

## Оценка грузового спроса посредством восстановления матриц корреспонденций с использованием различных данных

О. А. Лебедева<sup>1,2</sup>, В. Е. Гозбенко<sup>1,2</sup>✉

<sup>1</sup>Ангарский государственный технический университет, г. Ангарск, Российская Федерация

<sup>2</sup>Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация

✉ vgozbenko@yandex.ru

### Резюме

Важным научным направлением развития организации грузового перевозочного процесса является изучение методик оценки матриц корреспонденций с использованием различных данных, что соответствует стратегии социально-экономического развития Иркутской области на период до 2036 года. Автомобильный городской грузовой транспорт является важной частью транспортной системы Российской Федерации, эффективное функционирование которой создает условия для развития экономики, обеспечения удовлетворения транспортных потребностей. В этих условиях повышение требований к качеству транспортных услуг и обеспечению безопасности и устойчивости функционирования транспортной системы является современным вызовом, стоящим перед автомобильным транспортом и требующим четкого определения приоритетов, целей и задач развития автомобильного транспорта, как подотрасли транспортного комплекса страны. Актуальность научной статьи заключается в том, что проблема оценки грузового спроса посредством оценки матриц корреспонденций носит комплексный характер. С 1970-х гг. разработано несколько методов для оценки матриц корреспонденций с использованием всех видов данных. Показано, что некоторые методики могут применяться только в определенных ограниченных условиях и иногда приводят к потере информации. Для того чтобы решить эту задачу предлагается использовать эластичные, а не фиксированные ограничения. Альтернативным вариантом является применение метода стохастической оценки (бинарной калибровки) из-за отсутствия коэффициентов, зависящих от времени и пространства. Этот метод может использоваться при прогнозировании деятельности грузового транспорта в городских агломерациях в виде единой системы, гарантирующей соблюдение нормативов качества его обслуживания при высокой эффективности работы транспортной системы. Сравнительный анализ различных методов оценки матрицы является целью данной статьи.

### Ключевые слова

матрица корреспонденций, транспортный поток, моделирование, грузовой спрос

### Для цитирования

Лебедева О. А. Оценка грузового спроса посредством применения матриц корреспонденций с использованием различных данных/ О. А. Лебедева, В. Е. Гозбенко // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2022. – № 1 (73). – С. 86–94. – DOI: 10.26731/1813-9108.2022.1(73).86-94

### Информация о статье

поступила в редакцию: 11.01.2021 г.; поступила после рецензирования: 18.03.2022 г.; принята к публикации: 21.03.2022 г.

## Assessing cargo demand through matrix recovery correspondence using different data

О. А. Lebedeva<sup>1,2</sup>, V. E. Gozbenko<sup>1,2</sup>✉

<sup>1</sup>Angarsk State Technical University, Angarsk, the Russian Federation

<sup>2</sup>Irkutsk State Transport University, Irkutsk, the Russian Federation

✉ vgozbenko@yandex.ru

### Abstract

An important scientific direction in the development of the organization of the freight transportation process is the study of methods for evaluating correspondence matrices using various data, which corresponds to the strategy of socio-economic development of the Irkutsk region for the period up to 2036. Automobile urban freight transport is an important part of the transport system of the Russian Federation, whose effective functioning creates conditions for the development of the economy, ensuring the satisfaction of transport needs. Under these conditions, increasing the requirements for the quality of transport services and ensuring the safety and sustainability of the transportation system functioning are a present day challenge facing road transport and requiring a clear definition of priorities, goals and objectives for the development of road transport, as a sub-branch of the country's transport complex. The relevance of the scientific article lies in the fact that the problem of assessing freight demand by evaluating correspondence matrices is complex. Since the 1970s, several methods have been developed to evaluate correspondence matrices using all kinds of data. It has been shown that some techniques can be applied only under certain limited conditions and

may result in information losses. To solve this problem, it is proposed to use elastic rather than fixed links. Another option is to use the stochastic estimation method (binary calibration) due to the lack of coefficients depending on time and space, this method can be used to predict the activity of freight transport in urban agglomerations in the form of a single system to guarantee the compliance with the quality standards of its service under high operational efficiency transport system. Comparative analysis of various matrix estimation methods is the purpose of this article.

### Keywords

correspondence matrix, traffic flow, modeling, freight demand

### For citation

Lebedeva O. A., Gozbenko V. E. Otsenka gruzovogo sprosa posredstvom primeneniya matrits korrespondentsii s ispol'zovaniem razlichnykh dannykh [Assessing cargo demand through matrix recovery correspondence using different data]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie* [Modern Technologies. System Analysis. Modeling], 2022, No. 1 (73), pp. 86–94. – DOI: 10.26731/1813-9108.2022.1(73).86-94

### Article info

Received: 11.01.2021; revised: 18.03.2022; accepted: 21.03.2022.

### Введение

Матрица корреспонденций (ОД) содержит данные о поездках между несколькими пунктами за определенный период времени. Основная часть базовой информации о транспортном спросе используется для следующих целей:

- транспортное планирование и проектирование: расчета транспортных потоков и прогнозирование эффективного функционирования улично-дорожной сети;
- оценка альтернативных вариантов и анализа чувствительности;
- моделирование транспортных потоков сети, проектирование устройств управления дорожным движением и задания параметров сигналов для регулируемых перекрестков.

