**DOI** 10.26731/1813-9108.2024.4(84).91-102

УДК 004.9

# Оценка точности графического метода кинематического анализа с использованием анимационного моделирования в CAD-системе «Компас»

#### В.В. Капшунов⊠, Т.Э. Носальская

Забайкальский институт железнодорожного транспорта — филиал Иркутского университета путей сообщения, г. Чита, Российская Федерация

⊠kapvs@mail.ru

#### Резюме

Известны три основных метода кинематического анализа механизмов: аналитический, графоаналитический (метод планов) и графический (метод кинематических диаграмм). Наиболее точным считается первый, менее точным — второй, самым неточным — третий. Именно поэтому при исследовании механизмов графический метод применяется реже всего. Высокая погрешность метода вызвана прежде всего низкой точностью построения графиков, которая обусловлена обычно вычерчиванием графиков вручную. Однако в современных условиях при использовании конструкторских систем автоматизированного проектирования точность метода может быть повышена. В статье сделана попытка оценки точности графического метода на примере анализа кинематики двух плоских рычажных механизмов. Исследование механизмов проводилось с построением их упрощенных параметризованных кинематических схем в среде САD-системы «Компас» и с приведением в движение (анимацией) упрощенных параметризованных кинематических схем с помощью специального программного продукта — САD-Апітатог'а. В результате получили координаты точек движущихся звеньев, затем рассчитали скорости и ускорения звеньев. Эти же параметры (координаты, скорости и ускорения) были получены с помощью аналитического метода. После чего проводилось сравнение параметров, найденных графическим и аналитическим методами. Выяснилось, что в большинстве случаев графический метод дает вполне удовлетворительную точность, однако в некоторых вариантах ошибка определения параметров была значительной — около 50 %. В связи с этим даны отдельные рекомендации, например, уменьшение шага движения начального звена.

#### Ключевые слова

кинематический анализ, графический метод, САD-система, оценка точности, аналитический метод, механизм

#### Для цитирования

Кашпунов В.В. Оценка точности графического метода кинематического анализа с использованием анимационного моделирования в CAD-системе «Компас» / В.В. Кашпунов, Т.Э. Носальская // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2024. № 4 (84). С. 91–102. DOI 10.26731/1813-9108.2024.4(84).91-102.

# Информация о статье

поступила в редакцию: 23.09.2024 г.; поступила после рецензирования: 26.11.2024 г.; принята к публикации: 27.11.2024 г.

# Evaluation of the accuracy of the graphical method of kinematic analysis using animation modeling in the CAD system Kompas

# V.V. Kapshunov ⊠, T.E. Nosal'skaya

Trans-Baikal Institute of Railway Transport − a Branch of the Irkutsk State Transport University, Chita, the Russian Federation 

⊠kapvs@mail.ru

## **Abstract**

There are three main methods of kinematic analysis of mechanisms – the analytical method, the graph-analytical method (the method of plans) and the graphical method (the method of kinematic diagrams). The analytical method is considered the most accurate, the plan method - less accurate, while the graphical method - the most inaccurate. Therefore, in the study of mechanisms, the latter method is used less often. The high error of the method is caused, first of all, by the low accuracy of plotting. Low accuracy usually results from drawing graphs manually. However, in modern conditions, when using computer-aided design systems, the accuracy of the method can be increased. In this article, an attempt is made to assess the accuracy of the graphical method by analyzing the kinematics of two flat lever mechanisms. The study of the mechanisms was carried out with the construction of their simplified parameterized kinematic schemes in the environment of the CAD system Kompas and with the setting in motion (animation) of the simplified parameterized kinematic schemes using a special software product - CAD—Animator. As a result, the coordinates of the points of the moving links were obtained, then the velocities and accelerations of the links were calculated. The same parameters (coordinates, velocities and accelerations) were obtained using the analytical method. After that, the parameters obtained by graphical and analytical methods were compared. As a result, it turned out that in most cases the graphical method gives quite satisfactory accuracy.

However, in some cases, the error in determining the parameters was significant – about 50%. In this regard, some recommendations are given, for example, reducing the step of movement of the initial link.

#### **Keywords**

kinematic analysis, graphical method, CAD system, accuracy assessment, analytical method, mechanism

#### For citation

Kashpunov V.V., Nosal'skaya T.E. Otsenka tochnosti graficheskogo metoda kinematicheskogo analiza s ispol'zovaniem animatsionnogo modelirovaniya v CAD-sisteme Kompas [Evaluation of the accuracy of the graphical method of kinematic analysis using animation modeling in the CAD system Kompas]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie* [Modern Technologies. System Analysis. Modeling], 2024, No. 4(84), pp. 91–102. DOI: 10.26731/1813-9108.2024.4(84).91-102.

#### **Article Info**

Received: September 23, 2024; Revised: November 26, 2024; Accepted: November 27, 2024.

# Введение

При конструировании и исследовании механизмов применяют методы кинематического анализа — аналитический, графоаналитический (метод планов) и графический (метод кинематических диаграмм). Первый считается самым точным методом, а прочие — менее точными [1, 2].

Аналитический метод, в основе которого лежит вывод и использование различных математических зависимостей, устанавливающих связь между параметрами, характеризующими движения элементов механизмов, достаточно часто используется при кинематическом исследовании механизмов [3–8], в том числе и в учебном процессе [9].

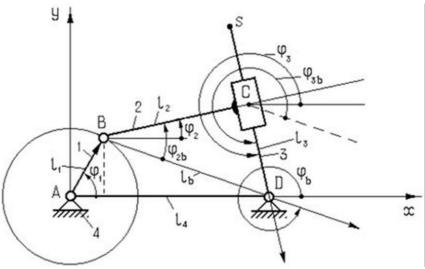
Недостатком аналитического метода является сложность вывода указанных математических зависимостей и некоторая громоздкость их представления. Например, для сравнительно несложного кулисного механизма (рис. 1), ко-

торый исследовался в работе [4], была выведена следующая формула скорости скольжения кулисного камня по кулисе:

$$\vartheta_{2} = \omega_{1} l_{1} \cos \begin{bmatrix} \varphi_{1} - arctg \left( -\frac{\sin \varphi_{1}}{\lambda_{4} - \cos \varphi_{1}} \right) - \\ -arccos \frac{\lambda_{2}}{\sqrt{1 + \lambda_{4}^{2} - 2\lambda_{4} \cos \varphi_{1}}} \end{bmatrix}.$$

Одно из достоинств метода планов — наглядное представление векторов скоростей и ускорений точек механизма: исследователи сразу видят их величину и направление. Использование современных САD-систем дает возможность создавать интерактивные (анимированные) планы скоростей и ускорений [10–14]. Однако разработку анимированных планов нельзя назвать простой задачей.

