

Инженерная методика расчета рациональных геометрических размеров уплотнительного соединения с тонкостенными элементами

Ю. И. Белоголов ✉

Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация

✉ pr-mech@mail.ru

Резюме

Металлические тонкостенные элементы находят широкое применение в уплотнительных соединениях различных инженерных конструкций. Происходит это вследствие возрастания требований к эксплуатационным характеристикам затворов, обеспечивающих герметичность в «агрессивной» среде при высоких давлениях. В таких условиях ресурс металлополимерных уплотнительных соединений снижается. Применение тонкостенных оболочек в затворах позволяет обеспечить усилие герметизации, достигаемое в металлополимерных уплотнительных соединениях, обеспечить равномерность распределения контактного давления в уплотнительном стыке, минимизировать усилие привода. Основным недостатком соединений с тонкостенными оболочками является их низкая устойчивость к силовому (ударному) нагружению со стороны «золотника» (подвижной части затвора). Компенсация «чувствительности» тонкостенной оболочки к такому нагружению может быть достигнута за счет снижения ее приведенной жесткости. Достигается это путем соединения тонкостенной оболочки и пластины, которая по контуру имеет жесткую заделку. Снижая жесткость тонкостенного элемента (оболочечно-пластинчатого), требуется провести расчет соединения с целью определения рациональных геометрических размеров (толщины) и обеспечения его прочности. Расчетам тонкостенных оболочек и пластин посвящено много трудов. Отсутствие научно обоснованных методик расчета рациональных геометрических размеров тонкостенных уплотнений сдерживает их применение в арматуростроении. Сложность разработки методики расчета обусловлена тем, что такая задача аналитического решения обычно не имеет. В статье подробно рассматривается расчет приведенной жесткости тонкостенного уплотнения. Разработанная методика позволяет поставить задачу оптимизации. Кроме того, сделаны уточнения при расчете фланцевых соединений и действии давления рабочей среды.

Ключевые слова

трубопроводная арматура, клапан, тонкостенная оболочка, тонкостенная пластина, упругая кромка, герметизирующая нагрузка, соединения «метал – металл», функции А. Н. Крылова

Для цитирования

Белоголов Ю. И. Инженерная методика расчета рациональных геометрических размеров уплотнительного соединения с тонкостенными элементами // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2021. – № 3 (71). – С. 25–33. – DOI: 10.26731/1813-9108.2021.3(71).25-33

Информация о статье

поступила в редакцию: 23.09.2021, поступила после рецензирования: 02.10.2021, принята к публикации: 10.10.2021

Engineering technique for calculating rational geometric dimensions of a sealing joint with thin-walled elements

Yu. I. Belogolov ✉

Irkutsk State Transport University, Irkutsk, the Russian Federation

✉ pr-mech@mail.ru

Abstract

Thin-walled metal elements are widely used in sealing joints of various engineering structures. This is due to the increasing requirements for the performance characteristics of shutters that ensure tightness in an "aggressive" environment at high pressures. Under such conditions, the resource of metal-polymer sealing joints is reduced. The use of thin-walled shells in the shutters provides the sealing force achieved in metal-polymer sealing joints as well as the uniform distribution of the contact pressure in the sealing joint, and minimizes the drive force. The main disadvantage of joints with thin-walled shells is their low resistance to force (shock) loading from the "spool" (movable part of the gate). The "sensitivity" of a thin-walled shell to such loading can be compensated by lowering its reduced stiffness. This is achieved by connecting the thin-walled shell and the plate, which has a rigid termination along the contour. When reducing a rigidity of a thin-walled element (shell-plate), the calculation of the connection is required in order to determine the rational geometric dimensions (thickness) and ensure its strength. Many works are devoted to the calculations of thin-walled shells and plates. The lack of scientifically grounded methods for calculating the rational geometric dimensions of thin-walled seals hinders their use in the valve industry. The complexity of developing a calculation method is due to the fact that such problem usually does not have an analytical solution. In the article the calculation of the reduced stiffness of a thin-walled seal is considered in detail. The developed technique makes it possible to formulate an optimization problem. In addition, clarifications were made when calculating flange connections and the effect of pressure of the working medium.

Keywords

pipeline fittings, valve, thin-walled shell, thin-walled plate, elastic edge, sealing load, metal-to-metal connections, functions of A.N. Krylov

For citation

Belogolov Yu.I. Inzhenernaya metodika rascheta ratsional'nykh geometricheskikh razmerov uplotnitel'nogo soyedineniya s tonkostennymi elementami [Engineering technique for calculating rational geometric dimensions of a sealing joint with thin-walled elements]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovaniye* [Modern Technologies. System Analysis. Modeling], 2021, No. 3 (71), pp. 25–33. – DOI: 10.26731/1813-9108.2021.3(71).25-33

Article Info

Received: 23.09.2021, Revised: 02.10.2021, Accepted: 10.10.2021

Введение

Уплотнительные соединения с использованием тонкостенных элементов находят широкое применение не только в арматуростроении, но и в авиационной технике, железнодорожном транспорте и других отраслях.

К преимуществам таких соединений можно отнести компенсацию отклонений формы и взаимного расположения, монтажных и температурных деформаций уплотнительных поверхностей в результате упругой деформации тонкостенной кромки.

На рис. 1 представлена схема затвора клапана с коническим золотником, тонкостенной оболочкой (а) и тонкостенной пластиной (б) в качестве седла.

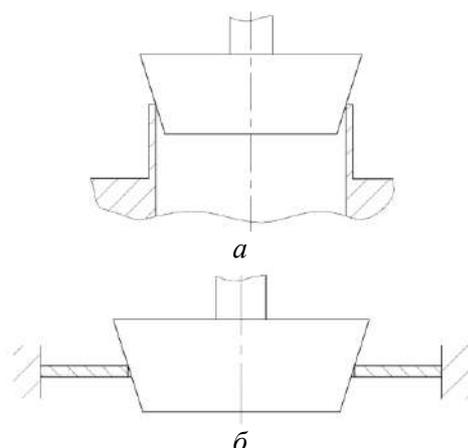


Рис. 1. Схема затвора:

а – с оболочечным седлом; б – с пластинчатым седлом

Fig. 1 Scheme of a gate:

a – with a shell seat, b – with a slatter seat

Оболочка в трубопроводной арматуре используется в уплотнительных соединениях (УС), работающих при высоких давлениях, температурах, различном химическом составе рабочих сред. Конструкции УС с оболочечным седлом подробно рассмотрены в [1–3].