В зависимости от цели исследования информация, хранящаяся в матрице корреспонденций, может быть конкретизирована в отношении:

- размера области исследования (перекресток, район, город, регион, страна);
- видов транспортных средств;
- периодов времени (времени суток): 24 часа, час пик, 15-минутные интервалы;
- даты;
- цели: мест приложения труда и отдыха.

Если матрица корреспонденций содержит информацию на текущую дату, она называется «матрицей базового года». Такая матрица позволяет производить оценку, используя все доступные виды транспортных данных:

- полные данные (из-за организационных и финансовых ограничений не применяются);
- неполные, прямые и косвенные данные.

Неполные данные получают при проведении выборочного обследования; прямые данные – в результате наблюдений; косвенные

данные – результат расчета поездок с использованием других источников информации (подсчет транспортных потоков и маршрутные перевозки). Примерами таких данных являются:

- опросы: отслеживаются поездки людей, проживающих в районе обследования;
- дорожные анкеты (отслеживаются поездки только проезжающих людей), недостатками являются двойной учет, а также искажение оценок на дальние расстояния;
- данные из транспортных билетов (может отсутствовать ОД информация);
- подсчет транспортных потоков (учитываются только объемы на участке улично-дорожной сети);
- информация о выборе маршрута;
- «старые» матрицы корреспонденций.

При дополнении данных возникают сложности, так как все их источники являются неполными, большее количество поездок (пар ОД) не учитывается. Источники сведений показывают, что стохастические свойства данных могут привести к противоречивой информации ОД. Для получения полной и непротиворечивой оценки грузового спроса используют методы восстановления матрицы корреспонденций. Допущения, и методы оптимизации могут различаться, но цель всех процедур матричной оценки базового года состоит в получении оптимального соответствия между оценкой и имеющимся набором данных.

С 1970-х гг. разработано несколько методов с использованием различных подходов [1–25]:

1. Формулировка целевой функции в сочетании с использованием лежащей в основе модели распределения: максимальное правдоподобие, минимум дисперсии, минимизация

информации, максимизация энтропии;

2. Использование различных источников данных (прямых и косвенных) и априорной информации, а также включение ограничений в процесс калибровки модели;

3. Включение стохастической составляющей и предположений о характере распределения наблюдаемых данных.

В процессе планирования процессов транспортировки используются все методы оценки матриц OD. Целью данной статьи является сравнительный анализ и исследование возможности применения методов матричного оценивания.

В исследовании проводится сравнительный анализ четырех различных методов:

1. Взвешенная оценка Пуассона в сочетании с методами частичной матричной оценки;

2. Методы максимизации энтропии и минимизации информации;

3. Метод минимизации информации с эластичными ограничениями;

4. Метод явного стохастического оценивания (бинарная калибровочная модель).

### Взвешенная оценка Пуассона

Взвешенная оценка Пуассона основана на двух предположениях: все межзональные транспортные потоки независимы и распределены по Пуассону; прогнозируемое количество поездок является мультипликативным – произведением некоторых независимых переменных. Максимизация правдоподобия позволяет получить уравнения оценки. Рассмотрим прогнозирующую модель с мультипликативной формой [14-23]:

$$\hat{T}_{ijm} = Ca_i O_i b_j D_j F_m(C_{ijm}) \forall i, j, m \quad (1)$$

с участием:

$$\sum_{jm} \hat{T}_{ijm} = G_i \forall i, \quad \sum_{im} \hat{T}_{ijm} = A_j \forall j,$$

где  $T_{ijm}$  – предполагаемое количество поездок из  $i$  в  $j$  в маршруте  $m$ ;  $C$  – постоянный член;  $a_i, b_j$  – уравнивающие факторы;  $O_i, D_j$  – поляриности (сила генерации и притяжения) зоны  $i$  соответствующей  $j$ ;  $F_m(C_{ijm})$  – функция сдерживания для маршрута  $m$ ;  $C_{ijm}$  – сгенерированная стоимость для OD пары  $ij$  и маршрута  $m$ ;  $G_i$  – генерация поездок в зоне  $i$ ;  $A_j$  – привлекательность поездок в зоне  $j$  (пункты назначения).

Предположим, что

$$a_i O_i = o_i, \quad b_j D_j = d_j \quad (2)$$

$$F_{mk} = F_m(C_{ijm}), \quad (3)$$

где  $C_{ijm}$  – обобщенная стоимость  $k$ .

Подстановка формул (2) и (3) в формулу (1):

$$\hat{T}_{ijm} = Co_i d_j F_{mk} \quad \forall i, j, m. \quad (4)$$

Вероятность наблюдения рейсов  $T_{ijm}$  может быть задана уравнением:

$$\Pr[T_{ijm} | (\hat{T}_{ijm})] = \exp(-\hat{T}_{ijm}) (\hat{T}_{ijm})^{T_{ijm}} / T_{ijm}!, \quad (5)$$

Число итераций  $T_{ijm}$  предполагается независимым для всех комбинаций  $i, j, m$ . В результате значение логарифмической функции правдоподобия ( $L^*$ ) будет иметь следующий вид:

$$L^* = \ln(L) = \sum_{ij} \sum \ln(\Pr[T_{ijm} | (\hat{T}_{ijm})]) \quad (6)$$

Коэффициенты в формуле (1) следует выбирать таким образом, чтобы логарифмическое правдоподобие имело максимальное значение. Подстановка формул (1) и (5) в (6) дает логарифмическую функцию правдоподобия:

$$L^* = \sum_{ij} \sum \left\{ (-\hat{C}\hat{o}_i \hat{d}_j \hat{F}_{mk}) + T_{ijm} [\ln(\hat{C}) + \ln(\hat{o}_i) + \ln(\hat{d}_j) + \ln(\hat{F}_{mk})] - \ln(T_{ijm}!) \right\} \quad (7)$$