Метод кинематических диаграмм традиционно считается методом, дающим наибольшую погрешность, прежде всего по причине



**Puc. 1.** Кулисный механизм **Fig. 1.** The rocker mechanism

низкой точности построения графиков [1]. Однако низкая точность будет иметь место при выполнении графиков вручную [14], при использовании же CAD-систем погрешность может быть минимальна [2]. Графический метод также применяется при кинематическом исследовании механизмов [2, 15–17], хотя и не так широко.

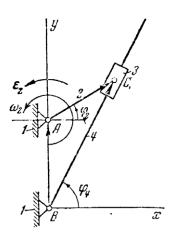
В найденных авторами работах, где применялся графический метод кинематического анализа, количественно не оценивалась его погрешность (кроме работы [2], однако и здесь было просто указано, что числовые значения скоростей и ускорений, полученные графическим методом, с высокой точностью совпадают со значениями, полученными аналитическим методом). Целью данной статьи является проведение оценки точности метода кинематических диаграмм и выявление особенностей его применения при использовании САD-системы «Компас».

# Методология исследования

В данной работе исследования проводились на двух механизмах.

Первый — плоский кулисный механизм, кинематическая схема которого представлена на рис. 2 [18]. Исходные данные были следующими:  $l_{AC} = l_2 = 40$  мм,  $l_{AB} = l_1 = 70$  мм,  $\omega_2 = 10,47$  рад/с  $(n_2 = 100$  об/мин).

Кинематическое исследование механизма аналитическим методом выполнялось по [18]. Вычислялись координаты точки C, расстояние от центра вращения кулисы до центра кулисного камня  $C(l_4)$ , скорость скольжения кулисного камня по кулисе  $V_{34}$ , угловая скорость кулисы



**Puc. 2.** Кинематическая схема кулисного механизма **Fig. 2.** Kinematic scheme of the rocker mechanism

 $\omega_4$ , релятивное  $a_r$  и кориолисово  $a_c$  ускорения, а также угловое ускорение кулисы  $\varepsilon_4$ .

Для графического метода кинематического анализа в CAD-системе «Компас» была создана упрощенная параметризованная кинематическая схема (УПКС) [19] (рис. 3).

Точка K на кулисе использовалась для определения угловой скорости кулисы.

Исследование механизма графическим методом производилось с использованием системы CAD-Animator версии 3, являющейся развитием CAD-Animator версии 2 [20, 21].

С помощью данной системы УПКС приводилась в движение и находились координаты точек  $C(X_C, Y_C)$  и  $K(X_K, Y_K)$ , при этом анимация механизма (с определением координат точек) проводилась для шага угла поворота кривошипа  $\Delta \phi_2$  1° и 10°.

Параметры движения вычислялись по следующим формулам:

$$l_4 = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} \,, \tag{1}$$

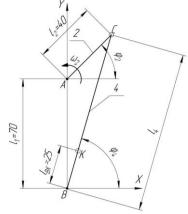
$$V_{34} = \frac{l_{4i+1} - l_{4i}}{\Delta t} \,, \tag{2}$$

где  $l_{4i+1},\ l_{4i}$  — смежные значения параметра  $l_4$ , а  $\Delta t = \frac{\Delta \phi_2}{\omega_2}$  — временной шаг (промежуток вре-

мени, который требуется кривошипу для поворота на угол  $\Delta \varphi_2$ );

$$\omega_4 = \frac{\sqrt{\left(\frac{\Delta X_K}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta Y_K}{\Delta t}\right)^2}}{l_{PK}},$$

где  $\Delta X_K = X_{Ki+1} - X_{Ki}, \ \Delta Y_K = Y_{Ki+1} - Y_{Ki}$  – разность



**Рис. 3.** Упрощенная параметризованная кинематическая схема кулисного механизма **Fig. 3.** Simplified parameterized kinematic scheme of the rocker mechanism

смежных значений координат точки K;

$$a_r = \frac{V_{34i+1} - V_{34i}}{\Delta t},$$

где  $V_{34i+1}$ ,  $V_{34i}$  — смежные значения скорости скольжения камня по кулисе;

$$a_c = 2 \times V_{34 \text{ спелн}} \times \omega_{4 \text{ спелн}}, \tag{3}$$

где 
$$V_{34\text{средн.}} = \frac{V_{34i+1} + V_{34i}}{2}$$
 — среднее значение

скорости скольжения; 
$$\omega_{4\text{средн.}} = \frac{\omega_{34i+1} + \omega_{34i}}{2}$$
 –

среднее значение угловой скорости кулисы;

$$\varepsilon_4 = \frac{\omega_{4i+1} - \omega_{4i}}{\Delta t} ,$$

где  $\omega_{4i+1}$ ,  $\omega_{4i}$  — смежные значения угловой скорости кулисы.

Поясним особенности расчета с использованием смежных и средних значений.

При вращении кривошипа меняются координаты точек C и K. Для каждого набора координат по формуле (1) можно рассчитать значение  $l_4$ , (каждое значение  $l_4$  соответствует своему значению обобщенной координаты  $\phi_2$  (табл. 1)).

