличения ресурса реальных рабочих колес турбомашин или продления их ресурса на стадии эксплуатации.

## Список литературы

1. Паровые и газовые турбины для электростанций / А.Г. Костюк, В.В. Фролов, А.Е. Булкин и др. М. : МЭИ, 2016. 557 с.
2. Костюк А.Г. Динамика и прочность турбомашин. М. : МЭИ, 2007. 476 с.
3. Экспериментальное исследование модели автоклава для гидротермального синтеза минералов / Д.А. Еловенко, П.Г. Пимштейн, О.В. Репецкий и др. // Вестн. Байкальского союза стипендиатов DAAD. 2010. № 1. С. 11–19.
4. Hoffmann T., Scheidt L., Wallaschek J. Single Nodal Diameter Excitation of Turbine Blades: Experimental and Theoretical Study // Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. 2021, Vol. 143, Iss. 9. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4051172>.
5. Иванов В.П. Колебания рабочих колес турбомашин. М. : Машиностроение, 1983. 224 с.
6. Репецкий О.В., Нгуен В.В. Анализ динамических характеристик элементов турбомашин // Вестник НГИЭИ. 2020. № 2 (105). С. 517.
7. Басов К.А. ANSYS. Справочник пользователя. М. : ДМК, 2005. 639 с.
8. Modal Analyses of an Axial Turbine Blisk with Intentional Mistuning / B. Beirow, F. Figaschewsky, A. Kühhorn et al. // Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. 2018. Vol. 140, Iss. 1. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4037588>.
9. Ewins D.J. Vibration modes of Mistuned bladed disks // Journal of Engineering for Power. 1976. Vol. 98, Iss. 3. P. 349–355.
10. До Мань Тунг. Численный анализ влияния расстройки параметров на динамические характеристики рабочих колес турбомашин : дис. ... канд. техн. наук. Иркутск, 2014. 197 с.
11. Repetckii O., Nguyen T.Q., Ryzhikov I. Investigation of vibration and fatigue life of mistuned bladed disks // Actual Issues of Mechanical Engineering : proceedings of the International Conference (AIME 2017). Tomsk, 2017. Vol. 133. P. 702707.
12. Repetskiy O.V., Ryzikov I.N. Modeling and simulation of dynamic processes with the help of program package BLADIS+ // International Conference on Systems, Computing Sciences And Software Engineering. Bridgeport, 2007. P. 219–220.
13. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М. : Наука. 1966. 636 с.
14. Ермаков А.И., Урлапкин А.В., Федорченко Д.Г. Влияние связанности колебаний на собственные формы рабочего колеса с неидентичными лопатками // Вестн. Самар. гос. аэрокосм. ун-та. 2014. № 5-3 (47). С. 76–81.
15. Гладкий И.Л., Пивоварова М.В. Разработка способа обрыва рабочей лопатки компрессора высокого давления на заданной частоте вращения // Вестн. Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. Механика. 2023. № 3. С. 53–62.
16. Ермаков А.И., Урлапкин А.В., Федорченко Д.Г. Формирование разброса резонансных напряжений в рабочих колесах с неидентичными лопатками и слабой связанностью колебаний // Вестн. Самар. гос. аэрокосм. ун-та. 2014. № 5-4 (47). С. 9–13.
17. Жужукин А.И., Непеин К.Г. Применение спекл-интерферометрии для экспериментального исследования колебаний рабочих колес турбомашин с расстройкой параметров // Динамика и виброакустика. 2023. Т. 9. № 1. С. 21–32.
18. Рязиков И.Н., Нгуен Т.К. Влияние расстройки параметров на частоты и формы колебаний конструкций с поворотной симметрией // Механика XXI века. 2015. №14. С. 29–33.
19. Numerical methods for calculating component modes for geometric mistuning reduced-order models / J.A. Beck, J.M. Brown, A.A. Kaszynski et al. // Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. 2022. Vol. 144, Iss. 3. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4052427>.
20. The dynamic influence of crystal orientation on a second generation single crystal material for turbine buckets / M. Manetti, I. Giovannetti, N. Pieroni et al. // Proceedings of the 2009 ASME Turbo Expo. Orlando, 2009. Vol. 6. Part A. P. 125–135.

## References

1. Kostyuk A.G., Frolov V.V., Bulkin A.Y., Trukhnii A.D. Parovye i gazovye turbiny dlya elektrostantsii [Steam and gas turbines for power plants]. Moscow: MEI Publ., 2016, 557 p.
2. Kostyuk A.G. Dinamika i prochnost' turbomashin [Dynamics and durability of turbomachines]. Moscow: MEI Publ., 2007. 476 p.