Максимальное значение логарифмического правдоподобия находится путем установки первых частных производных равными нулю:

$$\frac{\delta L^*}{\delta \hat{Q}_i} = 0 \quad \forall i, \quad \frac{\delta L^*}{\delta \hat{d}_j} = 0 \quad \forall j,$$

$$\frac{\delta L^*}{\delta \hat{F}_{mk}} = 0 \quad \forall m, k, \quad \frac{\delta L^*}{\delta C_i} = 0.$$

Результатом является набор нелинейных уравнений, с помощью которых коэффициенты могут быть определены итерационным методом (принцип Гаусса-Зейделя):

$$\hat{Q}_i = \frac{\sum_{ijm} T_{ijm}}{\sum_{jm} \hat{c}\hat{d}_j \hat{F}_{mk}} \quad \forall i, \quad \hat{d}_j = \frac{\sum_{im} T_{ijm}}{\sum_{im} \hat{C}\hat{o}_i \hat{F}_{mk}} \quad \forall j,$$

$$\hat{F}_{mk} = \frac{\sum_{ij} T_{ijm}}{\sum_{ij} \hat{C}\hat{o}_i \hat{d}_j} \quad \forall m, k, \quad \hat{C} = \frac{\sum_{ijm} T_{ijm}}{\sum_{ijm} \hat{o}_i \hat{d}_j \hat{F}_{mk}}.$$

Система уравнений может быть решена в случае отсутствия противоречий в данных. В общем случае это условие не будет выполнено, если используются данные нескольких интервьюеров или опрашиваемые находятся в разных районах.

Взвешенная оценка Пуассона впервые

применялась с начала 1970-х гг. Изначально модель использовалась для оценки функций сдерживания [21], применительно к экспериментальным данным, полученным в процессе наблюдения. Оценка ненаблюдаемых пар OD в матрице может быть получена с использованием методов частичной матрицы, но применение модели было сопряжено со сложностями получения информации из подсчета статистики дорожного движения. Взвешенная оценка Пуассона также используется для анализа многомерных матриц [25].

### Модели максимизации энтропии и минимизации информации

Согласно теории информации, наиболее вероятная матрица – это матрица, полученная максимальным числом способов и удовлетворяющая любым ограничениям, наложенным на систему. Модели максимизации энтропии и минимизации информации эквивалентны; разница между ними состоит в том, что в последней используются некоторые начальные знания о вероятной матрице (априорная матрица). Модель минимизации информации (7) является обобщением модели максимизации энтропии (5). Если известно только общее количество поездок в системе, то метод максимизации энтропии распределит эти поездки равномерно по всем ячейкам матрицы. Введение некоторых ограничений позволит восстановить матрицу корреспонденций более высокой точности. Результатом наложения на энтропию ограничений – общее количество поездок в пункт отправления и назначения, а также на зону и общую функцию расстояния (общую стоимость) является гравитационная модель с двойными ограничениями и экспоненциальной функцией сдерживания. Представляется возможным включить в модель дополнительную информацию: наблюдаемые потоки (количество маршрутов  $v_a$  в каждом направлении). Введение такого ограничения приводит к дополнительному множителю Лагранжа (коэффициенту в модели). Возможно получить точную оценку матрицы поездки без использования информации, необходимой в традиционной гравитационной модели (среднее пройденное расстояние).

Особенностью модели минимизации информации является возможность учета дополнительной информации (априорной матрицы поездок), которая может привести к более ре-

листичной оценке фактической матрицы поездки. Чем выше точность априорной матрицы, тем точнее будет оценка.

В качестве первого приближения может быть использована как «старая» OD матрица, так и оценка из взвешенной модели Пуассона или модели типа Уилсона.

### Формулировка модели минимизации информации

Согласно теории минимизации информации, наиболее вероятная матрица поездки  $T_{ij}$  удовлетворяет следующему уравнению:

$$L = \min_{T_{ij}} = \sum_{ij} \left[ \hat{T}_{ij} \ln \left( \frac{\hat{T}_{ij}}{T_{ij}} \right) \right]. \quad (8)$$

при условии:

$$\sum_{ij} [\hat{T}_{ij} d_{ij}^a] = R_a \quad \forall a, \quad (9)$$

где  $L$  – «расстояние» между матрицами;  $T_{ij}$  – количество поездок от  $i$  до  $j$  (оценивается апостериорно);  $R_{ij}$  – ограничение  $a$  (количество транспортных потоков, общее количество прибытий в зону, распределение продолжительности поездки);  $d_{ij}^0$  доля поездок  $ij$ , на которые распространяется ограничение  $R$ , (количество поездок  $ij$ , использующих маршрут).

Эта матрица основана на некоторых исходных знаниях (старая матрица, оценка модели).