Статическому расчету оболочечных соединений, основанному на гипотезах Кирхгофа – Лява посвящено много работ и трудов [4–7]. Исследованиям динамического (ударного) нагружения оболочечных соединений посвящены [8–10].

Теория расчета оболочек (рис. 2) при осесимметричной деформации основывается на гипотезах Кирхгофа – Лява:

1. Гипотеза неизменности нормалей.

2. Гипотеза о ненадавливании одного слоя оболочки на другой.

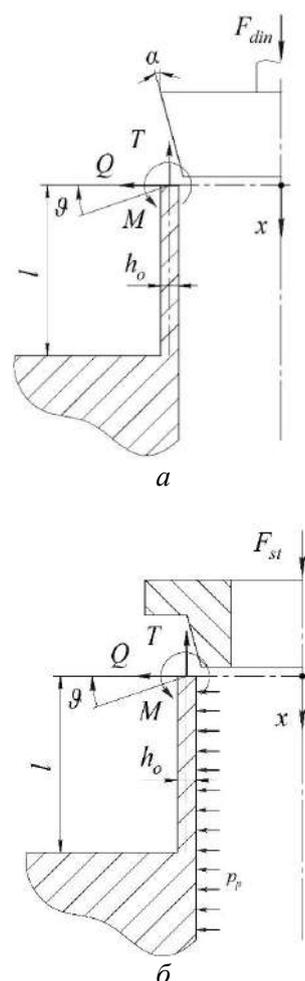


Рис. 2. Расчетная схема оболочки:

а – клапанного уплотнительного соединения;

б – фланцевого уплотнительного соединения

Fig. 2. Calculated scheme of a shell:

a – valve sealing joint; b – flange sealing joint

Согласно [11], уравнение деформации осесимметрично нагруженной оболочки имеет вид:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4\beta^4 w = -\frac{\mu T}{rD} + \frac{p}{D}, \quad (1)$$

где $\beta = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{(r^2 h^2)}}$ – параметр оболочечного элемента.

Общее решение уравнения (1) имеет вид:

$$w = A_0 e^{(\beta+\beta l)x} + A_1 e^{(-\beta+\beta l)x} + A_2 e^{(-\beta-\beta l)x} + A_3 e^{(\beta-\beta l)x},$$

где A_0, A_1, A_2, A_3 – постоянные интегрирования.

Для упрощения нахождения постоянных, решение дифференциального уравнения представляют в виде функций А.Н. Крылова, которые определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} K_0(\beta x) &= \cosh(\beta x) \cdot \cos(\beta x); \\ K_1(\beta x) &= \frac{1}{2} \cdot (\cosh(\beta x) \cdot \sin(\beta x) + \sinh(\beta x) \cos(\beta x)); \\ K_2(\beta x) &= \frac{1}{2} \cdot \sinh(\beta x) \cdot \sin(\beta x); \\ K_3(\beta x) &= \frac{1}{4} \cdot (\cosh(\beta x) \cdot \sin(\beta x) - \sinh(\beta x) \cdot \cos(\beta x)). \end{aligned}$$

Тогда общее дифференциальное уравнение (1) преобразуется к виду:

$$w = A_0 K_0(\beta x) + A_1 K_1(\beta x) + A_2 K_2(\beta x) + A_3 K_3(\beta x) + w^*, \quad (2)$$

где w^* – частное решение, которое зависит от закона распределения поверхностных нагрузок и равно

$$-\frac{\mu T r}{E h} + \frac{p_p}{D}.$$

Функции А.Н. Крылова связаны между собой простыми дифференциальными соотношениями [9, 11]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} K_0(\beta x) &= -4\beta K_3(\beta x); \\ \frac{d}{dx} K_1(\beta x) &= \beta K_0(\beta x); \\ \frac{d}{dx} K_2(\beta x) &= \beta K_1(\beta x); \\ \frac{d}{dx} K_3(\beta x) &= \beta K_2(\beta x). \end{aligned} \quad (3)$$

При значении аргумента, равном нулю, все они обращаются в ноль, кроме K_0 , который обращается в единицу:

$$K_0(0) = 1; K_1(0) = 0; K_2(0) = 0; K_3(0) = 0.$$

Функции А.Н. Крылова позволяют выразить постоянные интегрирования через начальные параметры w, ϑ, M, Q .

Дифференцирование уравнение (2), согласно [2, 9], с использованием (3) приводим к следующему решению:

$$w(x) = A_0 K_0(\beta x) + A_1 K_1(\beta x) + A_2 K_2(\beta x) + A_3 K_3(\beta x) + w^*;$$

$$w'(x) = \vartheta(x) = \beta[-4A_0 A_3(\beta x) + A_1 K_0(\beta x) + A_2 K_1(\beta x) + A_3 K_2(\beta x)];$$

$$w''(x) = \frac{M(x)}{D_0} = \beta^2[-4A_0 K_2(\beta x) - 4A_1 K_3(\beta x) + A_2 K_0(\beta x) + A_3 K_1(\beta x)];$$

$$w'''(x) = \frac{Q}{D_0} = \beta^3[-4A_0 K_1(\beta x) - 4A_1 K_2(\beta x) - 4A_2 K_3(\beta x) + A_3 K_0(\beta x)].$$

Определение постоянных сводится к решению системы двух уравнений с двумя неизвестными, так как два начальных условия обычно бывают известны.

Исходя из указанного, граничные условия для оболочки принимаются в виде:

$$x = 0: w''(0) = 0; w'''(0) = \frac{Q}{D_0};$$

$$x = l: w'(l) = \vartheta_0; w''(l) = \frac{M_{s0}}{D_0}.$$

Подставляя первые два граничных условия, находим:

$$A_2 = 0; A_3 = \frac{Q}{D_0 \beta^3}$$

Наряду с оболочками пластины также нашли широкое применение в трубопроводной арматуре (фланцы, седла, упоры и т. д.).