**Таблица 1.** Координаты точек C и K при вращении кривошипа BC

**Table 1.** Coordinates of points *C* and *K* when crank *BC* rotates

$X_C$ , mm	$Y_C$ , mm	φ <sub>2</sub> , град. degrees	$l_4$ , mm
40	70	0	80,62257748
39,993908	70,698096	1	81,22643323
39,975633	71,39598	2	81,8256512
39,945181	72,093438	3	82,42015098
39,902562	72,790259	4	83,0098564

Два соседних значения  $l_4$  будут являться смежными значениями параметра  $l_4$ . Используя их, по формуле (2) определяем скорость скольжения кулисного камня по кулисе  $V_{34}$ . Принимаем, что каждое значение скорости скольжения из списка соответствует обобщенной координате, рассчитываемой по формуле:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_{2i+1} + \varphi_{2i}}{2} \,, \tag{4}$$

где  $\phi_{2i+1}$ ,  $\phi_{2i}$  — смежные значения угла поворота кривошипа, т.е. принимаем, что каждое значение скорости скольжения  $V_{34}$  соответствует среднему арифметическому смежных значений угла  $\phi_2$  (табл. 2).

**Таблица 2.** Величины скорости скольжения  $V_{34}$  при различных средних значениях углах  $\varphi_2$  **Table 2.** Values of sliding velocity  $V_{34}$  at different average

values of angles  $\varphi_2$ 

φ <sub>2</sub> , град. degrees	$V_{34}$ , mm/c	
0,5	362,3134477	
1,5	359,530781	
2,5	356,6998702	
3,5	353,8232509	

Теперь, взяв смежные величины скорости скольжения из этого списка, можно вычислить средние значения скоростей скольжения, как показано в пояснении к формуле (3). При этом каждое значение средней скорости скольжения будет соответствовать уже другой величине угла  $\phi_2$ , которая также рассчитывается по формуле (4) (табл. 3).

**Таблица 3.** Величины средней скорости скольжения  $V_{34}$  при различных средних значениях углах  $\phi_2$  **Table 3.** Values of the average sliding velocity  $V_{34}$ 

for different average values of angles  $\varphi_2$ 

φ <sub>2</sub> , град. degrees	V <sub>34</sub> , mm/c
1	360,9221144
2	358,1153256
3	355,2615605
4	352,361727
•••	•••

Аналогичным образом, рассчитывая средние значения угловой скорости кулисы  $\omega_4$  по формуле (3), можем найти величины кориолисова ускорения для каждого угла  $\phi_2$  из приведенного списка.

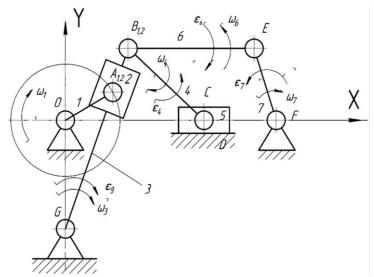
Таким образом, мы связываем обобщенную координату  $\phi_2$  и какой-либо параметр, и это позволяет затем сравнить результаты аналитического и графического методов (определение значения параметра ведется для одной и той же величины угла  $\phi_2$ ).

Ошибка графического метода E (в процентах) рассчитывалась по формуле:

$$E = \frac{P_{\rm rp} - P_{\rm a}}{P_{\rm a}} \cdot 100\% ,$$

где  $P_{\rm rp}$  — значение параметра, полученное графическим методом;  $P_{\rm a}$  — значение параметра, полученное аналитическим методом.

Второй исследуемый механизм – плоский рычажный механизм из работы [22] (рис. 4).



**Рис. 4.** Плоский рычажный механизм **Fig. 4.** Flat lever mechanism

В работе указаны следующие геометрические параметры звеньев и параметры движения механизма:  $l_{OA}=0.1716$  м;  $l_{OG}=0.4679$  м;  $l_{GB}=0.8342$  м;  $l_{BC}=0.5179$  м;  $l_{BE}=0.54$  м;  $l_{EF}=0.3013$  м;  $\omega_1=4$  рад/с;  $\varepsilon_1=0$  рад/с<sup>2</sup>. Угол  $\phi_1$  в этой работе был принят равным  $38,117^\circ$ , и все расчеты в ней производились только для данного значения.

Аналитическим методом определялись следующие параметры: координаты точек A, B, C, E (соответственно  $X_A, Y_A, X_B, Y_B, X_C, Y_C, X_E, Y_E$ ); расстояние от центра вращения кулисы до центра кулисного камня  $l_{GA}$ ; скорость конечной точки кривошипа  $A_1$  ( $V_{A_1}$ ); скорость скольжения камня по кулисе  $V_{A_3A_1}$ ; скорость точки кулисы  $V_{A_3}$ ; угловая скорость кулисы  $V_{A_3}$ ; скорость точек  $V_{A_3A_1}$ ; скорость точки кулисы  $V_{A_3}$ ; угловая скорость кулисы  $V_{A_3}$ ; корость точек  $V_{A_3A_1}$ ; корость точек  $V_{A_3A_1}$ ; кориолисово ускорение  $V_{A_3A_2}$ ; кориолисово ускорение  $V_{A_3A_1}$ ; угловое ускорение кулисы  $V_{A_3A_2}$ ; ускорение  $V_{A_3A_3}$ ; угловое ускорение кулисы  $V_{A_3A_2}$ ; ускорения точек  $V_{A_3A_2}$ ; (соответственно  $V_{A_3A_2}$ ).

Анализ систем уравнений в [22] показал, что некоторые из них требуют изменения с целью оптимизации расчетов и исправления ошибок.