Если  $T_{ij} = 1$ , то уравнение (8) эквивалентно максимизирующей энтропию формулировке. Минимизация информации уравнения (8) с учетом ограничений (9) дает оценку  $T_{ij}$ . Решение можно получить путем минимизации Лагранжа (если выполняются условия Куна-Таккера):

$$L = \min_{\lambda_a, \hat{T}_{ij}} \left\{ \sum_{ij} \left[ \hat{T}_{ij} \ln \frac{\hat{T}_{ij}}{T_{ij}} \right] - \sum_a \left( \lambda_a \left[ \sum_{ij} (\hat{T}_{ij} d_{ij}^a) - R_a \right] \right) \right\}$$

Решение находится путем приравнивания частных производных к нулю:

$$\frac{\delta L}{\delta \hat{T}_{ij}} = 0 \quad \forall ij, \quad \frac{\delta L}{\delta \lambda_a} = 0 \quad \forall a.$$

Уравнение дает:

$$\frac{\delta L}{\delta \hat{T}_{ij}} = 1 + \ln(\hat{T}_{ij}) - \ln(T_{ij}) - \sum_a \left( \lambda_a \sum_{ij} d_{ij}^a \right) = 0.$$

Предполагается, что

$$\ln(X_0) = -1, \quad \ln(X_a) = \lambda_a \sum_{ij} d_{ij}^a.$$

Замена в уравнении приводит выражение к виду:

$$\hat{T}_{ij} = T_{ij} x_0 \prod_a X_a \quad \forall i, j. \quad (10)$$

Уравнение (10) показывает, что априорная информация (матрица OD) умножается на ряд коэффициентов  $x_a$ . Каждое ограничение  $R_a$  вводит дополнительный коэффициент  $x_a$  в модель. Важное различие между моделями минимизации информации и максимизации энтропии состоит в том, что в случае большего количества наблюдений  $N$  на пару OD существует положительная корреляция между смещением оценки максимизации энтропии и количеством подсчетов потока. Оценка минимизации информации свободна от смещения.

Рассматриваемая модель имеет ряд особенностей:

1. Объем транспортных потоков  $T_{ij}$  оценивается с использованием модели с коэффициентами (множителями Лагранжа), зависящими от времени и места;

2. Уравнение (8) не определено в случае  $T_{ij} = 0$ . Все ненаблюдаемые данные матрицы поездки  $T_{ij}$  не могут применяться в процессе оценки. Это может стать серьезной задачей при использовании наблюдаемой априорной матрицы, которая содержит, по большей части, нулевые значения. Все ненаблюдаемые пары следует сначала оценить с помощью взвешенной модели Пуассона;

3. Если набор ограничений в уравнении (9) непротиворечив, невозможно найти приемлемое решение. Для того чтобы иметь возможность решить эту задачу, необходимо удалить все несоответствия из данных и оценить матрицу поездок из согласованных потоков. Эта задача часто возникает, если используются данные, при которых пары могут наблюдаться несколько раз.

Для улучшения метода оценки модель максимизации энтропии была расширена несколькими способами, путем включения компонента информации о маршруте, а также введения зависящих от времени матриц поездок.

### Модель минимизации информации с эластичными ограничениями

Применение модели минимизации информации может привести к значительной ее потере информации. Причина этого в стохастических свойствах ограничений (объем транспортных потоков). Все ограничения, включенные в модель, детерминированы. Для решения

задачи потери информации рассмотрим модель с использованием эластичных ограничений вместо фиксированных. Применение ограничений в задаче оптимизации приводит к следующим уравнениям:

$$\sum_{ij} \sum (\hat{T}_{ij} d_{ij}^a) = S_a \quad \forall a, \quad (11)$$

$$S_a = X_a^{-g_a} R_a, \quad 0 \leq g_a \leq \infty. \quad (12)$$

Таким образом, уравнение (9) заменяется уравнениями (11) и (12). Но в случае  $g_a = 0$ ,  $S_a = R_a$ .

При ограничении  $b$  подстановка уравнений (10) и (11) в (12) дает следующее уравнение:

$$X^{-g_b} R_b = x_b \sum_{ij} \sum \left( T_{ij} X_0 \prod_{a \neq b} (x_a) d_{ij}^a \right).$$

что после преобразования имеет вид

$$X_b = \left\{ R_b / \sum_{ij} \sum \left( T_{ij} X_0 \prod_{a \neq b} (x_a) d_{ij}^a \right)^{1/(1+g_b)} \right\}. \quad (13)$$

Показатель степени  $[1/(1+g_b)]$  в уравнении (13) определяется как эластичность ограничения  $b$ . Если эластичность  $[1/(1+g_b)] = 0$ , то  $X_b = 1$ , то ограничение  $b$  не оказывает никакого влияния на оценку модели; если эластичность  $[1/(1+g_b)] = 1$ , то оценка модели будет полностью соответствовать ограничению  $b$ . В последнем случае речь идет о модели минимизации информации.

Особенностью модели с эластичными ограничениями является то, что при правильном выборе значений эластичности потери априорной информации будут значительно снижены. Хотя трудно дать четкое разъяснение, какие значения следует присваивать эластичности ограничений, очевидно, что преобладают два фактора:

- аддитивное количество информации;
- достоверность информации.