Общие вопросы статического расчета пластин изложены в работах [4, 7, 11, 12] и др.

Расчет пластин на прочность и устойчивость методом сеток рассматривается в работе [13].

Теория расчета пластин на изгиб основывается на гипотезах Кирхгофа, аналогичных гипотезам Кирхгофа – Лява при осесимметричной деформации цилиндрических оболочек – о неизменности нормали и ненадавливании одного слоя пластины на другой [11].

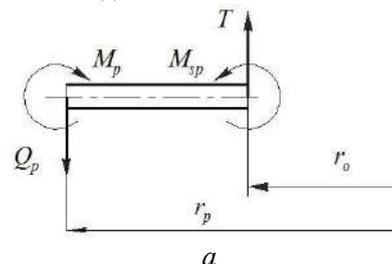
Кроме этого часто принимаются допущения:

– толщина пластины по сравнению с другими размерами мала;

– прогиб пластины по сравнению с толщиной мал;

– материал пластины – однородный, изотропный и подчиняется закону Гука [14, 15].

При осесимметрично нагружении круглой пластины все величины являются функциями только текущего радиуса (рис. 3), что обуславливает одномерность таких задач.



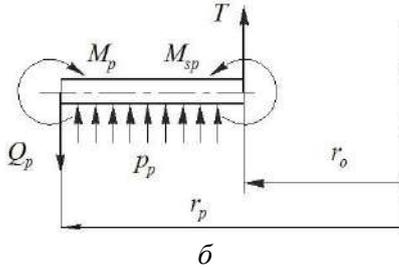


Рис. 3. Расчетная схема пластины:

a – клапанного уплотнительного соединения;
b – фланцевого уплотнительного соединения

Fig. 3. Calculated scheme of a plate:

a – valve sealing joint; *b* – flange sealing joint

Поперечная сила Q может быть определена при рассмотрении равновесия части пластины. Изгибающие моменты M_r, M_t получают при интегрировании напряжений по площади граней элемента пластины:

$$M_r = D \left(\frac{d\vartheta}{dr} + \mu \frac{\vartheta}{r} \right); M_t = D \left(\frac{\vartheta}{r} + \mu \frac{d\vartheta}{dr} \right),$$

где D – изгибная жесткость пластины, $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$.

Преобразование системы с четырьмя неизвестными позволяет получить дифференциальное уравнение второго порядка деформирования пластинчатого элемента относительно функции ϑ :

$$\frac{d^2\vartheta}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d\vartheta}{dr} - \frac{\vartheta}{r^2} = \frac{Q}{D}.$$

Решение дифференциального уравнения деформирования пластинчатого элемента принимается в виде [1]:

$$\vartheta = C_1 r + \frac{C_2}{r} + \frac{1}{Dr} \int [\hat{r} \int Q d\tilde{r}] d\tilde{r},$$

где \tilde{r} и \hat{r} – вспомогательные переменные.

Значения постоянных интегрирования C_1 и C_2 , определяют для каждого частного случая по граничным условиям на наружном и внутреннем краю пластины.

Граничные условия для пластины будут:

– по наружному краю пластина жестко заделана, т. е. при $r_p = R_p$ $\vartheta_{sp} = 0$;

– по внутреннему радиусу r_o пластины приложен момент M_{sp} :

$$M_{sp} = D_p \left(\frac{d\vartheta_{sp}}{dr_p} + \mu \frac{\vartheta_{sp}}{r_p} \right) \Big|_{r_p=r_o}.$$

Подставляя Q_p в общий интеграл, получим угол поворота нормали для клапанного УС (рис. 3, *a*):

$$\vartheta_{sp} = C_1 r_p + \frac{C_2}{r_p} + \frac{1}{D_p r_p} \int [\hat{r} \int T \frac{r_o}{\tilde{r}} d\tilde{r}] d\hat{r},$$

окончательно запишем:

$$\vartheta_{sp} = C_1 r_p + \frac{C_2}{r_p} + \frac{T r_o}{D_p} \left[\frac{r_p}{2} \ln r_p - \frac{r_p}{4} \right].$$

Для устранения логарифма размерной величины добавим и вычтем $\frac{T r_o r_p}{2 D_p} \ln R_p$:

$$\begin{aligned} \vartheta_{sp} &= C_1 r_p + \frac{C_2}{r_p} + \frac{T r_o r_p}{2 D_p} \ln r_p - \frac{T r_o r_p}{4 D_p} - \\ &\quad - \frac{T r_o r_p}{2 D_p} \ln R_p + \frac{T r_o r_p}{2 D_p} \ln R_p, \\ \vartheta_{sp} &= C_1 r_p + \frac{C_2}{r_p} + \frac{T r_o r_p}{2 D_p} \ln \frac{r_p}{R_p}. \end{aligned}$$

В этом уравнении все слагаемые, содержащие r в первой степени, отнесены к постоянной интегрирования C_1 .

$$\begin{aligned} \vartheta_{sp} &= C_1 r_p + \frac{C_2}{r_p} + \frac{T r_o r_p}{2 D_p} \ln \frac{r_p}{R_p}; \\ \frac{d\vartheta_{sp}}{dr_p} &= C_1 + \frac{C_2}{r_p^2} + \frac{T r_o}{2 D_p} + \frac{T r_o}{2 D_p} \ln \frac{r_p}{R_p}; \\ M_{sp} &= D_p \left[C_1 - \frac{C_2}{r_p^2} + \frac{T r_o}{2 D_p} + \frac{T r_o}{2 D_p} \ln \frac{r_p}{R_p} + \right. \\ &\quad \left. + \mu C_1 + \mu \frac{C_2}{r_p^2} + \mu \frac{T r_o}{2 D_p} \ln \frac{r_p}{R_p} \right] = \\ &= D_p \left[C_1 (1 + \mu) - \frac{C_2}{r_p^2} (1 - \mu) + \frac{T r_o}{2 D_p} + \right. \\ &\quad \left. + (1 + \mu) \frac{T r_o}{2 D_p} \ln \frac{r_p}{R_p} \right]. \end{aligned}$$