Измененные системы уравнений (в матричном виде) приведены ниже:

— система уравнений для определения скоростей  $V_{\it C}$  и  $V_{\it CB}$ :

$$\begin{pmatrix} -1 & \sin \psi \\ 0 & \cos \psi \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} V_c \\ V_{CB} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{B_3 x} \\ V_{B_2 y} \end{pmatrix};$$

— система уравнений для определения скоростей  $V_{E}$  и  $V_{EB}$ :

$$\begin{pmatrix} \sin \gamma & -\cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) \\ \cos \gamma & -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} V_{EB} \\ V_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -V_{B_3x} \\ -V_{B_3y} \end{pmatrix};$$

— система уравнений для определения релятивного  $a_{A_{3},r}$  и тангенциального  $a_{A_{3},r}$  ускорений:

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha_{A_{3t}} & \sin \varphi_2 \\ \sin \alpha_{A_{3t}} & \cos \varphi_2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_{A_3t} \\ a_{A_{32}r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -P_{r_x} \\ -P_{r_y} \end{pmatrix};$$

– система уравнений для определений тангенциального  $a_{CBI}$  и полного  $a_{C}$  ускорений точки C:

$$\begin{pmatrix} -1 & -\sin\psi \\ 0 & -\cos\psi \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_c \\ a_{CB_t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{r_x} \\ P_{r_y} \end{pmatrix};$$

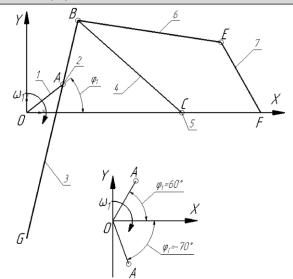
— уравнения для определения тангенциальных ускорений точки E относительно точек B и F:

$$\begin{pmatrix} -\sin\gamma & \sin\delta \\ -\cos\gamma & \cos\delta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_{EB_t} \\ a_{EF_t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{r_x} \\ P_{r_y} \end{pmatrix}.$$

Дальнейшие расчеты проводились с использованием измененных систем уравнений.

На рис. 5 изображена УПКС данного механизма с обозначениями.

Анимация УПКС выявила проблему – кривошип механизма при заданных геометрических параметрах не мог совершить полного оборота, поэтому для моделирования (с угловым шагом  $\Delta \phi_1 = 10^\circ$ ) были приняты значения углов поворота  $60^\circ...-70^\circ$ . Диапазон поворота кривошипа показан на рис. 5.



Puc. 5. Упрощенная параметризованная кинематическая схема плоского рычажного механизма Fig. 5. Simplified parameterized kinematic scheme of a flat lever mechanism

Координаты точек *A*, *B*, *C*, *E* определялись с помощью программы CAD-Animator. Остальные параметры находились расчетным путем по формулам, приведенным ниже:

$$\begin{split} l_{GA} &= \sqrt{X_A^2 + \left(Y_A + l_{OG}\right)^2} \;, \\ V_{A_1} &= \sqrt{V_{A_1 x}^2 + V_{A_1 y}^2} \;, \end{split}$$

где  $V_{A_1x}$  — скорость точки  $A_1$  по оси X, а  $V_{A_1y}$  — скорость точки  $A_1$  по оси Y;

$$V_{A_{1}x} = \frac{X_{A_{i+1}} - X_{A_{i}}}{\Delta t}, \ V_{A_{1}y} = \frac{Y_{A_{i+1}} - Y_{A_{i}}}{\Delta t},$$

где  $X_{A_{i+1}}$ ,  $X_{A_{i}}$ ,  $Y_{A_{i+1}}$ ,  $Y_{A_{i}}$  – смежные значения

координат точки  $A,\ \Delta t = \frac{\Delta \phi_1}{\omega_1}$  — временной шаг;

$$V_{A_3A_1} = \frac{l_{GA_{i+1}} - l_{GA_i}}{\Delta t}$$
,

где  $l_{\mathit{GA}_{i+1}}$  ,  $l_{\mathit{GA}_{i}}$  — смежные значения параметра  $l_{\mathit{GA}}$ ;

$$V_{A_3} = \sqrt{V_{A_1}^2 - V_{A_3 A_2}^2} \; ,$$
  $\omega_3 = rac{V_{A_3}}{l_{GA ext{CPCQHL.}}} \; ,$ 

где  $l_{GA$ средн. — среднее значение параметра  $l_{GA}$ ;

$$V_C = \sqrt{V_{C_x}^2 + V_{C_y}^2} ,$$

где  $V_{C_x}$  — скорость точки C по оси X, а  $V_{C_y}$  — скорость точки C по оси Y;

$$V_{C_x} = \frac{X_{C_{i+1}} - X_{C_i}}{\Lambda_t}, \ V_{C_y} = \frac{Y_{C_{i+1}} - Y_{C_i}}{\Lambda_t},$$

где  $X_{C_{i+1}}$ ,  $X_{C_i}$ ,  $Y_{C_{i+1}}$ ,  $Y_{C_i}$  – смежные значения координат точки C;

$$V_{E} = \sqrt{V_{E_{x}}^{2} + V_{E_{y}}^{2}} ;$$

где  $V_{E_x}$  — скорость точки E по оси X, а  $V_{E_y}$  — скорость точки E по оси Y;

$$V_{E_x} = \frac{X_{E_{i+1}} - X_{E_i}}{\Delta t}, \ V_{E_y} = \frac{Y_{E_{i+1}} - Y_{E_i}}{\Delta t},$$

где  $X_{E_{i+1}}$ ,  $X_{E_i}$ ,  $Y_{E_{i+1}}$ ,  $Y_{E_i}$  – смежные значения координат точки E;

$$a_{A_{32}r} = \frac{V_{A_3A_1i+1} - V_{A_3A_1i}}{\Lambda t},$$

где  $V_{A_3A_1i+1}, V_{A_3A_1i}$  — смежные значения скорости  $V_{A_3A_1}$  ;

$$a_{A_{32}c}=2\cdot \omega_{3$$
средн.  $\cdot V_{A_3A_1$ средн. ,

где  $\omega_{3\text{средн.}}$  — среднее значение угловой скорости кулисы, а  $V_{A_3A_1\text{средн.}}$  — среднее значение скорости  $V_{A_2A_3}$  ;

$$a_{A_3n} = \omega_{_{3 ext{средн.}}}^2 \cdot l_{GA ext{средн.}} \, ,$$
  $\epsilon_3 = \frac{\omega_{3i+1} - \omega_{3i}}{\Delta t} \, ,$ 

где  $\omega_{3i+1}$ ,  $\omega_{3i}$  – смежные значения угловой скорости кулисы;

$$a_{B} = l_{GB} \cdot \sqrt{\left(\omega_{_{3\text{среди.}}}^{2}\right)^{4} + \varepsilon_{3}^{2}} ,$$

$$a_{C} = \sqrt{a_{C_{x}}^{2} + a_{C_{y}}^{2}} ,$$

где  $a_{C_{u}}$ ,  $a_{C_{u}}$  – ускорение точки C по осям X и Y;

$$a_{C_x} = \frac{V_{C_{x_{i+1}}} - V_{C_{x_i}}}{\Delta t}, \ a_{C_y} = \frac{V_{C_{y_{i+1}}} - V_{C_{y_i}}}{\Delta t},$$