Значения эластичностей следует выбирать таким образом, чтобы сумма (или взвешенная сумма) для потоков и OD-пар имела минимальное значение. Применение модели минимизации информации с эластичными ограничениями может значительно повысить качество оценки нулевой матрицы с использованием априорной информации и подсчетов транспортных потоков. К недостаткам можно отнести следующее:

1. Каждое наблюдение формулируется как

ограничение и приводит к включению дополнительного коэффициента в модель оценки. Эти коэффициенты зависят от времени и места проведения эксперимента, что исключает возможность использования модели для прогнозирования среднесрочных и долгосрочных изменений;

2. Расчетная матрица OD сильно зависит от значений эластичности. Если эти значения равны 0, априорная матрица не изменится. Значение эластичностей, равное 1, приведет к модели минимизации информации;

3. Доступную информацию, полученную из оборудования учета транспортных потоков, используют для тех пар OD, которые проходят по наблюдаемым участкам. Все остальные OD пары не изменятся. Эту задачу можно решить, используя дополнительную информацию.

### Бинарная калибровочная модель

Использование данных транспортных потоков для целей оценки (калибровки) требует внимания, так как непрерывное изменение транспортных потоков, доступность данных из различных источников (опросы, подсчеты), а также различия в размере выборки и наблюдаемых группах населения могут привести к значительной степени стохастичности (несоответствия в данных). Существуют модели оценки, используемые при наблюдениях со стохастическими свойствами. Как и в энтропийной модели, все коэффициенты калибруются таким образом, чтобы было получено оптимальное соответствие между наблюдаемыми данными и расчетной матрицей. Существенное отличие от модели энтропийного типа заключается в том, что для соблюдения всех ограничений не вводятся дополнительные коэффициенты.

Модель бинарной калибровки основана на предположении, что наблюдаемые данные имеют независимое распределение Пуассона.

Пусть  $T_{ij}$  – доступная априорная информация (старая наблюдаемая OD-матрица). Вместо использования наблюдаемой матрицы OD предпочтительно использовать оценки  $T_{ij}$  (с применением взвешенной модели Пуассона). Преимущество использования оценок – матрица  $T_{ij}$  не будет содержать нулевых значений. Аналогичное уравнение (4) для матрицы можно сформулировать:

$$\hat{T}_{ijm} = C o_i d_j F_k \quad \forall i, j,$$

где  $T_{ijm}$  – количество поездок от  $i$  до  $j$  (оценка модели или априорная матрица);  $C$  – постоянный

член;  $o_i = a_i O_i$  – произведение коэффициента балансировки и полярности зоны  $i$ ;  $d_j = b_j D_j$  – произведение коэффициента уравнивания и полярности зоны  $j$ ;  $F_k$  – значение функции сдерживания для обобщенного класса затрат  $k$  и  $c_{ijk}$ ;  $Y_a$  – информация наблюдений  $a$  (отправления, прибытия по зонам, подсчет транспортных потоков, распределение расстояния поездки);  $d_{ij}^a$  – двоичная переменная, указывающая на то, принадлежит ли OD-пара  $ij$  наблюдению  $a$  ( $d_{ij}^a = 1$ ) или нет ( $d_{ij}^a = 0$ ). При этом

$$Y_a = \sum_{ij} \sum_{ij} (\hat{T}_{ij} d_{ij}^a)$$

Связь между оценкой матрицы базисного года  $T_{ij}$  и априорной матрицей представлена как

$$\hat{T}_{ij} = C o_i d_j F_k T_{ij}, \quad (14)$$

где  $i \in I, j \in J$  и  $k \in K$ .

Предыдущая формулировка подразумевает, что наборы уравнивающих факторов и дискретные значения функции сдерживания изменяются; но общий вид модели остается неизменным.

Предполагая, что наблюдения  $Y_a$  независимы и вероятность  $L$  распределения Пуассона может быть определена следующим образом:

$$\Pr[Y_a | \hat{Y}_a] = \exp(-\hat{Y}_a) (\hat{Y}_a)^{Y_a} / Y_a!;$$

$$L = \prod_a (\Pr[Y_a | \hat{Y}_a])$$

Логарифм вероятности:

$$\ln(L) = L^* = -\sum_a \hat{Y}_a + \sum_a [Y_a \ln(\hat{Y}_a)] - \sum_a [\ln(Y_a!)]$$

Максимизируем:

$$L_1^* = -\sum_a (\hat{Y}_a) + \sum_a [Y_a \ln(Y_a)],$$

что позволяет получить следующие уравнения:

$$\sum_a \left[ \left( \frac{Y_a}{\hat{Y}_a} - 1 \right) \frac{\delta Y_a}{\delta O_i} \right] = 0 \quad \forall I,$$

$$\sum_a \left[ \left( \frac{Y_a}{\hat{Y}_a} - 1 \right) \frac{\delta Y_a}{\delta d_j} \right] = 0 \quad \forall J,$$

$$\sum_a \left[ \left( \frac{Y_a}{\hat{Y}_a} - 1 \right) \frac{\delta Y_a}{\delta F_k} \right] = 0 \quad \forall K, \quad \sum_a \left[ \left( \frac{Y_a}{\hat{Y}_a} - 1 \right) \frac{\delta Y_a}{\delta C} \right] = 0.$$

Значения  $O_i, d_j, F_k$  и  $C$  определяются итеративно (аналогично принципу Гаусса – Зейделя).