Если требуется учесть давление рабочей среды (рис. 2, *b*), то решение дифференциального уравнения деформирования пластины примет вид:

$$\begin{aligned} \vartheta_{sp} &= C_1 r_p + \frac{C_2}{r_p} + \\ &+ \frac{1}{D_p r_p} \int_{r_o}^{\hat{r}} \left[\hat{r} \int_{r_o}^{\tilde{r}} T \frac{r_o}{\tilde{r}} + \frac{p_p}{2\tilde{r}} (\tilde{r}^2 - r_o^2) d\tilde{r} \right] d\hat{r}. \end{aligned}$$

Вычислив интеграл, можно получить значение угла поворота нормали и его производной:

$$\begin{aligned} \vartheta_{sp} &= \\ &C_1 r_p + \frac{C_2}{r_p} + \frac{T r_o r_p}{2 D_p} \ln \left(\frac{r_p}{R_p} \right) + \\ &\quad + \frac{p_p}{16 D_p} \left(\frac{r_p^4 - r_o^4}{r_p} + 4 r_o^2 r_p \ln \left(\frac{r_o}{r_p} \right) \right), \\ \frac{d\vartheta_{sp}}{dr_p} &= C_1 - \frac{C_2}{r_p^2} + \frac{p_p}{16 D_p} \left(3 r_p^2 - 4 r_o^2 + \frac{r_o^4}{r_p^2} + \right. \\ &\quad \left. 4 r_o^2 \ln \left(\frac{r_o}{r_p} \right) \right) + \frac{T r_o}{2 D_p} + \frac{T r_o}{2 D_p} \ln \left(\frac{r_p}{R_p} \right), \\ M_{sp} &= D_p \left[C_1 - \frac{C_2}{r_p^2} + \frac{p_p}{16 D_p} \left(3 r_p^2 - 4 r_o^2 + \frac{r_o^4}{r_p^2} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 4 r_o^2 \ln \left(\frac{r_o}{r_p} \right) \right) + \frac{T r_o}{2 D_p} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{T r_o}{2 D_p} \ln \left(\frac{r_p}{R_p} \right) + \mu C_1 + \frac{\mu C_2}{r_p^2} + \right. \end{aligned}$$

$$+ \frac{\mu T r_o}{2 D_p} \ln \left(\frac{r_p}{R_p} \right) + \frac{\mu p_p}{16 D_p r_p} \left(\frac{r_p^4 - r_o^4}{r_p} + 4 r_o^2 r_p \ln \left(\frac{r_o}{r_p} \right) \right) \Bigg],$$

окончательно запишем:

$$M_{sp} = C_1 D_p (1 + \mu) - \frac{C_2 D_p}{r_p^2} (1 - \mu) + \frac{p_p r_o^2}{4} \left(\ln \left(\frac{r_o}{r_p} \right) (1 + \mu) + \frac{r_o^2 (1 - \mu)}{4 r_p^2} - 1 \right) + \frac{p_p r_p^2}{16} (3 + \mu) + \frac{T r_o}{2} \left(1 + \ln \left(\frac{r_p}{R_p} \right) (1 + \mu) \right).$$

Условия совместности деформаций пластины и оболочки

Условия совместности деформаций (рис. 4) пластины и оболочки:

$$M_{so}(l) = M_{sp}(r_o); Q_{so}(l) = Q_{sp}(r_o); w(l) = \Delta r_p(r_o); \vartheta_{so}(l) = \vartheta_{sp}(r_o).$$

Относительно третьего условия совместности деформаций следует отметить, что перемещение пластины $\Delta r_p(r_o)$ возникает вследствие растяжения ее силами Q_{sp} , при этом все точки пластины находятся в состоянии равномерного растяжения с напряжением $\sigma = \frac{Q_{sp}}{h_p}$ [16].

С учетом обобщенного закона Гука $\varepsilon = \frac{\sigma}{E} (1 - \mu)$.

$$\Delta r_p = \varepsilon r_o = \frac{Q_{sp} (R_p - r_o)}{E h_p} (1 - \mu).$$

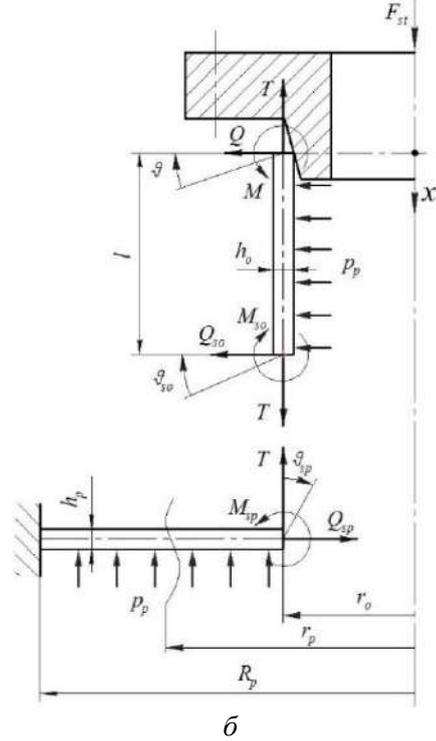
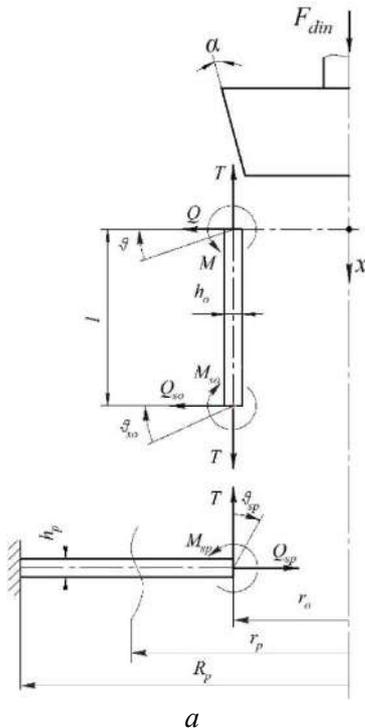