где  $V_{C_{x_{i+1}}}$  ,  $V_{C_{x_i}}$  ,  $V_{C_{y_{i+1}}}$  ,  $V_{C_{y_i}}$  — смежные значения скорости точки C по осям системы координат;

$$a_E = \sqrt{a_{E_x}^2 + a_{E_y}^2} ,$$

где  $\,a_{E_{_{\scriptscriptstyle Y}}}\,,\;a_{E_{_{\scriptscriptstyle Y}}}\,$  – ускорение точки E по осям X и Y;

$$a_{E_x} = \frac{V_{E_{x_{i+1}}} - V_{E_{x_i}}}{\Delta t}, \ a_{E_y} = \frac{V_{E_{y_{i+1}}} - V_{E_{y_i}}}{\Delta t},$$

где  $V_{E_{x_{i+1}}}$  ,  $V_{E_{x_i}}$  ,  $V_{E_{y_{i+1}}}$  ,  $V_{E_{y_i}}$  — смежные значения скорости точки E по осям системы координат.

Смежные и средние значения параметров определялись аналогично тому, как это выполнялось для кулисного механизма.

Ошибка графического метода E (в процентах) для данного механизма рассчитывалась по формуле:

$$E = \frac{\left| P_{\rm rp} \right| - \left| P_{\rm a} \right|}{\left| P_{\rm a} \right|} \cdot 100\% ,$$

где  $\left|P_{\rm rp}\right|$  — абсолютное (беззнаковое) значение параметра, полученное графическим методом;

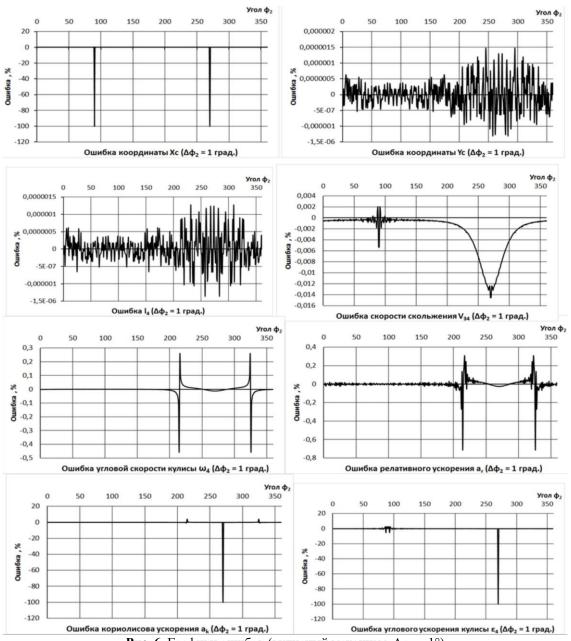
 $|P_{\rm a}|$  — абсолютное (беззнаковое) значение параметра, полученное аналитическим методом.

Расчеты выполнялись в табличном процессоре Microsoft Excel.

# Результаты исследования

Сначала исследование было выполнено для кулисного механизма.

На первом этапе моделирование проводилось для шага угла поворота кривошипа  $\Delta \phi_2 = 1^\circ$ . На рис. 6 показаны графики ошибок.



**Рис. 6.** Графики ошибок (кулисный механизм,  $\Delta \varphi_2 = 1^\circ$ ) **Fig. 6.** Error graphs (rocker mechanism,  $\Delta \varphi_2 = 1^\circ$ )

Анализ рассчитанных величин ошибок показал, что для  $\Delta \phi_2 = 1^\circ$  величина ошибок достаточно мала (десятые доли процента и меньше). Однако в некоторых случаях ошибка (без учета знака) достигала 100% (например, ошибка углового ускорения при угле поворота кривошипа, равном  $270^\circ$ ). Это было связано с тем, что параметр  $P_{\rm rp}$  здесь принимал нулевое значение. Очевидно, что в математическом и физическом смысле такие значения ошибки можно считать выбросом и не принимать во внимание.

Затем моделирование проводилось для шага угла поворота кривошипа  $\Delta \phi_2 = 10^\circ$ . В этом случае ошибки в среднем увеличились, максимальная их величина достигла примерно 12,5 % (для кориолисова ускорения). Также имели место:

- выбросы, вызванные нулевым значением параметра  $P_{rp}$ ;

- ошибки деления на ноль (здесь  $P_a$  равнялся нулю) - фактически это тоже выбросы.

Для угла поворота кривошипа равного 215° и 325° ошибка угловой скорости кулисы  $\omega_4$  достигла 101,7 %. Это связано с тем, что величины  $P_{\rm rp}$  и  $P_{\rm a}$  здесь были довольно небольшими: так, для  $\phi_2 = 215^\circ$ ,  $P_{\rm a} = -0,019154266$  рад/с,  $P_{\rm rp} = -0,038646322$  рад/с. Соответственно, даже небольшая разность этих величин при делении на

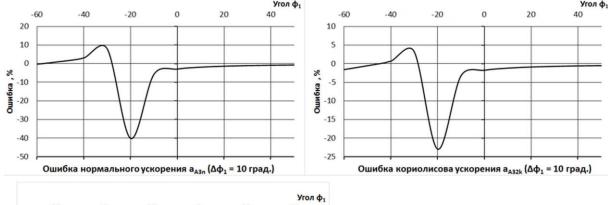
 $P_{\rm a}$  дает довольно большое число. Это необходимо принимать во внимание при использовании графического метода кинематического анализа. В принципе такие ошибки также можно считать выбросами.

Следовательно, при анимации УПКС (с получением координат точек механизма) угловой шаг поворота кривошипа для данного механизма можно принять равным 10° без большой потери точности.

На втором этапе исследование проводилось для плоского рычажного механизма (с шагом угла поворота кривошипа  $10^{\circ}$ ).