Преимущество использования бинарной модели калибровки по сравнению с моделью минимизации информации с эластичными огра-

нениями, заключается в том, что не обследо- обследований участков или зон (только OD-

Обзор основных характеристик методов оценки  
Overview of the main characteristics of assessment methods

Характеристика типа модели	1	2	3	4
Оценка ненаблюдаемых пар	Да	Нет	Нет	Да
Допустимость противоречивости информации	Нет	Нет	Да	Да
Возможность использования наблюдаемых данных	Нет	Да	Да	Да
замена пар матрицы корреспонденций	–	Только	Только	Все пары
Потеря информации	Нет	Да	–	Нет
Использование модели для среднесрочных и долгосрочных прогнозов	Да	Нет	Нет	Да
Сложная структура модели	Нет	Нет	Нет	Да

Примечание: 1 – взвешенная оценка Пуассона; 2 – модель максимизации энтропии и минимизации информации; 3 – модель минимизации информации с эластичными ограничениями; 4 – бинарная калибровочная модель.

Note: 1-weighted Poisson assessment; 2-entropy maximization and information minimization model; 3-information minimization model with elastic constraints; 4-binary calibration model.

зуются дополнительные коэффициенты. Это позволяет использовать модель для составления среднесрочных и долгосрочных прогнозов.

В статье рассмотрено четыре модели, используемых для оценки матрицы корреспонденций: взвешенная оценка Пуассона; модели максимизации энтропии и минимизации информации; модель минимизации информации с эластичными ограничениями; модель бинарной калибровки.

В исследовании представлены сводные данные об основных характеристиках моделей, и сделаны основные выводы о возможном применении всех обсуждаемых методов. Сведем основные характеристики моделей в табл.

## Заключение

Рассмотрено четыре модели, которые используются для оценки OD-матрицы.

Взвешенная модель Пуассона подходит для оценки функций сдерживания и матрицы базового года при использовании информации

информация). Матричная оценка базового года удобна при минимизации информации.

Модели максимизации энтропии и минимизации информации имеют некоторые недостатки: не допускается противоречивая информация; все коэффициенты в модели зависят от времени и места, что исключает возможность использования моделей для составления среднесрочных и долгосрочных прогнозов; использование моделей приводит к потере информации.

Потери информации можно избежать, используя модель с эластичными ограничениями вместо фиксированных.

Модель бинарной калибровки не имеет ни одного из вышеприведенных недостатков, однако обладает довольно сложной структурой.

Результаты сравнительного анализа позволят осуществлять выбор модели для оценки грузового спроса в зависимости от поставленных целей исследования и производить его с максимальной эффективностью.

## Список литературы

1. Лебедева О.А., Антонов Д.В. Моделирование грузовых матриц корреспонденций гравитационным и энтропийным методами // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2015. № 5 (100). С. 118-122.
2. Лебедева О.А., Крипак М.Н. Моделирование грузовых перевозок в транспортной сети // Вестник Ангарского государственного технического университета. 2016. № 10. С. 182-184.
3. Лебедева О.А., Крипак М.Н. Развитие городских грузовых систем с учетом концепции городского планирования // Сборник научных трудов Ангарского государственного технического университета. 2016. Т. 1. № 1. С. 244-247.
4. Полтавская Ю.О. Повышение эффективности цепи поставок с учетом оптимального местоположения распределительного центра // Вестник Ангарского государственного технического университета. 2021. № 15. С. 164-167.
5. Полтавская Ю.О. Оптимизация транспортной сети на основе минимума общих затрат на доставку грузов // Вестник Ангарского государственного технического университета. 2019. № 13. С. 178-183.
6. Шаров М.И., Михайлов А.Ю., Дученкова А.В. Пример оценки транспортной доступности с использованием программного продукта PTV «VISUM» // Известия вузов. Инвестиции. Строительство. Недвижимость. 2013. № 1(4). С. 133-138.