Рис. 4. Расчетная схема оболочечно-пластинчатого седла:

a – клапанного уплотнительного соединения; *б* – фланцевого уплотнительного соединения
Fig. 4. Calculated scheme of a shell-slatter seat: *a* – valve sealing joint; *b* – flange sealing joint

Условие совместности деформаций клапанного УС запишем в следующем виде:

$$D_o \beta^2 \left[-4 A_0 K_2(\beta l) - 4 A_1 K_3(\beta l) + \frac{Q}{D_o \beta^3} K_1(\beta l) \right] = D_p \left[C_1 (1 + \mu) - \frac{C_2}{r_o^2} (1 - \mu) + \frac{T r_o}{2 D_p} + (1 + \mu) \frac{T r_o}{2 D_p} \ln \frac{r_o}{R_p} \right]. \tag{4}$$

Для фланцевого УС первое условие определяется из:

$$D_o \beta^2 \left[-4 A_0 K_2(\beta l) - 4 A_1 K_3(\beta l) + \frac{Q_{st}}{D_o \beta^3} K_1(\beta l) \right] = C_1 D_p (1 + \mu) - \frac{C_2 D_p}{r_o^2} (1 - \mu) + \frac{p_p r_o}{4} \left(1 - \frac{1 - \mu}{4} \right) - \frac{p_p r_o^2}{16} (3 + \mu) + \frac{T_{st} r_o}{2} \left(1 + \ln \frac{r_o}{R_p} (1 + \mu) \right).$$

Объединяя второе и третье условие совместности для клапанного УС получим:

$$A_0 K_0(\beta l) + A_1 K_1(\beta l) + \frac{Q}{D_o \beta^3} K_3(\beta l) - \frac{\mu T r_o}{E h_o} =$$

$$= \frac{(R_p - r_o)}{E h_o} (1 - I) \times$$

$$\times D_o \beta^3 \left[-4A_0 K_1(\beta l) - 4A_1 K_2(\beta l) + \frac{Q}{D_o \beta^3} K_0(\beta l) \right].$$

Для фланцевого УС второе и третье условия запишутся в виде:

$$A_0 K_0(\beta l) + A_1 K_1(\beta l) + \frac{Q_{st}}{D_o \beta^3} K_3(\beta l) -$$

$$\left(p_p - \frac{\mu T_{st}}{r_o} \right) \frac{r_o^2}{E h_o} =$$

$$\frac{(R_p - r_o)}{E h_o} (1 - \mu) D_o \beta^3 \left[-4A_0 K_1(\beta l) - \right.$$

$$\left. 4A_1 K_2(\beta l) + \frac{Q_{st}}{D_o \beta^3} K_0(\beta l) \right].$$

Четвертое условие совместности для клапанного УС:

$$C_1 r_o + \frac{C_2}{r_o} + \frac{T r_o^2}{2D_p} \ln \frac{r_o}{R_p}$$

$$= \beta \left[-4A_0 K_3(\beta l) + A_1 K_0(\beta l) \right. \quad (7)$$

$$\left. + \frac{Q}{D_o \beta^3} K_2(\beta l) \right].$$

$$C_1 R_p + \frac{C_2}{R_p} = 0. \quad (8)$$

Для фланцевого УС четвертое условие совместности будет определяться из выражения:

$$C_1 r_o + \frac{C_2}{r_o} + \frac{T_{st} r_o^2}{2D_p} \ln \frac{r_o}{R_p} = \beta \left[-4A_0 K_3(\beta l) + \right.$$

$$\left. + A_1 K_0(\beta l) + \frac{Q_{st}}{D_o \beta^3} K_2(\beta l) \right];$$

$$C_1 R_p + \frac{C_2}{R_p} = -\frac{p_p}{16D_p} \left(\frac{R_p^4 - r_o^4}{R_p} \right.$$

$$\left. - 4r_o^2 R_p \ln \left(\frac{R_p}{r_o} \right) \right),$$

т. е. получаем системы из четырех уравнений для нахождения четырех постоянных интегрирования C_1 ; C_2 ; A_1 ; A_2 для клапанного УС и фланцевого УС.

Подставив значения $C_2 = -C_1 R_p^2$ (8) и $Q_{st} = -\frac{T_{st}}{\text{tg}(\alpha + \phi)}$ в уравнения (4), (5) и (7), можно полученный результат для клапанного УС представить в виде системы из трех уравнений:

$$\begin{cases} a_1 A_0 + a_2 A_1 + a_3 C_1 = e_1; \\ b_1 A_0 + b_2 A_1 + 0 + 0 = e_2; \\ d_1 A_0 + d_2 A_1 + d_3 C_1 = e_3, \end{cases}$$

где $a_1 = -4D_o \beta^2 K_2(\beta l)$; $a_2 = -4D_o \beta^2 K_3(\beta l)$;

$$a_3 = \left[-D_p(1 + \mu) - \frac{D_p R_p^2}{r_o^2} (1 - \mu) \right];$$

$$e_1 = T \left[\frac{K_1(\beta l)}{\text{tg}(\alpha + \phi) \beta} + \frac{r_o}{2} + \frac{(1 + \mu) r_o}{2} \ln \frac{r_o}{R_p} \right];$$

$$b_1 = \left[K_0(\beta l) + \frac{R_p - r_o}{E h_o} (1 - \mu) D_o \beta^3 4K_1(\beta l) \right];$$

$$b_2 = \left[K_1(\beta l) + \frac{R_p - r_o}{E h_o} (1 - \mu) D_o \beta^3 \cdot 4K_2(\beta l) \right];$$

$$e_2 =$$

$$T \left[\frac{K_3(\beta l)}{\text{tg}(\alpha + \phi) D_o \beta^3} + \frac{\mu r_o}{E h_o} - \frac{(R_p - r_o)}{E h_o} \frac{(1 - \mu)}{\text{tg}(\alpha + \phi)} K_0(\beta l) \right];$$

$$d_1 = -4\beta K_3(\beta l);$$

$$d_2 = \beta K_0(\beta l); d_3 = \left[\frac{R_p^2}{r_o} - r_o \right];$$

$$e_3 = T \left[\frac{r_o^2}{2D_p} \ln \frac{r_o}{R_p} + \frac{\beta}{D_o \beta^3 \text{tg}(\alpha + \phi)} K_2(\beta l) \right].$$