3. Elovenko D.A., Pimshtein P.G., Repetskii O.V., Tatarinov D.V. Eksperimental'noe issledovanie modeli avtoklava dlya gidrotermal'nogo sinteza mineralov [Experimental study of the autoclave model for hydrothermal synthesis of minerals]. *Vestnik Baykal'skogo soyuzo stipendiatov DAAD* [Bulletin of the Baikal Union of DAAD], 2010, no. 1, pp. 11–19.
4. Hoffmann T., Scheidt L., Wallaschek J. Single Nodal Diameter Excitation of Turbine Blades: Experimental and Theoretical Study. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2021, vol. 143, iss. 9. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4051172>.
5. Ivanov V.P. Kolebaniya rabochikh koles turbomashin [Vibrations of turbomachinery impellers]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1983. 224 p.
6. Repetskii O.V., Nguyen V.V. Analiz dinamicheskikh kharakteristik elementov turbomashin [Analysis of the dynamic characteristics of turbomachine elements]. *Vestnik NGIEI* [Bulletin of the Nizhny Novgorod State University of Engineering and Economics], 2020, no. 2 (105), pp. 5–17.
7. Basov K.A. ANSYS: spravochnik pol'zovatelya [ANSYS: user manual]. Moscow: DMK Publ., 2005. 639 p.
8. Beirow B., Figaschewsky F., Kühhorn A., Bornhorn A. Modal Analyzes of an Axial Turbine Blisk with Intentional Mistuning. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2018, vol. 140, iss. 1. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4037588>.
9. Ewins D.J. Vibration modes of Mistuned bladed disks. *Journal of Engineering for Power*, 1976, vol. 98, iss. 3, pp. 349–355.
10. Do Manh Tung. Chislennyi analiz vliyaniya rasstroiki parametrov na dinamicheskie kharakteristiki rabochikh koles turbomashin [Numerical analysis of the influence of parameter detuning on the dynamic characteristics of turbomachinery impellers]. Ph.D.'s thesis. Irkutsk, 2014. 197p.
11. Repetckii O., Nguyen T.Q., Ryzhikov I. Investigation of vibration and fatigue life of mistuned bladed disks. *Proceedings of the International Conference «Actual Issues of Mechanical Engineering» 2017 (AIME 2017)*. Tomsk, 2017, vol. 133, pp. 702–707.
12. Repetskiy O.V., Ryjikov I.N. Modeling and simulation of dynamic processes with the help of program package BLADIS+. *2007 International Conference on Systems, Computing Sciences And Software Engineering*. Bridgeport, 2007, pp. 219–220.
13. Timoshenko S.P., Woinowsky-Krieger S. Plastinki i obolochki [Theory of Plates and Shells]. Moscow: Nauka Publ., 1966. 636 p.
14. Ermakov A.I., Uralpin A.V., Fedorchenko D.G. Vliyanie svyazannosti kolebani na sobstvennye formy rabocheho koleasa s neidentichnymi lopatkami [The influence of vibration coupling on the proper shapes of an impeller with non-identical blades]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta* [Bulletin of the Samara State Aerospace University], 2014, no. 5-3 (47), pp. 76–81.
15. Gladkii I.L., Pivovarova M.V. Razrabotka sposoba obryva rabochei lopatki kompressora vysokogo davleniya na zadannoi chastote vrashcheniya [Development of a method for breaking the working blade of a high-pressure compressor at a given rotation speed]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika* [Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Mechanics], 2023, no. 3, pp. 53–62.
16. Ermakov A.I., Uralpin A.V., Fedorchenko D.G. Formirovaniye razbrosa rezonansnykh napryazhenii v rabochikh kolesakh s neidentichnymi lopatkami i slaboi svyazannost'yu kolebani [Formation of dispersion of resonant stresses in impellers with non-identical blades and weak vibration coupling]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta* [Bulletin of the Samara State Aerospace University], 2014, no. 5-4 (47), pp. 9–13.
17. Zhuzhukin A.I., Nepein K.G. Primenenie spekl-interferometrii dlya eksperimental'nogo issledovaniya kolebani rabochikh koles turbomashin s rasstroikoi parametrov [Application of speckle interferometry for experimental study of vibrations of turbomachinery impellers with parameter mistuning]. *Dinamika i vibroakustika* [Dynamics and Vibroacoustics], 2023, vol. 9, no. 1, pp. 21–32.
18. Ryzhikov I.N., Nguyen T.K. Vliyanie rasstroiki parametrov na chastoty i formy kolebani konstruktsii s povorotnoi simmetrii [The influence of parameter detuning on the frequencies and vibration modes of structures with rotational symmetry]. *Mekhaniki XXI veku* [Mechanics for the XXI century], 2015, no. 14, pp. 29–33.
19. Beck J.A., Brown J.M., Kaszynski A.A., Gillaugh L.D. Numerical methods for calculating component modes for geometric mistuning reduced-order models. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2022, vol. 144, iss. 3. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4052427>.
20. Manetti M., Giovannetti I., Pieroni N., Horculescu H., Peano G., Zonfrillo G., Giannozzi M. The dynamic influence of crystal orientation on a second generation single crystal material for turbine buckets. *Proceedings of the 2009 ASME Turbo Expo*. Orlando, 2009, vol. 6, part A, pp. 125–135.

### Информация об авторах

**Репецкий Олег Владимирович**, доктор технических наук, профессор, проректор по международным связям, Иркутский государственный аграрный университет им. А.А. Ежевского, г. Иркутск; e-mail: [repetckii@igsha.ru](mailto:repetckii@igsha.ru).  
**Нгуен Ван Мань**, аспирант кафедры электрооборудования и физики, Иркутский государственный аграрный университет им. А.А. Ежевского, г. Иркутск; e-mail: [manhzhucov@gmail.com](mailto:manhzhucov@gmail.com).

### Information about the authors

**Oleg V. Repetskii**, Doctor of Technical Sciences, Full Professor, Vice-rector for International Relations, Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevskii, Irkutsk; e-mail: [repetckii@igsha.ru](mailto:repetckii@igsha.ru).  
**Van Man' Nguyen**, Ph.D. Student of the Department of Power and Physics, Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevskii, Irkutsk; e-mail: [manhzhucov@gmail.com](mailto:manhzhucov@gmail.com).