7. Лебедева О.А. Анализ проектирования транспортных зон на основе моделирования сети // Вестник Ангарского государственного технического университета. 2019. № 13. С. 172-177.
8. Гозбенко В.Е., Крипак М.Н., Иванков А.Н. Совершенствование транспортно-экспедиционного обслуживания грузоподъемщиков. Иркутск: ИрГУПС, 2011. 176 с.
9. Гозбенко В.Е., Иванков А.Н., Колесник М.Н., Пашкова А.С. Методы прогнозирования и оптимизации транспортной сети с учетом мощности пассажира и грузопотоков // Депонированная рукопись № 330-В2008 17.04.2008.
10. Полтавская Ю.О. Основные факторы, влияющие на выбор способа транспортировки // Современные технологии и научно-технический прогресс. 2021. № 8. С. 191-192.
11. Lebedeva, O., Kripak, M., Gozbenko, V. Increasing effectiveness of the transportation network through by using the automation of a Voronoi diagram. *Transportation Research Procedia*. 2018. Vol. 36. 427–433.
12. R. Hamerslag and F.I. C. Huisman. Binaire Calibratie. De Schaaing Van Coefficienten in een Verkeersmodel Met Gebrickmaking van Verschillende Soorten Waarnemingen. *Verkeerskunde*, No. 4, 1978, pp. 166-168.
13. J. G. Smit. Het Schatten van Herkomst-bestemmings Matrices: de Maximum Likelihood Versus de Minimum Vari-ance Methode. In *Proceedings Colloquium Vervoersplanologisch Speurwerk*, 1981, pp. 737-741.
14. H.J. Van Zuylen. The Information Minimising Method: Its Validity and Applicability to Transportation Planning. In *New Developments in Modelling Travel Demand and Urban Systems* (G. R. M. Jansen et al., eds.) Saxon House, 1979, pp. 344-371.
15. M. G. H. Bell. The Estimation of Junction Turning Volumes from Traffic Counts: The Role of Prior Information. *Traffic Engineering and Control*, Vol. 25, No. 5, 1984, pp. 279- 283.
16. L. G. Willumsen. Estimating Time-dependent Trip Matrices from Traffic Counts. *Proceedings of 9th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, 1984, pp. 377- 411.
17. A. G. Wilson. The Use of Entropy Maximising Models in the Theory of Trip Distribution, Modal Split and Route Split. *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol. 2, No. 1, 1969, pp. 108-126.
18. S.Nguyen. On the Estimation of an O-D Trip Matrix by Equilibrium Methods Using Pseudo-delay Functions. CRT publ. 81. University de Montreal, Centre de Recherche sur Les Transports Montreal, Quebec Canada, 1978.
19. R. Hamerslag. Het Schatten van Herkomst- en Bestemmings matices m.b.v. Schijnbaar Tegenstrijctige Waarnemingen. *Proceedings Colloquium Vervoersplanologisch Speurwerk* 1980, pp. 711-714.
20. A. G. Wilson. A Statistical Theory of Spatial Distribution Models. *Transportation Research*, 1967, pp. 253-269.
21. M. J. Maher. Bias in the Estimation of O-D Flows from Link Counts. Paper presented at UTSO conference, Sheffield, United Kingdom, 1987.
22. M. F. A. M. Van Maarseveen and C. J. Ruygrok. Het Oebruik van Route-informatie Voor het Opstellen van HB-matrices. *Proceedings Colloquium Vervoersplanologisch Speurwerk*, 1982, pp. 399-420.
23. M. F. A. M. Van Maarseveen et al. Estimating O-D Tables Using Empirical Route Choice Information with Application to Bicycle Traffic. Paper presented at 64th Annual Meeting, TRB, January 1985.
24. T. Van Vuren. Het Schatten van een Herkomst- en Bestemmingstabel: Een Overzicht. Thesis. Delft University of Technology, Delft, Netherlands, 1985.
25. E. Heere and M. C. Huisman. Toepassing van de binaire Calibratiemethode in Zaanstad. *Verkeerskunde*, 1978, pp. 239-242.
26. Kuzmin O. V., Khomenko A. P., Artyunin A. I. Development of special mathematical software using combinatorial numbers and lattice structure analysis. *Advances and Applications in Discrete Mathematics*, 2018, 19(3), 229-242.
27. Kuzmin O. V., Khomenko A. P., Artyunin A. I. Discrete model of static loads distribution management on lattice structure. *Advances and Applications in Discrete Mathematics*, 2018, 19(3), 183-193.
28. M. C. Ellis and H. Van Ammers. Forecasting Using Cordon Surveys in the Egyptian National Transportation Study. *Proceedings of 9th Summer Annual Meeting, PTRC*, Warwick, England, 1981.

## References

1. Lebedeva O.A., Antonov D.V. Modelirovanie gruzovykh matrits korrespondentsii gravitatsionnym i entropiinyim metodami [Modeling of cargo correspondence matrices by gravity and entropy methods]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of Irkutsk State Technical University]. 2015, no 5 (100), pp. 118-122.
2. Lebedeva O.A., Kripak M.N. Modelirovanie gruzovykh perevozok v transportnoi seti [Modeling of freight transport in the transport network]. *Vestnik Angarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Angarsk State Technical University]. 2016, no 10, pp. 182-184.
3. Lebedeva O.A., Kripak M.N. Razvitiye gorodskikh gruzovykh sistem s uchetom kontseptsii gorodskogo planirovaniya [Development of urban freight systems taking into account the concept of urban planning]. *Sbornik nauchnykh trudov Angarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Proceedings of the Angarsk State Technical University]. 2016, vol. 1, no 1, pp. 244-247.
4. Poltavskaya Yu.O. Povysheniye effektivnosti tsepi postavok s uchetom optimal'nogo mestopolozheniya raspredelitel'nogo tsentra [Improving the efficiency of the supply chain, taking into account the optimal location of the distribution center]. *Vestnik Angarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Angarsk State Technical University]. 2021, no 15, pp. 164-167.
5. Poltavskaya Yu.O. Optimizatsiya transportnoi seti na osnove minimuma obshchikh zatrat na dostavku gruzov [Optimization of the transport network based on the minimum total cost of cargo delivery]. *Vestnik Angarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Angarsk State Technical University]. 2019, no 13, pp. 178-183.
6. Sharov M.I., Mikhailov A.Yu., Duchenkova A.V. Primer otsenki transportnoi dostupnosti s ispol'zovaniem programmno produkta PTV «VISUM» [An example of assessing transport accessibility using the PTV «VISUM» software product]. *Izvestiya vuzov. Investitsii. Stroitel'stvo. Nedvizhimost'* [Bulletins of universities. Investment. Building. Realty]. 2013, no 1(4), pp. 133-138.