Постоянные интегрирования для клапанного УС определим из:

$$A_0 = \begin{vmatrix} e_1 & a_2 & a_3 \\ e_2 & b_2 & b_3 \\ e_3 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$A_1 = \begin{vmatrix} a_1 & \Delta & a_3 \\ b_1 & e_2 & b_3 \\ c_1 & e_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$C_1 = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & e_1 \\ b_1 & b_2 & e_2 \\ c_1 & c_2 & e_3 \end{vmatrix}}{\Delta},$$

$$\text{где } \Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}.$$

В случае расчета фланцевого УС система будет состоять из четырех уравнений и примет вид:

$$\begin{cases} a_1 A_0 + a_2 A_1 + a_3 C_1 + a_4 C_2 = e_1 \\ b_1 A_0 + b_2 A_1 + 0 + 0 = e_2 \\ d_1 A_0 + d_2 A_1 + d_3 C_1 + d_4 C_2 = e_3 \\ 0 + 0 + t_3 C_1 + t_4 C_2 = e_4, \end{cases}$$

где $a_1 = -4D_o \beta^2 K_2(\beta l)$; $a_2 = -4D_o \beta^2 K_3(\beta l)$;

$$a_3 = -D_p(1 + \mu); a_4 = -\frac{D_p}{r_o^2} (1 - \mu);$$

$$e_1 = -\frac{Q}{\beta} K_1(\beta l) + \frac{p_p r_o}{4} \left(1 - \frac{1 - \mu}{4} \right) -$$

$$-\frac{p_p r_o^2}{16} (3 + \mu) + \frac{T r_o}{2} \left(1 + \ln \frac{r_o}{R_p} (1 + \mu) \right);$$

$$b_1 = \left[K_0(\beta l) + \frac{R_p - r_o}{E h_o} (1 - \mu) D_o \beta^3 4K_1(\beta l) \right];$$

$$b_2 = \left[K_1(\beta l) + \frac{R_p - r_o}{E h_o} (1 - \mu) D_o \beta^3 \cdot 4K_2(\beta l) \right];$$

$$e_2 = \frac{Q}{D_o \beta^3} \left(K_0(\beta l) \frac{R_p - r_o}{E h_o} - K_3(\beta l) \right) +$$

$$+ \left(p_p - \frac{\mu T}{r_o} \right) \frac{r_o^2}{E h_o};$$

$$d_1 = -4\beta K_3(\beta l); d_2 = \beta K_0(\beta l); d_3 = r_o,$$

$$d_4 = -1/r_o e_3 = -\frac{Q}{D_o} K_2(\beta l) \beta + \frac{T r_o^2}{2D_p} \ln \frac{r_o}{R_p};$$

$$t_3 = R_p,$$

$$t_4 = -\frac{1}{R_p}; e_4 = \frac{p_p}{16D_p} \left(\frac{R_p^4 - r_o^4}{R_p} - 4r_o^2 R_p \ln \left(\frac{R_p}{r_o} \right) \right).$$

Постоянные интегрирования для фланцевого УС определим из:

$$A_0 = \frac{\begin{vmatrix} e_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ e_2 & b_2 & b_3 & b_4 \\ e_3 & d_2 & d_3 & d_4 \\ e_4 & t_2 & t_3 & t_4 \end{vmatrix}}{\Delta}; A_1 = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & e_1 & a_3 & a_4 \\ b_1 & e_2 & b_3 & b_4 \\ d_1 & e_3 & d_3 & d_4 \\ t_1 & e_4 & t_3 & t_4 \end{vmatrix}}{\Delta};$$

$$C_1 = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & e_1 & a_4 \\ b_1 & b_2 & e_2 & b_4 \\ d_1 & d_2 & e_3 & d_4 \\ t_1 & t_2 & e_4 & t_4 \end{vmatrix}}{\Delta}; C_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & e_1 \\ b_1 & b_2 & b_3 & e_2 \\ d_1 & d_2 & d_3 & e_3 \\ t_1 & t_2 & t_3 & e_4 \end{vmatrix}}{\Delta};$$

$$\text{где } \Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ t_1 & t_2 & t_3 & t_4 \end{vmatrix}.$$

После определения постоянных интегрирования может быть вычислен прогиб пластинчатого элемента для клапанного и фланцевого УС из выражений (5) и (6) соответственно:

$$w_{sp,к} = C_2 \ln \frac{R_p}{r_o} - \frac{T_{st} r_o - 4C_1 D_p}{8D_p} (R_p^2 - r_o^2) - \frac{T_{st} r_o^3}{4D_p} \ln \frac{r_o}{R_p};$$

$$w_{sp} = C_3 - \int \vartheta_{sp} dr_p = \frac{p_p r_p^4}{64D_p} - \frac{\ln(r_p) (p_p r_o^4 - 16C_2 D_p)}{16D_p} + \frac{\ln\left(\frac{r_o}{r_p}\right) (p_p r_o^2 r_p^2 - 2Tr_o r_p^2)}{8D_p} + \frac{r_p^2 \left(p_p r_o^2 + 8C_1 D_p - 2Tr_o + 4Tr_o \ln\left(\frac{r_o}{R_p}\right) \right)}{16D_p}.$$

Радиальная жесткость оболочечного элемента c_2 и осевая жесткость пластинчатого элемента c_3 определяются из выражений:

$$c_2 = \frac{Q_{st}}{w(0)} = \frac{Q_{st}}{A_0 + w_*}; c_3 = \frac{2T_{st} \pi r_o}{w_{sp}}.$$

Приведенная жесткость для клапанного и фланцевого УС может быть определена:

$$c_{пр,к} = \frac{[c_1 + c_2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \phi)] c_3}{c_1 + c_2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \phi) + c_3};$$

$$c_{пр,ф} = \frac{c_2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \phi) c_3}{c_2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \phi) + c_3},$$

где c_1 – жесткость привода.