На рис. 7 показаны графики ошибок некоторых параметров (здесь ошибки достигали максимальных значений). Определим причины больших ошибок.

Ошибки нормального и кориолисова ускорений достигают наибольших величин при  $\phi_2 = -20^\circ$ , в этот момент кулиса меняет направление своего вращения и ее угловая скорость минимальна. Соответственно величины указанных ускорений также будут минимальны, что и обусловливает большую ошибку; причина здесь та же, что и в предыдущем случае — минимальное значение ускорений, рассчитанных аналитическим методом. Это можно считать выбросом.





**Рис. 7.** Графики ошибок (плоский рычажный механизм,  $\Delta \varphi_1 = 10^\circ$ ) **Fig. 7.** Error graphs (flat lever mechanism,  $\Delta \varphi_1 = 10^\circ$ )

Самая большая ошибка имеет место быть при определении ускорения точки E (49,284%). Представляется, что основная причина заключается в сильном смещении точки E по траектории движения при повороте кривошипа на угловой шаг. Это хорошо иллюстрирует рис. 8.

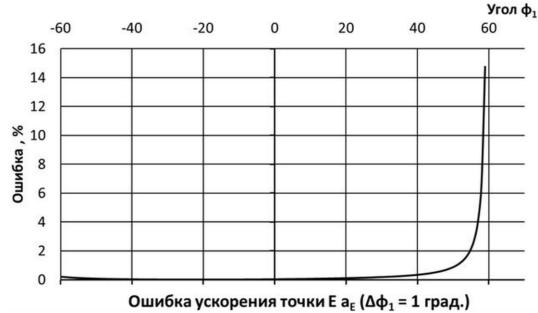
Дополнительно была проведена анимация (с определением координат точек и расчетами по

графическому методу) УПКС данного механизма с шагом  $\Delta \phi_2 = 1^\circ$ . При этом выяснилось, что:

- ошибка определения нормального и кориолисова ускорений уменьшилась примерно до 1,4 %;
- ошибка определения ускорения точки E уменьшилась до 14,76 % (рис. 9).



**Рис. 8.** Траектория движения точки E **Fig. 8.** The trajectory of the point E



**Рис. 9.** График ошибок ускорения точки E (плоский рычажный механизм,  $\Delta \varphi_1 = 1^\circ$ ) **Fig. 9.** Graph of acceleration errors of point E (flat lever mechanism,  $\Delta \varphi_1 = 1^\circ$ )

# Заключение

По итогам исследования сделаем выводы:

- графический метод кинематического анализа можно применять при исследовании плоских рычажных механизмов;
- точность графического метода вполне приемлема;
- при проведении моделирования необходимо с особой тщательностью подходить к выбору шага изменения положения начального звена (очевидно, что лучше брать меньший шаг);
- можно провести несколько предварительных этапов моделирования (с разными шагами) и выбрать лучший вариант, исходя из

возможностей компьютера и точности определения параметров;

– для предварительной оценки ошибки определения параметров можно использовать полученные промежуточные точки траекторий (чем они ближе друг к другу, тем лучше, причем рассматривать лучше точки на звеньях, наиболее удаленных от начального звена).

Также можно отметить, что анимация кинематических схем позволяет выявить ошибки в конструкции механизмов (можно, например, проверить, имеет ли возможность рассматриваемое звено механизма двигаться в заданном диапазоне).

# Список литературы

- 1. Беляев А.Н., Шередекин В.В., Василенко С.В. Оценка точности и достоверности результатов в курсовом проекте по «Теория механизмов и машин» // Актуальные направления научных исследований для эффективного развития АПК : материалы междунар. науч.-практ. конф. Воронеж, 2020. Ч. П. С. 229–232.
- 2. Никифоров Н.В. Сравнение точности различных методов кинематического анализа механизмов с применением ЭВМ // Традиции и инновации в развитии АПК : междунар. науч.-практ. конф. Великие Луки, 2019. С. 468–471.
- 3. Эльяш Н.Н., Незамаева Н.О. Проектирование механизма шагового транспортера // Научно-технический вестник: Технические системы в АПК. 2021. № 1 (9). С. 54–58.
- 4. Кинематический анализ кулисного механизма / Ж.Ш. Токтакунов, К.Ж. Зиялиев, Д.К. Аканов и др. // Изв. Кыргызск. гос. техн. ун-та им. И. Раззакова. 2020. № 3 (55). С. 152–158.
- 5. Хадашов М.Л., Несмиянов Л.И., Карева Н.В. Кинематический анализ механизма поворота стрелы погрузочного манипулятора // Современные научные исследования и инновации. 2020. № 7 (111). URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary\_43924300\_95958077.pdf (Дата обращения 19.09.2024).
- 6. Определение кинематических параметров шарнирно-четырехзвенного механизма / К.Ж. Зиялиев, А.Б. Такырбашев, О.К. Чинбаев и др. // Современные проблемы теории машин. 2020. № 9. С. 17–21.
- 7. Zhauyt A., Azilkiyasheva M. The kinematic analysis of the mechanisms of sewing machine // Вестн. Алматин. ун-та энергетики и связи. 2020. № 4 (51). Р. 155–163.
- 8. Кинематический и силовой анализ механизма привода двухстанной очистки зерноуборочного комбайна / Д.А. Дубовик, В.И. Прибыльский, А.А. Новиков и др. // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2019. № 6. С. 78–90.
- 9. Кутеева Г.А. Лабораторный практикум «Кинематический анализ механизмов» на примере исторических моделей из коллекций СПбГУ // Вторая межрегион. науч.-практ. конф. преподавателей математики и физики под девизом «Математика это просто!» : материалы конф. СПб., 2019. С. 122–137.
- 10. Капшунов В.В., Коростелева М.В. Параметризованные планы скоростей плоских рычажных механизмов // Транспортная инфраструктура Сибирского региона: материалы IX Междунар. науч.-практ. конф. Иркутск, 2018. Т. 1. С. 446–449.
- 11. Дворников Л.Т., Иванов М.С. К вопросу о применении в технике сложных, многозвенных групп Ассура // Современные проблемы теории машин. 2020. № 9. С. 22–25.
- 12. Дворников Л.Т., Мажарин А.В., Худжаев У.О. Кинематический анализ кривошипно-ползунного механизма пресса // Современные проблемы теории машин. 2019. № 7. С. 19–22.
- 13. Шматкова А.В., Умаров А.Р., Хамитов Ф.Р. Кинематический анализ плоских рычажных механизмов с гидро- и пневмоприводом // Молодежный вестник ИрГТУ. 2017. № 1. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29411808 (Дата обращения 19.09.2024).
- 14. Жукова Е.В., Жуков И.А., Кеплина К.В. Автоматизированные компьютерные технологии решения прикладных задач теории механизмов и машин // Автоматизированное проектирование в машиностроении. 2015. № 3. С. 59–68.
- 15. Просеков А.Е. Применение математических методов в кинематическом анализе механизмов двигателей автомобилей // Техника и технологии строительства. 2016. № 3 (7). С. 35–41.
- 16. Киреев С.О., Кадеров Х.К., Заикин В.П. Автоматизированное построение диаграмм кинематических параметров шатунно-крейцкопфного механизма // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. 2018. № 3 (62). С. 41–46.
- 17. Киреев С.О., Кадеров Х.К., Заикин В.П. Автоматизированное построение диаграмм кинематических параметров центра масс шатуна привода плунжерного насоса // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. 2019. № 1 (64). С. 29–36.
  - 18. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М.: Наука, 1988. 640 с.
- 19. Капшунов В.В. Упрощенные параметризованные кинематические схемы в учебном процессе // Профессиональное образование в России и за рубежом. 2022. № 1 (45). С. 95–102.
- 20. Капшунов В.В. Программная система анимации кинематических схем механизмов // Образование наука про-изводство : материалы III Всерос. науч.-практ. конф. Чита, 2019. Т. 2. С. 177–181.