7. Lebedeva O.A. Analiz proektirovaniya transportnykh zon na osnove modelirovaniya seti [Analysis of the design of transport zones based on network modeling]. *Vestnik Angarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Angarsk State Technical University]. 2019, no 13, pp. 172-177.
8. Gozbenko V.E., Kripak M.N., Ivankov A.N. Sovershenstvovanie transportno-ekspeditsionnogo obsluzhivaniya gruzovladel'tsev [Improvement of freight forwarding services for cargo owners]. Irkutsk: IrGUPS Publ., 2011. 176 p.
9. Gozbenko V.E., Ivankov A.N., Kolesnik M.N., Pashkova A.S. Metody prognozirovaniya i optimizatsii transportnoi seti s uchetom moshchnosti passazhiro i gruzopotokov [Methods of forecasting and optimization of the transport network taking into account the capacity of passenger and cargo flows]. *Deponirovannaya rukopis'* [Deposited manuscript], no 330 17.04.2008.
10. Poltavskaya Yu.O. Osnovnye faktory, vliyayushchiye na vybor sposoba transportirovki [The main factors influencing the choice of transportation method]. *Sovremennye tekhnologii i nauchno-tekhnicheskii progress* [Modern technologies and scientific and technological progress]. 2021, no 8, pp. 191-192.
11. Lebedeva, O., Kripak, M., Gozbenko, V. Increasing effectiveness of the transportation network through by using the automation of a Voronoi diagram. *Transportation Research Procedia*. 2018. Vol. 36. 427–433.
12. R. Hamerslag and F.I. C. Huisman. Binaire Calibratie. De Schaubing Van Coefficienten in een Verkeersmodel Met Gebrickmaking van Verschillende Soorten Waarnemingen. *Verkeerskunde*, No. 4, 1978, pp. 166-168.
13. J. G. Smit. Het Schatten van Herkomst-bestemmings Matrices: de Maximum Likelihood Versus de Minimum Variance Methode. In *Proceedings Colloquium Vervoersplanologisch Speurwerk*, 1981, pp. 737-741.
14. H. J. Van Zuylen. The Information Minimising Method: Its Validity and Applicability to Transportation Planning. In *New Developments in Modelling Travel Demand and Urban Systems* (G. R. M. Jansen et al., eds.) Saxon House, 1979, pp. 344-371.
15. M. G. H. Bell. The Estimation of Junction Turning Volumes from Traffic Counts: The Role of Prior Information. *Traffic Engineering and Control*, Vol. 25, No. 5, 1984, pp. 279- 283.
16. L. G. Willumsen. Estimating Time-dependent Trip Matrices from Traffic Counts. *Proceedings of 9th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, 1984, pp. 377- 411.
17. A. G. Wilson. The Use of Entropy Maximising Models in the Theory of Trip Distribution, Modal Split and Route Split.. *Journal of Transport Economics and Policy*, Vol. 2, No. 1, 1969, pp. 108-126.
18. S. Nguyen. On the Estimation of an O-D Trip Matrix by Equilibrium Methods Using Pseudo-delay Functions. CRT publ. 81. University de Montreal, Centre de Recherche sur Les Transports Montreal, Quebec Canada, 1978.
19. R. Hamerslag. Het Schatten van Herkomst- en Bestemmings matcices m.b.v. Schijnbaar Tegenstrijctige Waarnemingen. *Proceedings Colloquium Vervoersplanologisch Speurwerk* 1980, pp. 711-714.
20. A. G. Wilson. A Statistical Theory of Spatial Distribution Models. *Transportation Research*, 1967, pp. 253-269.
21. M. J. Maher. Bias in the Estimation of O-D Hows from Link Counts. Paper presented at UTSO conference, Sheffield, United Kingdom, 1987.
22. M. F. A. M. Van Maarseveen and C. J. Ruygrok. Het Oebruik van Route-informatie Voor het Opstellen van HB-matrices. *Proceedings Colloquium Vervoersplanologisch Speurwerk*, 1982, pp. 399-420.
23. M. F. A. M. Van Maarseveen et al. Estimating O-D Tables Using Empirical Route Choice Information with Application to Bicycle Traffic. Paper presented at 64th Annual Meeting, TRB, January 1985.
24. T. Van Vuren. Het Schatten van een Herkomst- en Bestemmingstabel: Een Overzicht. Thesis. Delft University of Technology, Delft, Netherlands, 1985.
25. E. Heere and M. C. Huisman. Toepassing van de binaire Calibratiemethode in Zaanstad. *Verkeerskunde*, 1978, pp. 239-242.
26. Kuzmin O.V., Khomenko A.P., Artyunin A.I. Development of special mathematical software using combinatorial numbers and lattice structure analysis. *Advances and Applications in Discrete Mathematics*, 2018, 19(3), 229-242.
27. Kuzmin O.V., Khomenko A.P., Artyunin A.I. Discrete model of static loads distribution management on lattice structure. *Advances and Applications in Discrete Mathematics*, 2018, 19(3), 183-193.
28. M. C. Ellis and H. Van Ammers. Forecasting Using Cordon Surveys in the Egyptian National Transportation Study. *Proceedings of 9th Summer Annual Meeting, PTRC*, Warwick, England, 1981.

### Информация об авторах

**Лебедева Ольга Анатольевна**, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры управления на автомобильном транспорте, Ангарский государственный технический университет, г. Ангарск, e-mail: kravhome@mail.ru

**Гозбенко Валерий Ерофеевич**, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры управления на автомобильном транспорте, Ангарский государственный технический университет, г. Ангарск, e-mail: vgozbenko@yandex.ru

### Information about the authors

**Ol'ga A. Lebedeva**, Ph.D. in Engineering Science, Associate Professor, Associate Professor of Department «Management of Automobile Transport», Angarsk State Technical University, Angarsk, e-mail: kravhome@mail.ru

**Valeriy E. Gozbenko**, Doctor of Engineering Science the Full Professor of the Department «Management of automobile transport», Angarsk State Technical University, Angarsk, e-mail: vgozbenko@yandex.ru