Ранее было указано, что определяющим параметром для обеспечения прочности тонкостенного оболочечно-пластинчатого седла клапанного УС является динамическая ударная нагрузка F_{din} .

В соответствии с [2, 9] и учетом изложенного для тонкостенного оболочечно-пластинчатого седла динамическая ударная нагрузка определяется из выражения:

$$F_{din} = F_{st} + \sqrt{F_{st}^2 + 2(E_k - E_\phi) \frac{[c_1 + c_2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \phi)] c_3}{c_1 + c_2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \phi) + c_3}}$$

с последующим разложением F_{din} на составляющие

$$T_{din} = -\frac{F_{din}}{2\pi r_o};$$

$$Q_{din} = \frac{F_{din}}{2\pi r_o \operatorname{tg}(\alpha + \phi)},$$

и выполнением прочностного расчета.

Заключение

После нахождения приведенной жесткости производится определение эквивалентных напряжений по четвертой гипотезе прочности.

Представленная инженерная методика позволяет поставить задачу [17–20] расчета рациональных геометрических размеров оболочечно-пластинчатого уплотнения, целевая функция которой будет $c_{np}(h_o, h_p) \rightarrow \min$.

Список литературы

1. Долотов А.М. Уплотнительные соединения с использованием тонкостенных элементов / А.М. Долотов, В.Е. Гозбенко, Ю.И. Белоголов; Иркут. гос. ун-т путей сообщ. Иркутск, 2011. 72 с. : ил. 78. Деп. в ВИНТИ 22. 11. 2011, № 508-B2011.
2. Долотов А.М. Основы теории и проектирования уплотнений пневмогидроарматуры летательных аппаратов : учеб. пособие / А. М. Долотов, П. М. Огар, Д. Е. Чегодаев. М. : Изд-во МАИ, 2000. 296 с. ISBN 5-7035-2307-9.
3. Кондаков Л.А. Уплотнения и уплотнительная техника : справочник / Л.А. Кондаков, А.И. Голубев, В.Б. Овандер и др. М. : Машиностроение, 1986. 464 с.

4. Тимошенко С.Л., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М. : ГИФМЛ, 1963. 635 с.
5. Гольденвейзер А.Л. Теория тонких упругих оболочек. М. : ГИТТД, 1953. 544 с.
6. Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. М. : Машиностроение, 1974. 486 с.
7. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. М. : Наука, 1967. 984 с.
8. Батуев Г.С. Инженерные методы исследования ударных процессов / Г.С. Батуев, Ю.В. Голубков, А.К. Ефремов и др. М. : Машиностроение, 1977. 240 с.
9. Долотов А.М. Разработка методов расчета и проектирование уплотнений с оболочечным элементом для летательных аппаратов : дис. ... док. тех. наук : 05.07.05, 05.02.02 / А. М. Долотов. М., 1994. 280 с.
10. Долотов А.М. Зацарный В.А. Расчет жесткости упругих затворов // Вестник Львов. политехн. ин-та. 1983. № 170. С. 65–66.
11. Бояршинов С.В. Основы строительной механики машин. М. : Машиностроение, 1973. 456 с.
12. Артюхин Ю.П. Решение задач нелинейного деформирования пластин и пологих оболочек методом граничных элементов / Ю.П. Артюхин, А.П. Грибов. Казань : Фэн, 2002. 199 с.
13. Чуватов В.В. Расчет пластинок на прочность и устойчивость методом сеток. Свердловск : УПИ, 1972. 107 с.
14. Беляев Н.М. Сопrotивление материалов М. : Наука, 1976. 608 с.
15. Вольмир А.С., Григорьев Ю.П., Станкевич А.И. Сопrotивление материалов : учебник для вузов. М. : Дрофа, 2007. ISBN 978-5-358-01283-7.
16. Расчеты на прочность в машиностроении : в 3-х т. / под ред. С.Д. Пономарева. М. : Машгиз, 1956-1959. 3 т.
17. Долотов А.М., Белоголов Ю.И. Определение перемещений в оболочечно-пластинчатом седле клапана // Системы. Методы. Технологии. 2013. № 2 (18). С. 22–28.
18. Герасимов С.В., Долотов А.М., Белоголов Ю.И. Математическая модель динамического нагружения двухседельного клапана // Тр. Брат. гос. ун-та. Братск, 2012. Сер. : Естественные и инженерные науки. С. 126–129.
19. Герасимов С.В., Долотов А.М., Саакян К.Г. Расчет седла уплотнительного соединения, нагруженного затвором и давлением герметизируемой среды // Механика XXI века : сб. докл. XI Всерос. науч.-техн. конф. с междунар. участ. Братск, 2012. № 11. С. 106–111.
20. Долотов А.М. Белоголов Ю.И. Пути совершенствования клапанных уплотнительных соединений с оболочечными седлами // Енерго та ресурсозберігаючі технології при експлуатації машин та устаткування : Матеріали 4-ої міжвузівської науково-технічної конференції викладачів, молодих вчених та студентів. Донецьк, 2012. С. 87–88.
21. Белоголов Ю.И. Совершенствование конструкций уплотнительных соединений с тонкостенными элементами (упругой кромкой) : автореф. дис. ... канд. техн. наук. Братск, 2013. 9 с.