- 2024. No. 4 (84). pp. 91-102
- 21. Свидетельство № 2021610231 Российская Федерация. CAD-Animator (версия 2.0) / В.В. Капшунов ; заявитель и правообладатель ИрГУПС. № 2020666576; заявл. 14.12.2020; опубл. 12.01.2021. 1 с.
- 22. Горшков А.Д., Примостка В.Е. Применение аналитического метода в кинематическом анализе плоских многозвенных механизмов // European Research. 2015. № 8 (9). С. 6–17.

#### References

- 1. Belyaev A.N., Sheredekin V.V., Vasilenko S.V. Otsenka tochnosti i dostovernosti rezul'tatov v kursovom proekte po «Teoriya mekhanizmov i mashin» [Assessment of accuracy and reliability of results in the course project on «Theory of mechanisms and machines»]. Materialy mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii «Aktual'nye napravleniya nauchnykh issledovanii dlya effektivnogo razvitiya APK» [Proceedings of the International Scientific and Practical Conference «Current directions of scientific research for the effective development of agriculture complex»]. Voronezh, 2020, part II, pp. 229–232.
- 2. Nikiforov N.V. Sravnenie tochnosti razlichnykh metodov kinematicheskogo analiza mekhanizmov s primeneniem EVM [Comparing the accuracy of various methods of kinematic analysis of mechanisms using computers]. Materialy mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii «Traditsii i innovatsii v razvitii APK» [Proceedings of the International Scientific and Practical Conference «Traditions and innovations in the development of agriculture complex»]. Velikie Luki, 2019, pp. 468-471.
- 3. El'yash N.N., Nezamaeva N.O. Proektirovanie mekhanizma shagovogo transportera [Designing a stepper conveyor mechanism]. Nauchno-tekhnicheskii vestnik: Tekhnicheskie sistemy v APK [Scientific and technical bulletin: Technical systems in agriculture complex], 2021, no 1(9), pp. 54-58.
- 4. Toktakunov J.Sh., Zhiyaliev K.Zh., Akanov D.K., Takyrbashev A.B. Kinematicheskii analiz kulisnogo mekhanizma [Kinematic analysis of the rocker mechanism]. Izvestiya Kyrgyzskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. I. Razzakova [Bulletins of the Kyrgyz State Technical University named after I. Razzakov], 2020, no 3 (55), pp. 152–158.
- 5. Khadashov M.L., Nesmeyanova L.I., Kareva N.V. Kinematicheskii analiz mekhanizma povorota strely pogruzochnogo manipulyatora [Kinematic analysis of the boom rotation mechanism of the loading manipulator]. Sovremennye nauchnye issledo-[Modern scientific research and innovation], 2020, no 7 (111).vaniva i innovatsii https://www.elibrary.ru/download/elibrary\_43924300\_95958077.pdf (Accessed September 19, 2024).
- 6. Zalyaliev K.Zh., Takyrbashev A.B., Chinbaev O.K., Dyushembaev Zh.Zh. Opredelenie kinematicheskikh parametrov sharnirno-chetyrekhzvennogo mekhanizma [Determination of kinematic parameters of a four-link hinge mechanism]. Sovremennye problemy teorii mashin [Modern problems of machine theory], 2020, no 9, pp. 17–21.
- 7. Zhauyt A., Azilkiyasheva M. The kinematic analysis of the mechanisms of sewing machine. Vestnik Almatinskogo universiteta energetiki i svyazi [Bulletin of the Almaty University of Energy and Communications], 2020, no 4 (51), pp. 155–163.
- 8. Dubovik D.A., Pribyl'skii V.I., Novikov A.A., Vyrskii A.N. Kinematicheskii i silovoi analiz mekhanizma privoda dvukhstannoi ochistki zernouborochnogo kombaina [Kinematic and power analysis of the drive mechanism of two-stage cleaning of a combine harvester]. Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin [Problems of mechanical engineering and machine reliability], 2019, no 6, pp. 78-90.
- 9. Kuteeva G.A. Laboratornyi praktikum «Kinematicheskii analiz mekhanizmov» na primere istoricheskikh modelei iz kollektsii SPbGU [Laboratory workshop «Kinematic analysis of mechanisms» on the example of historical models from the collections of St. Petersburg State University]. Materialy Vtoroi mezhregional'noi nauchno-prakticheskoi konferentsii prepodavatelei matematiki i fiziki pod devizom «Matematika - eto prosto!» [Proceedings of the Second Interregional Scientific and Practical Conference of Teachers of Mathematics and Physics under the motto «Mathematics is simple!»]. Saint Petersburg, 2019, pp. 122–137.
- 10. Kapshunov V.V., Korosteleva M.V. Parametrizovannye plany skorostei ploskikh rychazhnykh mekhanizmov [Parameterized velocity plans of flat lever mechanisms]. Materialy IX Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii «Transportnaya infrastruktura Sibirskogo regiona» [Proceedings of the IX International Scientific and Practical Conference «Transport Infrastructure of the Siberian Region»]. Irkutsk, 2018, Vol. 1, pp. 446–449.
- 11. Dvornikov L.T., Ivanov M.S. K voprosu o primenenii v tekhnike slozhnykh, mnogozvennykh grupp Assura [On the issue of the application of complex, multi-link Assur's groups in technology]. Sovremennye problemy teorii mashin [Modern problems of machine theory], 2020, no 9, pp. 22–25.
- 12. Dvornikov L.T., Mazharin A.V., Khudzhaev U.O. Kinematicheskii analiz krivoshipno-polzunnogo mekhanizma pressa [Kinematic analysis of the crank-slide mechanism of the press]. Sovremennye problemy teorii mashin [Modern problems of machine theory], 2019, no 7, pp. 19–22.
- 13. Shmatkova A.V., Umarov A.R., Khamitov F.R. Kinematicheskii analiz ploskikh rychazhnykh mekhanizmov s gidro- i pnevmoprivodom [Kinematic analysis of flat lever mechanisms with hydro and pneumatic drive]. Molodezhnyi vestnik IrGTU [Youth Bulletin of Irkutsk State Technical University], 2017, no 1. Available at: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29411808 (Accessed September 19, 2024).
- 14. Zhukova E.V., Zhukov I.A., Keplina K.V. Avtomatizirovannye komp'yuternye tekhnologii resheniya prikladnykh zadach teorii mekhanizmov i mashin [Automated computer technologies for solving applied problems of the theory of mechanisms and machines]. Avtomatizirovannoe proektirovanie v mashinostroenii [Computer-aided design in mechanical engineering], 2015, no 3, pp. 59-68.
- 15. Prosekov A.E. Primenenie matematicheskikh metodov v kinematicheskom analize mekhanizmov dvigatelei avtomobilei [Application of mathematical methods in kinematic analysis of mechanisms of automobile engines]. Tekhnika i tekhnologii stroitel'stva [Technique and technologies of construction], 2016, no 3 (7), pp. 35-41.
- 16. Kireev S.O., Kaderov Kh.K., Zaikin V.P. Avtomatizirovannoe postroenie diagramm kinematicheskikh parametrov shatunno-kreitskopfnogo mekhanizma [Automated diagramming of kinematic parameters of a connecting rod-crosshead mechanism]. Progressivnye tekhnologii i sistemy mashinostroeniya [Progressive technologies and systems of mechanical engineering], 2018, no 3 (62), pp. 41–46.