References

1. Dolotov A.M., Gozbenko V.E., Belogolov Yu.I. Uplotnitel'nyye soyedineniya s ispol'zovaniyem tonkostennykh elementov [Sealing compound with thin elements]. Moscow: VINITI, 2011. 72 p.
2. Dolotov A.M., Ogar P.M., Chegodayev D.Ye. Osnovy teorii i proyektirovaniya uplotneniy pnevmogidroarmatury letatel'nykh apparatov: monografiya [Fundamentals of the theory and design of seals for pneumatic hydraulic fittings of aircraft: monograph]. Moscow: MAI, 2000. 296 p.
3. Kondakov L.A., Golubev A.I., Ovander V.B., Gordeyev V.V., Furmanov B.A., Karmugin B.V. Uplotneniya i uplotnitel'naya tekhnika: Spravochnik [Seals and sealing technology: a reference book]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1986. 464 p.
4. Timoshenko S.L., Voynovskiy-Krigger S. Plastinki i obolochki [Plates and shells]. Moscow: GIFML Publ., 1963. 635 p.
5. Gol'denveyzer A.L. Teoriya tonkikh uprugikh obolochek [Theory of thin elastic shells]. Moscow: GITTD Publ., 1953. 544 p.
6. Biderman V.L. Mekhanika tonkostennykh konstruksiy [Mechanics of thin-walled structures]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1974. 486 p.
7. Vol'mir A.S. Ustoychivost' deformiruyemykh system [Stability of deformable systems]. Moscow: Nauka Publ., 1967. 984 p.
8. Batuyev G.S., Golubkov Yu.V., Yefremov A.K., Fedosov A.A. Inzhenernyye metody issledovaniya udarnykh protsessov [Engineering methods for studying shock processes]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1977. 240 p.
9. Dolotov A.M. Razrabotka metodov rascheta i proyektirovaniye uplotneniy s obolochechnym elementom dlya letatel'nykh apparatov. dis. ... dok. tekh. nauk: 05.07.05, 05.02.02: zashchishchena 28.04.95 : utv. 28.07.95 [Development of calculation methods and design of seals with a shell element for aircraft engines: D. Sc. (Engineering) diss.: 05.07.05, 05.02.02]. Moscow: BMSTU Publ., 1994. 280 p.
10. Dolotov A.M. Zatsarnyy V.A. Raschet zhestkosti uprugikh zatvorov [Calculation of the stiffness of elastic gates] // Vestnik Lvovskogo politekhnicheskogo instituta [Bulletin of the Lviv Polytechnic Institute], No 170. L'vov: Vishcha shkola, 1983. Pp 65–66.
11. Boyarshinov S.V. Osnovy stroitel'noy mekhaniki mashin [Fundamentals of structural machine mechanics]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1973. 456 p.
12. Artyukhin Yu.P., Gribov A.P. Resheniye zadach nelineynogo deformirovaniya plastin i pologikh obolochek metodom granichnykh elementov [Solving problems of nonlinear deformation of plates and shallow shells by the method of boundary elements]. Kazan: Fen Publ., 2002. 199 p.
13. Chuvатов V.V. Raschet plastinok na prochnost' i ustoychivost' metodom setok [Calculation of plates for strength and stability by the method of meshes]. Sverdlovsk: UPI Publ., 1972. 107 p.

14. Belyayev N.M. Soprotivleniye materialov [Strength of materials]. Moscow: Nauka Publ., 1976. 608 p.
15. Vol'mir A.S., Grigor'yev Yu.P., Stankevich A.I. Soprotivleniye materialov : uchebnik dlya vuzov [Resistance of materials: textbook for universities]. Moscow: Drofa Publ., 2007. 591 p.
16. Ponomarev S.D., Biderman V.L., Likharev K.K. et al. Raschety na prochnost' v mashinostroyenii: v 3-kh t. Pod red. S.D. Ponomareva [Strength calculations in mechanical engineering: in 3 volumes / In Ponomarev S. D. (ed.)]. Moscow: Mashgiz Publ., 1959. Vol. 3. 1118 p.
17. Dolotov A.M., Belogolov Yu.I. Opredeleniye peremeshcheniy v obolochечно-plastinchatom sedle klapana [Determination of displacements in shell-plate valve seat] // *Sistemy. Metody. Tekhnologii* [Systems. Methods. Technologies]. Bratsk: BrSU Publ., 2013, No. 2(18), pp. 22–28.
18. Gerasimov S.V., Dolotov A.M., Belogolov Yu.I. Matematicheskaya model' dinamicheskogo nagruzheniya dvukhsedel'nogo klapana [Mathematical model of dynamic loading of a double-seat valve] // *Trudy Bratskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Yestestvennyye i inzhenernyye nauki* [Proceedings of the Bratsk State University. Series: Natural and Engineering Sciences]. Bratsk: BrSU Publ., 2012, Vol. 1, pp. 126–129.
19. Gerasimov S.V., Dolotov A.M., Saakyan K.G. Raschet sedla uplotnitel'nogo soyedineniya, nagruzhenno go zatvorom i davleniyem germetiziruyemy sredi [Calculation of the seat of the sealing connection, loaded with the valve and the pressure of the sealed medium] // *Mekhaniki XXI veku. XI Vserossiyskaya nauchno-tehnicheskaya konferentsiya s mezhdunarodnym uchastiyem: sbornik dokladov* [Mechanics of the XXI century. XI All-Russian Scientific and Technical Conference with International Participation: collection of reports]. Bratsk: BrSU Publ., 2012, No. 11, pp. 106–111.
20. Dolotov A.M., Belogolov Yu.I. Puti sovershenstvovaniya klapannykh uplotnitel'nykh soyedineniy s obolochечными sedlami [Ways to Improve Valve Seal Connections with Shell Seats] // *Yenergo ta resursozberigayuchi tekhnologii pri yekspluatatsii mashin ta ustatkuvannya: Materiali 4-oї mizhvuzivs'koї naukovo-tekhnichnoї konferentsii vkladachiv, molodikh vchenikh ta studentiv* [Energy and resource-saving technologies during the operation of machines and installation: Materials of the 4th multi-university science and technology conferences, young students and students]. Donetsk, 2012, pp. 87–88.
21. Belogolov Yu.I. Sovershenstvovaniye konstruksiy uplotnitel'nykh soyedineniy s tonkostennymi elementami (uprugoy kromkoy): avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk [Improvement of the designs of sealing joints with thin-walled elements (elastic edge): author. Ph.D. (Engineering) diss.]. Bratsk, 2013. 9 p.

Информация об авторах

Белоголов Юрий Игоревич – канд. техн. наук, доцент; доцент кафедры управления эксплуатационной работой, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: pr-mech@mail.ru.

Information about the authors

Yuriy I. Belogolov – Ph.D. in Engineering Science, Associate Professor; Associate Professor of the Subdepartment of Operation Management, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: pr-mech@mail.ru.