ISSN 1813-9108 101

- 17. Kireev S.O., Kaderov Kh.K., Zaikin V.P. Avtomatizirovannoe postroenie diagramm kinematicheskikh parametrov tsentra mass shatuna privoda plunzhernogo nasosa [Automated diagramming of kinematic parameters of the center of mass of the connecting rod of the plunger pump drive]. *Progressivnye tekhnologii i sistemy mashinostroeniya* [Progressive technologies and systems of mechanical engineering], 2019, no 1 (64), pp. 29–36.
  - 18. Artobolevskii I.I. Teoriya mekhanizmov i mashin [Theory of mechanisms and machines]. Moscow: Nauka Publ., 1988. 640 p.
- 19. Kapshunov V.V. Uproshchennye parametrizovannye kinematicheskie skhemy v uchebnom protsesse [Simplified parameterized kinematic schemes in the educational process]. *Professional'noe obrazovanie v Rossii i za rubezhom* [Professional education in Russia and abroad], 2022, no 1 (45), pp. 95–102.
- 20. Kapshunov V.V. Programmnaya sistema animatsii kinematicheskikh skhem mekhanizmov [Program system of animation of kinematic schemes of mechanisms]. *Materialy III Vserossiiskoi nauchno-prakticheskoi konferentsii «Obrazovanie nauka proizvodstvo»* [Proceedings of the III All-Russian scientific and practical conference «Education science production»]. Chita, 2019, Vol. 2, pp. 177–181.
  - 21. Kapshunov V.V. Certificate of registration of the computer program 2021610231, 12.01.2021.
- 22. Gorshkov A.D., Primostka V.E. Primenenie analiticheskogo metoda v kinematicheskom analize ploskikh mnogozvennykh mekhanizmov [Application of the analytical method in the kinematic analysis of planar multi-link mechanisms]. European Research, 2015, no 8 (9), pp. 6–17.

# Информация об авторах

Капшунов Вячеслав Викторович, кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры прикладной механики и математики, Забайкальский институт железнодорожного транспорта — филиал Иркутского государственного университета путей сообщения, г. Чита; e-mail: kapvs@mail.ru.

Носальская Татьяна Эдуардовна, кандидат физикоматематических наук, доцент кафедры прикладной механики и математики, Забайкальский институт железнодорожного транспорта — филиал Иркутского государственного университета путей сообщения, г. Чита; e-mail: tenosalskaya@gmail.com.

### Information about the authors

*Vyacheslav V. Kapshunov*, Ph.D. in Engineering Science, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Applied Mechanics and Mathematics, Trans-Baikal Institute of Railway Transport – a Branch of the Irkutsk State Transport University, Chita; e-mail: kapvs@mail.ru.

*Tat'yana E. Nosal'skaya*, Ph.D. in Physics and Mathematics Science, Associate Professor of the Department of Applied Mechanics and Mathematics, Trans-Baikal Institute of Railway Transport – a Branch of the Irkutsk State Transport University, Chita; e-mail: tenosalskaya@gmail.com.